ДВИЖЕНИЕ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ

В. А. ТОМЕЛЬГАС, М. В. ФИЛИНОВ

(Москва)

В ряде случаев считается целесообразным эксплуатировать нефтяные скважины месторождения, работающего при режиме растворенного газа, при давлении ниже давления насыщения. Несмотря на то, что сопротивление движению нефти в этом случае возрастает (из-за двухфазности потока) дебит нефти может увеличиться благодаря увеличению депрессии вблизи скважины.

В связи с этим возникает следующая задача. Пусть неограниченный неоднородный пласт, заполненный вначале нефтью с растворенным в ней газом при начальном давлении p_0 выше давления насыщения p^0, начинает эксплуатироваться единичной совершенной скважиной (в плоскорадиальном случае) или галлерей (или прямолинейном движении). Дебит в обоих случаях задается таким образом, чтобы обеспечить давление на скважине ниже давления насыщения. При этом в пласте образуются две зоны с неизвестной перемещающейся границей раздела между ними. В одной из них, удаленной от скважины, будет находиться однородная нефть при давлении выше давления насыщения. В другой, прилегающей к скважине—смесь нефти и выделившегося газа. В работе рассматривается автомодельное решение указанной задачи для двух случаев движения. Закон изменения проницаемости принимается в виде

$$k_1(\sigma,\ s) = k_0 k_1(\sigma)\left(\frac{s}{h}\right)^b, \qquad k_2(\sigma,\ s) = k_0 k_2(\sigma)\left(\frac{s}{h}\right)^b \tag{1}$$

Здесь k_0 — проницаемость пласта при $s = h$, $k_2(\sigma)$ и $k_1(\sigma)$ — относительные фазовые проницаемости газа и нефти, s — соответствующая пространственная координата, σ — газонасыщенность, индексы (1) и (2) относятся соответственно к нефтяной и газовой фазам.

Напишем дифференциальные уравнения нестационарной фильтрации в неоднородном пласте в зоне нефти и зоне смеси.

Зона смеси. Уравнения неразрывности для нефти и газа имеют вид

$$\frac{\partial Q_1}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial t}[f(s)\, m\gamma_1(1-\sigma)], \qquad \frac{\partial Q_2}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial t}\{f(s)\, m\,[\sigma\gamma_{12} + \gamma_2(1-\sigma)]\} \tag{2}$$

Если предположить, что объемный вес нефти в зоне смеси подчиняется закону Гука

$$\gamma_1 \approx \gamma_0\left(1 + \frac{p-p_0}{K_1}\right) = \gamma_0\left(1 + \frac{K(p^* - p_0)}{K_1}\right) = \gamma_0[1 + \alpha(p^* - p_0)] \tag{3}$$

пористость связана с давлением линейной зависимостью

$$m = m_0\left(1 + \frac{p-p_0}{m_0K_0}\right) = m_0\left[1 + \frac{K(p^* - p_0)}{m_0K_0}\right] = m_0[1 + \beta(p^* - p^0)] \tag{4}$$

растворенный газ подчиняется закону Генри $\gamma_{12} = cp$, а выделившийся из раствора газ — идеальный и подчиняется изотермическому закону, $\gamma_2 = \lambda p$, то расходы каждой из фаз будут

$$Q_1 = -\frac{k_0 k(s)\, k_1(\sigma)}{\mu_1}\gamma_1\frac{\partial p}{\partial s} f(s) \tag{5}$$

$$Q_2 = -\left(\frac{k_2(\sigma)}{\mu_2}\gamma_2 + \frac{k_1(\sigma)}{\mu_1}\gamma_{12}\right) k_0 k_2(s)\, f(s)\frac{\partial p}{\partial s} \tag{6}$$

Подставляя выражения (3) — (6) в уравнения неразрывности (2) получим после некоторых преобразований систему из двух нелинейных уравнений в частных производных, описывающих неустановившееся движение нефти и газа в неоднородном пласте в зоне смеси

$$a\frac{\partial}{\partial s} f(s)\left\{[1 + \alpha(p_1 - 1)]\, K_1(\sigma)\left(\frac{s}{h}\right)^b \frac{\partial p_1}{\partial s}\right\} = f(s)\frac{\partial}{\partial t}\{[1 + \alpha(p_1 - 1)]\,[1 + \beta(p_1 - 1)]\,(1-\sigma)\}$$

$$a\frac{\partial}{\partial s} f(s)\left\{[\mu_0 k_2(\sigma) + \varkappa k_1(\sigma)]\left(\frac{s}{h}\right)^b p_1\frac{\partial p_1}{\partial s}\right\} = f(s)\frac{\partial}{\partial t}\{[1 + \beta(p_1 - 1)]\, p_1[(1-\varkappa)\sigma + \varkappa]\} \tag{7}$$

$$a = \frac{k_0 p_0}{m\mu_1}, \quad \mu_0 = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \varkappa = \frac{\lambda}{c}, \quad \alpha = \frac{p_0}{K_1} \quad \beta = \frac{p_0}{m_0 K_0} \tag{8}$$

Здесь, кроме введенных обозначений, μ_2 и μ_1 — вязкости газа и нефти, K_0 и K_1 — модули упругости пористой среды и нефти, γ_2 и γ_1 — удельные веса газа и нефти, m — пористость, c и λ — коэффициенты. В нефтяной зоне уравнение движения будет

$$a\frac{\partial}{\partial s}\left[f(s)\left(\frac{s}{h}\right)^b\frac{\partial p_2}{\partial s}\right]=f(s)\frac{\partial p_2}{\partial s} \tag{9}$$

Требуется найти давление p_1 и насыщенность σ в области смеси и давление p_2 в нефтяной области, удовлетворяющие дифференциальным уравнениям (8) и (9) при следующих начальном и граничных условиях

$$\sigma(0,\ t)=\sigma_0,\qquad p(\infty,\ t)=p_0,\qquad \sigma(\infty,\ t)=0$$

$$Q=-\left(\frac{k_1(\sigma)}{\mu_1}f(s)\frac{\partial p_1}{\partial s}\right)_{s-0}=At^d \tag{10}$$

На подвижной границе раздела зон

$$p_1(s_0,\ t)=p_2(s_0,\ t)=p^0,\qquad \sigma(s_0,\ t)=0,\qquad \frac{\partial p_1(s_0,\ t)}{\partial s}=\frac{\partial p_2(s_0,\ t)}{\partial s} \tag{11}$$

Замена переменных вида

$$\xi=\left(\frac{sh^{b\gamma}}{(at)^\gamma}\right)^{n+1}\qquad \gamma=\frac{1}{2-b} \tag{12}$$

переводит уравнения (7) и (9) в обыкновенные дифференциальные уравнения, а именно, в зоне смеси: (13)

$$[1+\alpha(p_1-1)]k_1(\sigma)(n+1)\xi\frac{dy}{d\xi}+\{[1+\alpha(p_1-1)]k'(\sigma)(n+1)\xi y-$$

$$-[1+\alpha(p_1-1)][1+\beta(p_1-1)]\gamma\xi^g\}\frac{d\sigma}{d\xi}=-\gamma\xi^g y(1-\sigma)\{\alpha[1+\beta(p_1-1)]+$$

$$+\beta[1+\alpha(p_1-1)]\}-\alpha k_1(\sigma)(n+1)\xi y^2-y[1+\alpha(p_1-1)]k_1(\sigma)(b+2n)$$

$$(n+1)(\mu_0k_2+\varkappa k_1)p_1\xi\frac{dy}{d\xi}+\{(\mu_0k_2'+\varkappa k_1')(n+1)\xi y-\gamma\xi^g\varkappa[1+\beta(p_1-1)]\}p_1\frac{d\sigma}{d\xi}=$$

$$=-\gamma\xi^g[(1-\varkappa)\sigma-\varkappa]\{\beta p_1+[1+\beta(p_1-1)]\}y-(\mu_0k_2+\varkappa k_1)(n+1)\xi y^2-$$

$$-yp_1(\mu_0k_2+\varkappa k_1)(b+2n)$$

$$\frac{dp_1}{d\xi}=y,\qquad g=\frac{2-b}{n+1}$$

в водяной зоне $\xi_0<\xi<\infty$

$$\frac{d^2p_2}{d\xi^2}+\frac{1}{n+1}\frac{dp_2}{d\xi}\left(\frac{2n+b}{\xi}+\gamma\xi^{g-1}\right)=0 \tag{14}$$

Решением уравнения (14) будет

$$p_2(\xi)=C_3\int_\xi^\infty\exp(-\gamma^2\xi^g)\cdot\xi^{-g_1}d\xi+C_4\qquad g_1=\frac{2n+b}{n+1} \tag{15}$$

Произвольные постоянные C_3 и C_4 определятся из последнего условия (10) и первого условия (11), подставляя их в (15), получим

$$p_2(\xi)=p_0-(p_0-p^0)\left[\int_\xi^\infty\exp(-\gamma^2\xi^g)\,\xi^{g_1}d\xi\right]\left[\int_{\xi_0}^\infty\exp(-\gamma^2\xi^g)\,\xi^{g_1}d\xi\right]^{-1} \tag{16}$$

Здесь ξ_0 — автомодельная постоянная координата границы раздела.

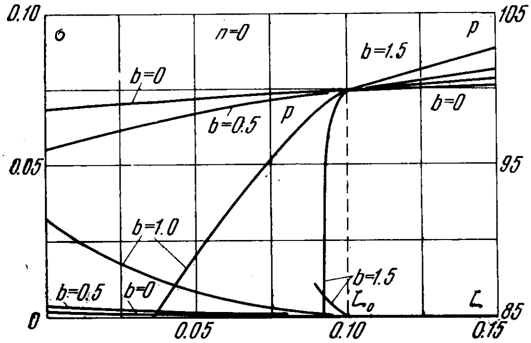
Из (16) можно для заданного значения ξ_0 построить распределение давления в водяной зоне $\xi_0<\xi<\infty$.

Распределение давления и насыщенности в зоне смеси можно определить, интегрируя систему (13), для чего необходимо знать условия на границе раздела, которые являются начальными условиями для численного интегрирования. Определим их. Из условий (11) соответственно имеем

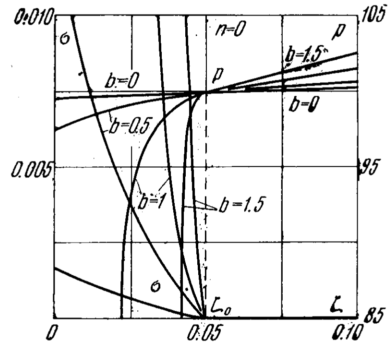
$$p_1(\xi_0)=p_0,\qquad \sigma(\xi_0)=0$$

$$\left(\frac{dp_1}{d\xi}\right)_{\xi=\xi_0}=(p_0-p^0)\,[\xi_0^{-g_1}\exp(-\gamma^2\xi_0{}^g)]\left[\int_{\xi_0}^\infty\xi^{-g_1}\exp(-\gamma^2\xi^g)\,d\xi\right]^{-1} \tag{17}$$

Условия (17) позволяют построить, варьируя значениями ξ_0, серии кривых $p_1(\xi)$ и $\sigma(\xi)$ для системы уравнений (13). Среди этой серии найдется кривая, отвечающая заданным значениям σ_0 и Q на скважине. Подобный способ перенесения граничных условий на подвижную границу раздела был использован в работах [1-3] и отличается от способов решения задач подобного рода в других работах.



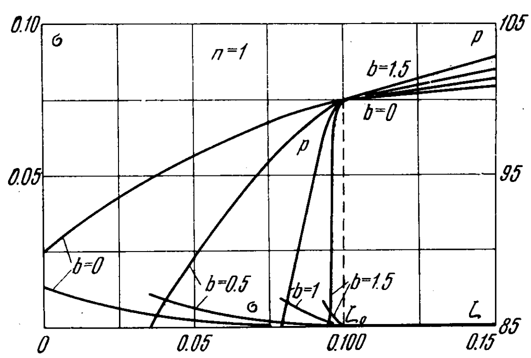
Фиг. 1



Фиг. 2

Система уравнений (8)—(9) и подстановка (12) дают в наиболее общей форме различные случаи простейших форм геометрических потоков.

При $n = 0$ получим систему уравнений для прямолинейно-параллельного движения в неоднородном пласте.



Фиг. 3

При $n = 1$ — систему уравнений для плоскорадиального течения к единичной центрально расположенной скважине.

Получающиеся при этом системы обыкновенных дифференциальных уравнений интегрировались методом Рунге — Кутта на электронной вычислительной машине БЭСМ-2 ВУ АН СССР.

Числовые значения физических величин, входящих в уравнения принимались следующие $p^0 = 100$ *ат*, $p_0 = 105$ *ат*, $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$, $m_0 = 0.2$, $\varkappa = 0.5$, $b = 0.0,\ 1.0,\ 1.5$.

Относительные фазовые проницаемости взяты равными

$$k_1(\sigma) = \left(\frac{0.8-\sigma}{0.8}\right)^{3,5}, \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant 0.8; \qquad k_2(\sigma) = 0, \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant 1$$

$$k_1(\sigma) = 0, \quad 0.8 \leqslant \sigma \leqslant 1; \qquad k_2(\sigma) = \left(\frac{\sigma-0.1}{0.9}\right)(4-3\sigma)\ 0.1 \leqslant \sigma \leqslant 1$$

Результаты расчетов для $n = 0$ и $n = 1$ представлены на фиг. 1, 2. В расчетах принималось $\xi_0 = 0{,}05$; $0{,}10$ параметром кривых служили различные значения b, характеризующие неоднородность пласта.

Расчеты для случая $n = 1$ представлены на фиг. 3 для $\xi_0 = 0{,}05$. Параметром кривых также является величина b.

Результаты расчетов показывают, что распределение давления и насыщенности по пласту при движении газированной жидкости в неоднородном пласте значительно отличается от аналогичного распределения в случае однородного пласта [3].

Поступило 21 IV 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Филинов М. В. Осесимметричная задача о нагнетании газа в водоемный пласт. ПМТФ, 1961, № 4.
2. Филинов М. В. О вытеснении воды газом в неоднородном пласте. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 2.
3. Томельгас В. А. Движение газированной нефти в неограниченном пласте, в скрытом одной скважиной. Изв. высш. учебн. завед. Нефть и газ, 1965, № 5.