

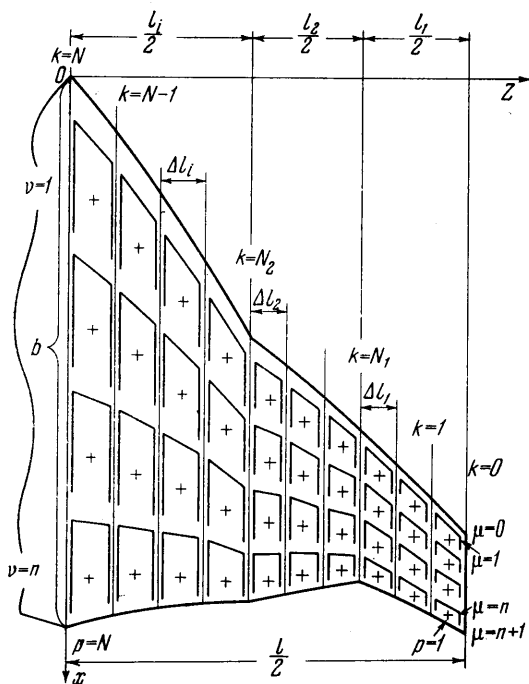
ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ КРЫЛЬЕВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В ПЛАНЕ ПРИ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

С. М. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

(Москва)

Для современного этапа развития авиации характерно применение крыльев сложной формы в плане: с изломами по передней и задней кромкам; с криволинейными кромками; изменяемой в полете геометрии (за счет поворота консоли). В данной статье рассматриваются особенности расчета суммарных и распределенных аэродинамических характеристик подобных крыльев при малых и больших дозвуковых скоростях. Методы, основанные на схеме несущей поверхности и использовании дискретных вихревых особенностей, позволяют с помощью ЦВМ достаточно оперативно и надежно рассчитывать обтекание указанных крыльев на умеренных углах атаки. При установившемся движении крыла получается дальнейшее развитие метода монографии [1], для гармонических колебаний — работы [2] и при аперiodических движениях крыла и воздействиях порыва на него — статьи [3].

1. Вихревая схема крыла и система обозначений. Рассмотрим монопланное крыло — пластину произвольной симметричной формы в плане.



Фиг. 1

Введем систему координат xuz , связанную с крылом, поместив начало координат на передней кромке, в корневом сечении (фиг. 1). Ось x направим по корневой хорде b вниз по течению, ось z — вправо по размаху, y — перпендикулярно плоскости крыла.

В общем случае передняя и задняя кромки крыла могут быть криволинейными и иметь изломы. Полуразмах крыла обозначим $1/2l$, размеры участков между соседними изломами вдоль z пусть будут $1/2l_1, 1/2l_2, \dots, 1/2l_i$ (i — общее число изломов, считая, что в корневом сечении всегда есть излом), тогда

$$\frac{l}{2} = \sum_{\epsilon=1}^i \frac{l_{\epsilon}}{2} \quad (1.1)$$

Крыло заменяем вихревой поверхностью, состоящей из присоединенных и свободных вихрей (последние расположены и за крылом). Как и раньше [1-3], непрерывный вихревой слой заменим дискретной системой косых подковообразных вихрей. В сечениях $z = \text{const}$, где имеют место изломы, циркуляции поперечных шнуров могут иметь разрывы,

поэтому концы соответствующих косых вихрей должны располагаться на хордах, проходящих через изломы.

Каждый участок $1/2 l_\varepsilon$ разделим на N_ε^* равных частей, получим системы полос ширины Δl_ε ($\varepsilon = 1, 2, \dots, i$) (фиг. 1). Границы полос пронумеруем справа налево ($k = 0$ совпадает с торцом крыла, $k = N$ — с корневой хордой). Сечения, проходящие через изломы, пусть имеют номера $k = N_1, k = N_2, \dots, k = N_i$, тогда

$$\frac{\Delta l_\varepsilon}{b} = \frac{l_\varepsilon}{2b} \frac{1}{N_\varepsilon^*}, \quad N_\varepsilon^* = N_\varepsilon - N_{\varepsilon-1}, \quad N_i = N, \quad N_0 = 0 \quad (\varepsilon = 1, 2, \dots, i)$$

Выбор чисел N_ε производится на основе опыта, накопленного при расчетах, и связан прежде всего с формой крыла в плане.

Поперечные вихревые линии на крыле будем характеризовать номером μ , отсчитывая их от носка и включая в эту систему переднюю и заднюю кромки ($\mu = 0$ есть передняя, а $\mu = n + 1$ — задняя кромки, n — число вихревых шнуров в каждом сечении, $z = \text{const}$). Координаты точек, находящихся на пересечении линий μ и k , будем отмечать индексами μ и k . Координаты точек передней и задней кромок

$$x_{0k}/b, \quad x_{n+1,k}/b, \quad z_{0k}/b = z_{n+1,k}/b \quad (1.3)$$

считаем известными (форму крыла в плане — заданной).

При выборе положений вихрей и расчетных точек, которые на фиг. 1 отмечены крестиками, пользуемся соображениями работы [1]. Каждая хорда b_k сечения k делится на n равных участков, а каждый из них — еще на четыре равных части. Точки, лежащие на расстоянии $1/4$ длины от его верхней границы, являются концом поперечного вихря. Расчетные точки, в которых удовлетворяются граничные условия, лежат посередине между линиями k и $k - 1$, а также линиями μ и $\mu - 1$. Их положение будем задавать номерами (фиг. 1) поперечных линий ν и продольных p , причем $1 \leq \nu \leq n$, $1 \leq p \leq N$.

Таким образом, крыло приближенно заменяется $2N$ трапециями с основаниями, параллельными x , и высотами Δl_ε .

2. Основные геометрические соотношения. Считая величины (1.3) заданными, определим геометрические параметры крыла, координаты поперечных вихрей и расчетных точек. За характерный линейный размер везде будем брать корневую хорду b .

Для текущей хорды сечения k имеем

$$b_k/b = x_{n+1,k}/b - x_{0k}/b, \quad (k = 0, 1, \dots, N), \quad b_N/b = 1 \quad (2.1)$$

Найдем площадь крыла, затем удлинение и сужение

$$S = \sum_{\varepsilon=1}^i \Delta l_\varepsilon \sum_{k=N_{\varepsilon-1}+1}^{N_\varepsilon} (b_k + b_{k-1}), \quad \lambda = \frac{l^2}{S}, \quad \eta = \frac{b}{b_0} \quad (2.2)$$

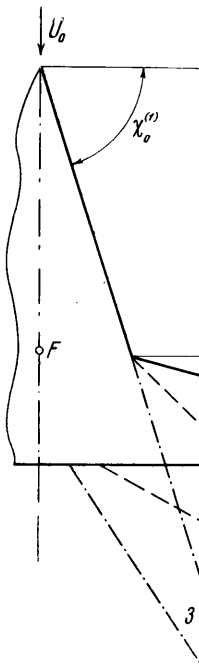
Здесь b_0 — концевая хорда. Для координат $x_{\mu,k}$, $z_{\mu,k}$ точки начала поперечного вихря на основании сказанного выше можем написать

$$x_{\mu,k} = x_{0k} + \frac{b_k}{4n} + (\mu - 1) \frac{b_k}{n}, \quad z_{\mu,k} = z_{0k} \quad (2.3)$$

Отсюда

$$\frac{x_{\mu,k}}{b} = \frac{x_{0k}}{b} + \frac{b_k}{b} \frac{\mu - 3/4}{n}, \quad \frac{z_{\mu,k}}{b} = \frac{z_{0k}}{b} \quad \left(\begin{array}{l} 1 \leq \mu \leq n \\ 0 \leq k \leq N \end{array} \right) \quad (2.4)$$

Координаты середины поперечного вихревого отрезка, соединяющего точки μ, k и $\mu, k - 1$, обозначим $x_{\mu k}^{\mu, k-1}, z_{\mu k}^{\mu, k-1}$, причем



$$\frac{x_{\mu k}^{\mu, k-1}}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{x_{\mu k}}{b} + \frac{x_{\mu, k-1}}{b} \right),$$

$$\frac{z_{\mu k}^{\mu, k-1}}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{z_{\mu k}}{b} + \frac{z_{\mu, k-1}}{b} \right) \quad \left(\begin{matrix} 1 \leq \mu \leq n \\ 1 \leq k \leq N \end{matrix} \right) \quad (2.5)$$

Размах указанного отрезка назовем $l_{k, k-1}$ (он не зависит от μ), тогда

$$\frac{l_{k, k-1}}{b} = \begin{cases} \Delta l_1/b & \text{при } k \leq N_1 \\ \Delta l_2/b & \text{при } N_1 \leq k < N_2 \\ \dots & \dots \\ \Delta l_\epsilon/b & \text{при } N_{i-1} \leq k < N_i \end{cases} \quad (2.6)$$

Угол стреловидности данного вихря будет

$$\operatorname{tg} \chi_{\mu k}^{\mu, k-1} = \left(\frac{x_{\mu k-1}}{b} - \frac{x_{\mu k}}{b} \right) \frac{b}{l_{k, k-1}} \quad \left(\begin{matrix} 1 \leq \mu \leq n \\ 1 \leq k \leq N \end{matrix} \right) \quad (2.7)$$

Вихрь, симметричный рассмотренному относительно плоскости xu и расположенный на левой половине крыла, характеризуется следующими величинами: (2.8)

$$\frac{x'_{\mu k}{}^{\mu, k-1}}{b} = \frac{x_{\mu k}^{\mu, k-1}}{b}, \quad \frac{z'_{\mu k}{}^{\mu, k-1}}{b} = -\frac{z_{\mu k}^{\mu, k-1}}{b}, \quad \frac{l'_{k, k-1}}{b} = \frac{l_{k, k-1}}{b}, \quad \chi'_{\mu k}{}^{\mu, k-1} = -\chi_{\mu k}^{\mu, k-1}$$

Каждая расчетная точка лежит на пересечении прямых, проходящих через середины соседних поперечных и соседних продольных вихрей, поэтому

$$\frac{x_{0v}^{p, p-1}}{b} = \frac{1}{4} \left(\frac{x_{vp}}{b} + \frac{x_{v, p-1}}{b} + \frac{x_{v-1, p}}{b} + \frac{x_{v-1, p-1}}{b} \right) \\ \frac{z_{0v}^{p, p-1}}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{z_{vp}}{b} + \frac{z_{v, p-1}}{b} \right) \quad (1 \leq v \leq n, 1 \leq p \leq N) \quad (2.9)$$

Величины, входящие в правую часть (2.9), определяются по формулам (2.4) и (2.5), в которых μ и k следует заменить на v и p .

3. Задача об установившемся поступательном движении крыла без скольжения. В качестве примера остановимся подробнее на особенностях решения данной задачи.

В работе [1] для системы координат с началом на середине поперечного вихря и отличающейся от используемой здесь направлением оси z , получено поле скоростей в плоскости крыла, вызванное стационарным косым подковообразным вихрем. В отличие от работы [1], возьмем за характерный размер не размах вихря, а хорду b ; пусть α — угол атаки; для циркуляции вихря имеем

$$\Gamma_{+\mu k}^{\mu, k-1} = U_0 b \Gamma_{\alpha \mu k}^{\mu, k-1} \alpha \quad (3.1)$$

Для скорости, возникающей в расчетной точке с координатами $(x_{0v}^{p,p-1}, z_{0v}^{p,p-1})$ от косоугольного подковообразного вихря $(\mu, k) - (\mu, k-1)$ (включая свободные вихри), получим

$$\frac{W_{y\mu k\nu p}^{k-1,p-1}}{U_0} = \frac{\Gamma_{\alpha\mu k}^{\mu,k-1}}{2\pi} \frac{b}{l_{kk-1}} \alpha w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}, \quad w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} = w_y(\xi_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}, \zeta_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}, \chi_{\mu k}^{\mu,k-1})$$

$$\xi_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} = \frac{2b}{l_{kk-1}} \left(\frac{x_{0v}^{p,p-1}}{b} - \frac{x_{\mu k}^{\mu,k-1}}{b} \right), \quad \zeta_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} = \frac{2b}{l_{kk-1}} \left(\frac{z_{\mu k}^{\mu,k-1}}{b} - \frac{z_{0v}^{p,p-1}}{b} \right)$$

Выражение для функций $w_y(\xi_0, \zeta_0, \chi)$ приведены в работе [1].

Скорость, вызванную в той же точке вихрем, симметричным плоскости xu , согласно (2.8), можно представить в виде

$$\frac{W'_{y\mu k\nu p}^{k-1,p-1}}{U_0} = \frac{\Gamma_{\alpha\mu k}^{\mu,k-1}}{2\pi} \frac{b}{l_{kk-1}} \alpha \delta w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} \quad (3.3)$$

$$\delta w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} = w_y(\xi_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}, \delta \zeta_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}, -\chi_{\mu k}^{\mu,k-1})$$

$$\delta \zeta_{0\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} = -\frac{2b}{l_{kk-1}} \left(\frac{z_{\mu k}^{\mu,k-1}}{b} + \frac{z_{0v}^{p,p-1}}{b} \right)$$

Граничное условие о плавном обтекании крыла в данном случае имеет вид

$$W_y/U_0 = -\alpha \quad (3.4)$$

Оно будет удовлетворяться в расчетных точках, поэтому в выражение (3.4) нужно вставить скорости, вычисленные для этих точек от всех вихрей как правой, так и левой половин крыла. На основании (3.2), (3.3) и (3.4) получаем

$$\sum_{k=1}^N \sum_{\mu=1}^n \Gamma_{\alpha\mu k}^{\mu,k-1} \frac{b}{l_{kk-1}} (w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1} + \delta w_{y\mu k\nu p}^{\mu,k-1,p-1}) = -1 \quad \left(\begin{matrix} v=1, \dots, n \\ p=1, \dots, N \end{matrix} \right) \quad (3.5)$$

Таким образом, задача сводится к решению nN систем линейных алгебраических уравнений с nN неизвестными безразмерными величинами $\Gamma_{\alpha\mu k}^{\mu,k-1}$.

На основании теоремы Н. Е. Жуковского «в малом» разность давлений между нижней и верхней поверхностями крыла следующим образом связана с интенсивностью вихревого слоя [1]:

$$\Delta p_{\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1} = \rho U_0 \alpha \gamma_{+\alpha\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1} \cos \chi_{\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1}$$

Переходя к дискретным вихрям и учитывая, что с принятой точностью

$$U_0 b \Gamma_{\alpha\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1} = \gamma_{+\alpha\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1} \frac{b_{p,p-1}}{n} \cos \chi_{\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1}$$

получаем

$$\Delta p_{\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1} = \rho U_0^2 \alpha \frac{b}{b_{p,p-1}} n \Gamma_{\alpha\varepsilon p}^{\varepsilon,p-1}, \quad b_{p,p-1} = \frac{b_p + b_{p-1}}{2} \quad \left(\begin{matrix} \varepsilon=1, \dots, n \\ p=1, \dots, N \end{matrix} \right) \quad (3.6)$$

Аэродинамические коэффициенты сечений и крыла в целом введем следующим образом:

$$C'_{yp, p-1} = \frac{2Y_{p, p-1}}{\rho U_0^2 l_{p, p-1} b_{p, p-1}}, \quad m'_{zp, p-1} = \frac{2M_{zp, p-1}}{\rho U_0^2 l_{p, p-1} b_{p, p-1}^2};$$

$$C_y = \frac{2Y}{\rho U_0^2 S}, \quad m_z = \frac{2M_z}{\rho U_0^2 S b} \quad (3.7)$$

Их определение производится по формулам

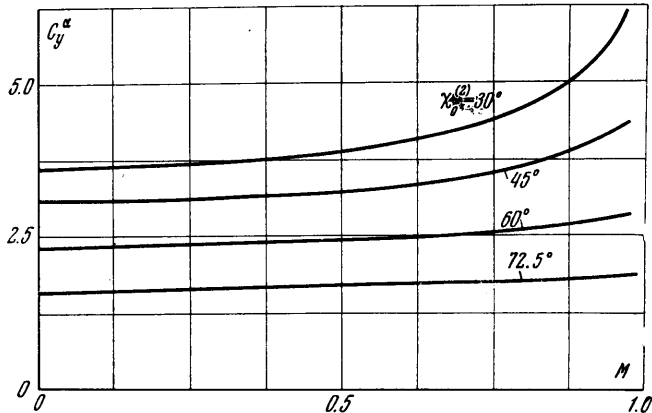
$$C'_{yp, p-1} = C'_{yp, p-1} \alpha, \quad m'_{zp, p-1} = m'_{zp, p-1} \alpha, \quad C_y = C_y^\alpha \alpha, \quad m_z = m_z^\alpha \alpha$$

$$C'_{yp, p-1} \alpha = \frac{2b}{b_{p, p-1}} \sum_{\varepsilon=1}^n \Gamma_{\alpha \varepsilon p}^{\varepsilon, p-1}, \quad m'_{zp, p-1} \alpha = -2 \left(\frac{b}{b_{p, p-1}} \right)^2 \sum_{\varepsilon=1}^n \Gamma_{\alpha \varepsilon p}^{\varepsilon, p-1} \frac{x_{\varepsilon p}^{\varepsilon, p-1}}{b} \quad (3.8)$$

$$C_y^\alpha = 4 \frac{b^2}{S} \sum_{p=1}^N \sum_{\varepsilon=1}^n \Gamma_{\alpha \varepsilon p}^{\varepsilon, p-1} \frac{l_{pp-1}}{b}, \quad m_z^\alpha = -4 \frac{b^2}{S} \sum_{p=1}^N \sum_{\varepsilon=1}^n \Gamma_{\alpha \varepsilon p}^{\varepsilon, p-1} \frac{l_{p, p-1}}{b} \frac{x_{\varepsilon p}^{\varepsilon, p-1}}{b}$$

причем за положительный взят кабрирующий момент.

Индуктивное сопротивление крыла с заостренными передними кром-



Фиг. 3

ками следует производить без учета подсосывающей силы

$$C_{xi}^+ = \frac{2X_i^+}{\rho U_0^2 S} = \frac{C_y^2}{C_y^\alpha} \quad (3.9)$$

Если передние кромки профилированы, то на них образуется подсосывающая сила, и в этом случае

$$C_{xi} = \frac{2X_i}{\rho U_0^2 S} = B \frac{C_y^2}{\pi \lambda} \quad (3.10)$$

Расчет коэффициента B при известном законе изменения циркуляции по размаху крыла производится согласно работе [1].

Определение аэродинамических характеристик крыла при больших дозвуковых скоростях сводится к рассмотренной задаче для преобразованного крыла путем введения новых переменных

$$x_m = \frac{x}{\sqrt{1-M^2}}, \quad y_m = y, \quad z_m = z \quad (M < 1)$$

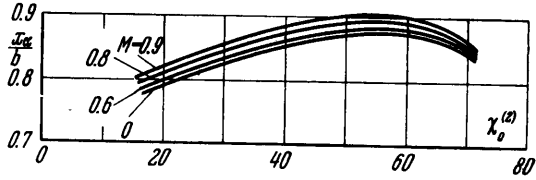
Здесь M — число Маха.

Сохраним для преобразованного крыла все обозначения, отмечая их индексом m , тогда

$$b_m = \frac{b}{\sqrt{1-M^2}}, \quad l_m = l, \quad S_m = \frac{S}{\sqrt{1-M^2}}, \quad \lambda_m = \lambda \sqrt{1-M^2}, \quad \eta_m = \eta \quad (3.11)$$

Безразмерные координаты передней и задней кромок находятся из соотношений.

$$\begin{aligned} \frac{x_{0km}}{b_m} &= \frac{x_{0k}}{b} \\ \frac{x_{n+1, km}}{b_m} &= \frac{x_{n+1, k}}{b} \\ \frac{z_{0km}}{b_m} &= \frac{z_{n+1, km}}{b_m} = \frac{z_{0k}}{b} \end{aligned} \quad (3.12)$$

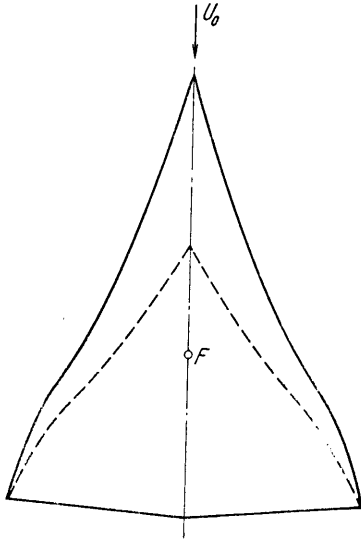


Фиг. 4

Аэродинамические коэффициенты этого крыла отнесем к S_m и $S_m b_m$, тогда

$$\begin{aligned} C_y^\alpha(M) &= \frac{C_{y_m}^\alpha}{\sqrt{1-M^2}} \\ m_z^\alpha(M) &= \frac{m_{z_m}^\alpha}{\sqrt{1-M^2}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

причем $C_{y_m}^\alpha$ и $m_{z_m}^\alpha$ находятся для преобразованного крыла при $M = 0$. Расчет остальных характеристик производится по методике, изложенной в [1].

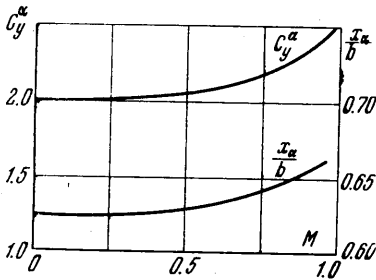


Фиг. 5

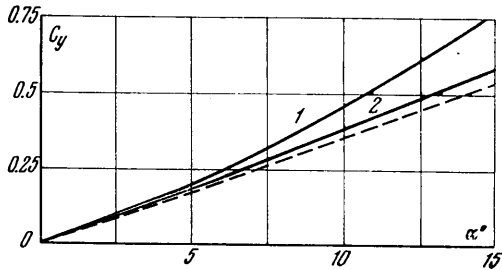
4. Примеры. По изложенной методике было рассчитано обтекание двух типов крыльев с наиболее характерными формами в плане.

На фиг. 2 изображено крыло изменяемой геометрии самолета F — 111. Оно состоит из двух частей: центральной с неизменным углом стреловидности $\chi_0^{(1)}$ и консольной. За счет поворота последней от положения 1 до положения 3 угол стреловидности этой части крыла может изменяться в полете. Одновременно, очевидно, будет меняться и удлинение крыла λ .

Графики фиг. 3 показывают характер изменения производной коэффициента подъемной силы по углу атаки в зависимости от числа Маха M при различных углах $\chi_0^{(2)}$,



Фиг. 6



Фиг. 7

а фиг. 4 — положения фокуса крыла в зависимости от $\chi_0^{(2)}$ при нескольких значениях M . При этом через x_α обозначено расстояние от передней кромки крыла до фокуса F в корневом сечении.

Крыло типа «Конкорд» представлено на фиг. 5, здесь же пунктиром указано положение фокусов сечений при $M = 0$. На фиг. 6 даны зависимости производной C_y^α и безразмерной координаты фокуса от M . В работе [4] приведены некоторые результаты экспериментального исследования указанного крыла. Сравнение расчетных значений коэффициента подъемной силы C_y с опытными при различных углах атаки α производится на фиг. 7. В зависимости от характера передних кромок крыла получаются различные опытные кривые. У крыла с острыми кромками образуется носовая вихревая пелена. Профилированием носков можно добиться ликвидации ее. Первый случай соответствует кривой 1, второй — кривой 2 фиг. 7. Результаты расчетов нанесены пунктирной прямой. Отметим, что в линейной теории носовая пелена свободных вихрей не учитывается.

Автор благодарит Т. М. Музыченко и Н. Г. Лавренко, которыми были произведены расчеты примеров.

Поступило 27 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. Изд-во «Наука», 1965.
2. Белоцерковский С. М. Метод расчета коэффициентов вращательных производных и присоединенных масс тонкого крыла произвольной формы в плане. Сб. статей по аэрогидродинамике. Тр. ЦАГИ, 1964, вып. 940.
3. Белоцерковский С. М. Метод расчета воздействия порыва на произвольное тонкое крыло. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
4. Neues vom französisch-britischen Überschallverkehrsflugzeug «Concorde». Luftfahrttechnik, Raumfahrttechnik, 1964, B. 10, No. 6.