

ЗАДАЧА О СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ НИЖНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА

С. М. ТЕР-МИНАСЯНЦ (Москва)

В постановке задачи не сделано предположений о малости угла атаки; возникающий под нижней поверхностью крыла присоединенный пространственный скачок уплотнения может иметь произвольную интенсивность, а по форме предполагается мало отличающимся от плоского; допускается конечный угол скольжения. Рассматривается линейное сверхзвуковое коническое течение, реализующееся, за отсутствием характерного линейного размера, в части пространства, ограниченной скачком, плоскостью крыла и поверхностью конуса возмущений с вершиной в точке излома сверхзвуковой передней кромки и представляющее собой возмущение однородного потока за плоской ударной волной.

Исучаемая задача сводится к однородной краевой задаче Гильберта для аналитической функции комплексного переменного, действительная и мнимая части которой суть частные производные искомого возмущения давления по автомодельным координатам.

В решении краевой задачи обобщается на случай несимметричной области эффективный метод Лайтхилла, развитый им применительно к задачам дифракции [1, 2].

Частный случай гиперзвукового обтекания треугольного крыла без скольжения исследован в работе Мэлмута [3]; автор получает задачу, рассмотренную Лайтхиллом в работе [2] и выписывает решение, содержащееся в этой работе.

1. Основные параметры течения. Угол ε между примыкающими к передним кромкам плоскими участками поверхности скачка уплотнения есть малый параметр задачи. Он связан непрерывной зависимостью

$$\cos \chi = \sin \delta_- \sin \delta_+ \cos 2\varepsilon + \cos \delta_+ \cos \delta_-$$

(δ_- — угол между плоскостью крыла и плоскостью присоединенного к нему скачка уплотнения у левой передней кромки, δ_+ — то же для правой передней кромки) с углом 2χ излома передней кромки и стремится к нулю при $\chi \rightarrow 0$, ибо при этом $\delta_- = \delta_+ \rightarrow 0$. Очевидно поэтому, что излагаемая постановка задачи правомочна не только в случае гиперзвукового обтекания крыла; при малых углах стреловидности она остается в силе для любой сверхзвуковой скорости набегающего потока, допускающей присоединенный скачок уплотнения.

Основное скользкое крыло определим как получающееся из рассматриваемого спрямлением передних кромок путем поворота их на одинаковые углы в противоположных направлениях. Скольжение полагаем таким, что в плане основное крыло повернуто по сравнению с нескользким крылом на острый угол по часовой стрелке.

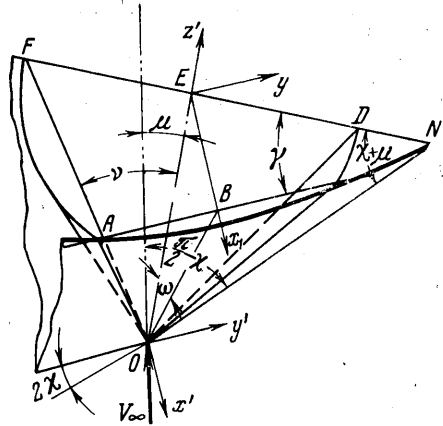
Параметры однородных потоков, примыкающих к возмущенной области, можно получить, линеаризуя соотношения, определяющие течение у основного скользкого крыла; однако получающиеся громоздкие формулы здесь опущены, ибо всегда возможно повторение расчетов по исходным нелинейным соотношениям и с использованием явных формул Бриггса [4] для угла наклона косоугольного скачка уплотнения.

Картина сверхзвукового обтекания бесконечной скользкой плоской пластинки под конечным углом атаки описана в работе Бабаева [5]. Невозмущенный поток газа, проходя косо скачок уплотнения, повернется на угол атаки α в плоскости, перпендикулярной к крылу и на некоторый угол μ в плоскости крыла. Угол μ и величину V скорости газав области между крылом и скачком уплотнения можно легко определить, используя формулы (8) работы [5]

$$\mu = \frac{\pi}{2} - \chi - \arctg \left[\frac{\cos \gamma_1 \operatorname{tg} \beta}{\cos(\gamma_1 - \alpha_1)} \right], \quad V = V_\infty \left(1 - \sin^2 \beta \left[1 - \frac{\cos^2 \gamma}{\cos^2(\gamma_1 - \alpha_1)} \right] \right)^{1/2}$$

$$\alpha_1 = \arctg(\operatorname{tg} \alpha \sec \chi), \quad \beta = \arccos(\cos \alpha \sin \chi)$$

Здесь β — угол между направлением скорости невозмущенного потока (фигура работы [5]) и передней кромкой, α_1 — угол между плоскостью крыла и плоскостью, проходящей через переднюю кромку параллельно невозмущенному потоку, γ_1 — угол



между этой плоскостью и плоскостью скачка уплотнения, V_∞ — скорость невозмущенного потока. Угол γ_1 определяется через α_1 и M_∞ — число M невозмущенного потока по формулам Бриггса [4], где вместо M следует полагать $M_\infty \sin \beta$. В работе [6] приведено семейство кривых $\alpha = \alpha(\chi)$ с параметром M_∞ , указывающих максимальные значения величин, допускающие присоединенный скачок уплотнения. Скорости газа V и скорости звука a соответствует конус возмущений с углом $\nu = \arcsin(a/V)$ наклона образующей к лежащей в плоскости крыла его оси; эта ось составляет с плоскостью невозмущенного скачка уплотнения угол

$$\omega = \arcsin [\operatorname{ctg}(\chi + \mu) \sin \gamma]$$

Изображенная на фиг. 1 плоскость $ABCNDEF$, перпендикулярная оси упомянутого конуса возмущений и отстоящая от точки O излома передней кромки на расстоянии OE равном $\operatorname{ctg} \nu$, пересекается с плоскостями скачка уплотнения и крыла по прямым, составляющим между собой угол

$$\gamma = \arcsin [\operatorname{tg}(\gamma_1 - \alpha_1) \sin(\chi + \mu)]$$

2. Постановка задачи. Введем в плоскости $ABCNDEF$ систему декартовых координат, пометив ее начало в точке E , где она пересекается с осью конуса возмущений и направив ось x перпендикулярно, а ось y — параллельно линии пересечения этой плоскости с плоскостью ударного фронта основного течения. Эти координаты, позволяющие полностью описать изучаемое коническое течение, можно считать полученными по формулам

$$x = x' / z' \operatorname{tg} \nu, \quad y = y' / z' \operatorname{tg} \nu \quad (2.1)$$

из физических координат x', y', z' , имеющих началом точку O , направлением оси z' — ось конуса возмущений, а оси x', y' — параллельными осям x, y . В указанной плоскости область неоднородного потока ограничена отрезком прямой DEF , лежащей в плоскости крыла, участком линии AC , принадлежащей ударному фронту и дугами AC и CD единичной окружности, получаемой в сечении конуса возмущений.

Известно [6], что уравнения пространственного стационарного движения идеального газа после их линеаризации, введения переменных (2.1) и преобразования радиусов-векторов

$$r = 2R / (1 + R^2), \quad x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta \quad (2.2)$$

сводятся к уравнению Лапласа для возмущения давления.

В координатах x, y возмущенный ударный фронт может быть представлен уравнением

$$x \operatorname{tg} \nu - \operatorname{tg} \omega - \epsilon f(y) \sec \omega = 0,$$

используя которое в процессе линеаризации законов сохранения применительно к этому фронту [1, 6] для возмущений компонент скорости и давления, отнесенных соответственно к V_∞ и давлению перед ударной волной p_∞ , можно получить выражения

$$u = \frac{2}{\kappa + 1} \frac{\cos \omega}{M_\infty^2 S^2} [(M_\infty^2 S^2 + 1) \sqrt{1 - S^2} \cos \omega - (M_\infty^2 S^2 - 1) S \sin \omega] (f - yf') \epsilon \quad (2.3)$$

$$v = -\frac{2}{\kappa + 1} \frac{\operatorname{ctg} \nu}{M_\infty^2 S} (M_\infty^2 S^2 - 1) f' \epsilon, \quad p = \frac{4\kappa}{\kappa + 1} M_\infty^2 S \sqrt{1 - S^2} \cos \omega (f - yf') \epsilon$$

Здесь $S = \sin \beta \sin \gamma_1$, κ — показатель адиабаты. Эти выражения в силу линейности сносятся со слабоискривленного фронта на отрезок прямой ABC ($x = m = \operatorname{tg} \omega \operatorname{ctg} \nu$), отвечающий его невозмущенному положению. Из (3.3) путем дифференцирования вдоль фронта с использованием линеаризованных уравнений движения и исключения u и v получаются условия для одного только возмущения давления p в виде [1]

$$\frac{\partial p}{\partial x} \bigg/ \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{(A + m)y - Bm}{1 - m^2}, \quad \frac{B}{y} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$A = \frac{(M_\infty^2 S^2 + 1) \sqrt{1 - S^2} \cos \omega - (M_\infty^2 S^2 - 1) S \sin \omega}{2\kappa M_\infty^4 S^3 \sqrt{1 - S^2}}$$

$$B = \frac{\operatorname{ctg} \nu (M_\infty^2 S^2 - 1) \sec \omega}{2\kappa M_\infty^4 S^2 \sqrt{1 - S^2}} \quad (2.5)$$

Второе из соотношений (2.4) не является условием, которое должно выполняться в каждой точке границы; оно будет использовано ниже для нормировки решения. Хорда ABC — единственный элемент границы возмущенной области, деформируемый преобразованием (2.2); она переходит при этом в дугу окружности $2R \cos \theta = m(1 + R^2)$, пересекающей ортогонально в точках $\theta = \pm \arccos m$ единичную окружность. Опуская подробно описанную в работе [1] процедуру замены переменных в первом выражении (2.4), выпишем условие на указанной окружности — образе ударного фронта в плоскости $\zeta = R \exp i\theta$; оно имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial n} \Big/ \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{Am \operatorname{tg} \theta - B \operatorname{ctg} \theta}{\sqrt{1 - m^2 \sec^2 \theta}} \quad (2.6)$$

Здесь n и s — координаты вдоль нормали и касательной к этой окружности. Интегрированием по y второе соотношение (2.4) при помощи второго соотношения (2.3) и второго соотношения (2.5) можно записать в виде условия

$$\int_{-m_1}^{m_1} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{y} = - \frac{4\kappa}{\kappa + 1} M_\infty^2 S \sqrt{1 - S^2} \cos \omega (\gamma' - \gamma'') \quad (2.7)$$

Здесь γ' и γ'' суть возмущения угла γ в боковых областях однородных потоков для правого и левого полукрыльев, $m_1 = \sqrt{1 - m^2}$.

На дугах AF и CD единичной окружности, при переходе через которые давление непрерывно, возмущения давления p' и p'' будут равны соответственно таковым в однородных потоках скользящих крыльев при переходе от основного крыла к истинному. На поверхности крыла в случае линейной автомодельной задачи имеем условие $\partial p / \partial n = 0$.

3. Сведение к краевой задаче Гильберта. Отобразим деформированный преобразованием (2.2) криволинейный четырехугольник с ортогонально пересекающимися сторонами (образ возмущенной области в плоскости ζ) посредством функции

$$z = \ln \frac{\xi - i \exp i [\arccos(1/h) - \gamma]}{\xi - \exp i [\arcsin(1/h) - \gamma]} - i \arccos \frac{1}{h}, \quad h = \frac{\operatorname{ctg} \nu \operatorname{tg} \omega}{\sin \gamma} \quad (3.1)$$

конформно на прямоугольник

$$0 < \sigma < l, \quad 0 < \tau < \pi, \quad l = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \operatorname{tg} \gamma \sqrt{h^2 - 1}}{1 - \operatorname{tg} \gamma \sqrt{h^2 - 1}} \quad (3.2)$$

плоскости $z = \sigma + i\tau$. Образом диаметра DEF , лежащего в плоскости крыла, при этом оказывается отрезок $0 < \tau < \pi$ мнимой оси; дуги единичной окружности AF и CD переходят в горизонтальные стороны $0 < \sigma < l$, $\tau = 0$ и $\tau = \pi$, а ударному фронту ABC соответствует правая вертикальная сторона $\sigma = l$, $0 < \tau < \pi$. На всех элементах границы, кроме стороны ABC , в силу конформности (3.1), условия не изменятся, а на этой стороне по той же причине условие можно получить, проследив за изменением лишь правой части (2.6) при преобразовании (3.1). Положив $\sigma = l$ и обращая это преобразование, получим вдоль образа ударного фронта зависимость

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{g}{h \operatorname{tg} \gamma} \frac{g - h \cos \tau}{h - g \cos \tau}, \quad g = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{ctg}^2 \nu \operatorname{tg}^2 \omega}}{\cos \gamma} \quad (3.3)$$

Подставив (3.3) в (2.13), получим краевое условие на ABC

$$\frac{\partial p / \partial \tau}{\partial p / \partial \sigma} = b(\tau) = \frac{P(\tau)}{Q(\tau)} = \frac{\operatorname{tg} \gamma g^2 h \sqrt{h^2 - 1} (g - h \cos \tau) \sin \tau}{m A g^2 (g - h \cos \tau)^2 - B h^2 \operatorname{tg}^2 \gamma (h - g \cos \tau)^2} \quad (3.4)$$

Это соотношение вместе с уравнением $\Delta p = 0$ внутри области (3.2) и условиями $\partial p / \partial n = 0$ на DEF , $p = p'$ на AF и $p = p''$ на CD определяет постановку смешанной краевой задачи для искомой в прямоугольнике (3.2) функции p .

Последние два условия — на AF и CD — можно записать в виде $\partial p / \partial s = 0$; так как на этих участках границы $\partial p / \partial s = \partial p / \partial \sigma$, а $\partial p / \partial n = \partial p / \partial \tau$ и $\partial p / \partial s = \partial p / \partial \tau$ на сторонах DEF и ABC , то, представив (3.4) в форме $P(\tau) (\partial p / \partial \sigma) - Q(\tau) (\partial p / \partial \tau) = 0$ и полагая $P = 1$ и $Q = 0$ на $CDEFA$, получим значения коэффициентов P и Q краевого условия однородной задачи Гильберта [7, 8] для аналитической в прямоугольнике (3.2) функции

$$\Gamma(z) = \partial p / \partial \sigma - i \partial p / \partial \tau \quad (3.5)$$

на всем контуре этого прямоугольника. Если в точке A стороны ABC прямоугольника (3.2) фиксировать значение $\arg \Gamma(z)$ как нулевое, то вдоль этой стороны

$$\arg \Gamma(z) = \sum_{i=1}^4 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [E_i \operatorname{tg} \frac{1}{2} \tau]$$

$$E_{1,2,3,4} = \left(\frac{h+g}{h-g} \right)^{1/2} (D_{1,2} \pm \sqrt{D_{1,2}^2 - 1}) \quad (3.6)$$

$$D_{1,2} = \frac{1 - m^2 \pm \sqrt{(1 - m^2)^2 - 4mB[(1 - m^2)A - mB]}}{2[(1 - m^2)A - mB]}$$

изменяется от 0 до 2π . Согласно (3.4) вдоль той же стороны $\partial p / \partial \tau$ стремится к нулю при $\tau \rightarrow \pi$ со скоростью линейной функции и возрастает с ростом τ в окрестности точки C ; поэтому, имея в виду, что $\partial p / \partial \sigma = 0$ на CD , функция $\Gamma(z)$ имеет простой нуль в точке C и $\arg \Gamma(z) = \frac{3}{2}\pi$ на CD . Тем же путем находим, что $\Gamma(z)$ имеет простой нуль в точке A , и $\arg \Gamma(z) = \frac{1}{2}\pi$ на FA . На части контура (3.2), не содержащей участка ABC с его концами, должен быть еще один простой нуль функции $\Gamma(z)$. В симметричном случае обтекания крыла без скольжения, так же как и в случае рассмотренной Лайтхиллом задачи дифракции [2], в плоскости z прямая BE оказывается средней линией прямоугольника (3.2), и выполняющееся на ней условие $\partial p / \partial \tau = 0$ сразу фиксирует положение указанного простого нуля в точке E . В несимметричном случае, отходя от симметричного случая, плавным увеличением скольжения можно непрерывно смещать точку $\tau = T$ вдоль стороны DEF от ее середины в сторону какой-либо угловой точки, однако положение этого нуля $\tau = T$, а priori не известно; оно определится значениями функции p на сторонах CD и AF .

4. Решение задачи Гильберта. Следуя Лайтхиллу [2], функцию $\Gamma(z)$ будем искать в виде произведения

$$\Gamma(z) = c\Lambda(z)L(z) \quad (4.1)$$

аналитических в (3.2) функций $\Lambda(z)$ и $L(z)$, из которых первая, за вычетом 2π из ее аргумента, удовлетворяет краевому условию на ABC и имеет нулевой аргумент на остальном участке контура, а $\arg L(z)$ принимает значение 2π на ABC и, в соответствии с рассуждениями § 3, равен $\frac{3}{2}\pi$ на CD и на части стороны DEF от точки D до точки $\tau = T$, и $\frac{1}{2}\pi$ — на остальной части стороны DEF и на FA . Константы c и T подлежат определению через константы, входящие в краевые условия. Функцию $L(z)$ можно построить при помощи цепочки конформных отображений; она имеет вид

$$L(z) = \left\{ i \frac{\vartheta_2(-iz)}{\vartheta_4(-iz)} \left[\frac{\vartheta_3(-iz)}{\vartheta_2(-iz)} - \varphi(T) \right] \right\} \frac{\sqrt{k} \vartheta_2(-iz) + \vartheta_3(iz)}{\sqrt{k} \vartheta_2(-iz) - \vartheta_3(iz)} \quad (4.2)$$

Входящие сюда тэта-функции и величина k определяются [9] по затабулированным [10] значениям логарифма величины

$$q = \exp(-2l) = (1 - \operatorname{tg} \gamma \sqrt{h^2 - 1}) / (1 + \operatorname{tg} \gamma \sqrt{h^2 - 1}) \quad (4.3)$$

Первый сомножитель выражения (4.2) в частном случае симметричной задачи совпадает со значением функции L , фигурирующим в решении Лайтхилла [2]; второй сомножитель этого выражения в любом случае имеет аргумент, равный π — на ABC и нулю — на остальном участке контура.

Построение функции $\Lambda(z)$ основано на том, что ряд синусов Фурье заданного на интервале $0 < \tau < \pi$ аргумента функции (3.5), уменьшенного на 2π

$$-\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \left(4 - \sum_{i=1}^4 F_i^n \right) \sin n\tau, \quad F_i = \frac{E_i - 1}{E_i + 1} \quad (4.4)$$

будет мнимой частью логарифма функции $\Lambda(z)$ при $z = l + i\tau$, $0 < \tau < \pi$, если положить

$$\Lambda(z) = \exp \left[- \sum_{n=1}^{\infty} \left(4 - \sum_{i=1}^4 F_i^n \right) \frac{\operatorname{ch} nz}{\operatorname{sh} nl} \right] \quad (4.5)$$

Для определения констант c и T используем нормировочное условие (2.7), преобразовав входящий в его левую часть интеграл к переменной интегрирования τ с уче-

том того, что, согласно (3.3)

$$y = m \operatorname{tg} \theta = \sqrt{1 - m^2} (g - h \cos \tau) / (h - g \cos \tau) \quad (4.6)$$

и то обстоятельство, что в несимметричном случае вдоль образа ударного фронта ($z = l + i\tau$)

$$\int_0^\pi \frac{\partial p}{\partial \tau} d\tau = p'' - p' = c_2 \quad (4.7)$$

Входящая в каждое из этих условий производная давления по τ определяется следующим образом [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(l + i\tau)}{\partial \tau} &= \operatorname{Im} \Gamma(l + i\tau) = -cL(l + i\tau) |\Lambda(l + i\tau)| \sin \operatorname{arc} \operatorname{tg} b(\tau) \\ L(l + i\tau) &= \frac{\vartheta_2(T) \vartheta_3(\tau) [\vartheta_2(\tau) - \vartheta_3(T)]}{\vartheta_4(T) \vartheta_1(\tau) [\vartheta_3(\tau) - \vartheta_2(T)]} \frac{\sqrt{k} \vartheta_3(\tau) + \vartheta_2(\tau)}{\sqrt{k} \vartheta_3(\tau) - \vartheta_2(\tau)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

выражение $|\Lambda(l + i\tau)|$ представляется экспонентой медленно сходящегося ряда

$$- \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \left(4 - \sum_{i=1}^4 F_i^n \right) \operatorname{cth} nl \cos n\tau$$

Следуя Лайтхиллу, можно, представив его сначала (путем разложения в ряд Тейлора величины $\operatorname{cth} nl = (1 + q^n)(1 - q^n)$) как двойной и меняя затем порядок сложения, опираясь на формулу [2, 11]

$$- 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Xi^n \cos n\pi}{n} = \ln(1 - 2\Xi \cos \tau + \Xi^2)$$

просуммировать ряды, отвечающие каждому члену упомянутого разложения величины $\operatorname{cth} nl$ и получить таким образом представление $|\Lambda(l + i\tau)|$ в виде быстро сходящегося бесконечного произведения

$$|\Lambda(l + i\tau)| = \prod_{n=0}^{\infty} \left[(1 - 2q^n \cos \tau + q^{2n}) \prod_{i=1}^4 \left[(1 - 2q^n F_i \cos \tau + q^{2n} F_i^2 J^{-1}) \right] \right] \quad (4.9)$$

Символ Π' обозначает, что первый сомножитель есть квадратный корень из выражения, стоящего в квадратной скобке при $n = 0$.

Соотношения (2.7) и (4.7) приводят к системе линейных уравнений для величин, решение которых определяет искомые константы

$$\varphi(T) = \frac{\sqrt{1 - m^2 c_1 J_3 - c_2 J_1}}{\sqrt{1 - m^2 c_1 J_4 - c_2 J_2}}, \quad c = \frac{\sqrt{1 - m^2 c_1 J_4 - c_2 J_2}}{J_2 J_3 - J_1 J_4} \quad (4.10)$$

Точка T принадлежит одной из сторон DF , AC , EA или CD контура (3.2); значения $\varphi(T)$ равны соответственно $\vartheta_2(T, q) / \vartheta_3(T, q)$, $\vartheta_3(T, q) / \vartheta_2(T, q)$, $\pm \vartheta_4(T, q) / \vartheta_3(T, q)$.

Здесь

$$\begin{aligned} I_1 &= \sqrt{1 - m^2} \int_0^\pi \vartheta_3(\tau) \frac{(\tau) W(\tau)}{y(\tau)} d\tau, & I_3 &= \int_0^\pi \vartheta_3(\tau) W(\tau) d\tau \\ I_2 &= \sqrt{1 - m^2} \int_0^\pi \vartheta_3(\tau) \frac{(\tau) W(\tau)}{y(\tau)} d\tau, & I_4 &= \int_0^\pi \vartheta_2(\tau) W(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$W(\tau) = \frac{b(\tau)}{\sqrt{b^2(\tau) + 1}} \frac{1}{\vartheta_1(\tau)} \frac{\sqrt{k} \vartheta_3(\tau) + \vartheta_2(\tau)}{\sqrt{k} \vartheta_3(\tau) - \vartheta_2(\tau)} |\Lambda(l + i\tau)|$$

Постоянные I_1, I_2, I_3, I_4 могут быть найдены путем численного интегрирования: K — полный эллиптический интеграл первого рода с модулем k [10].

5. Распределение давления. Давление p в любой внутренней точке прямоугольника (3.2) находится интегрированием полного дифференциала, образуемого частными производными, доставляемыми разделением действительной и мнимой частей (4.1). В частности, для распределения давления на стороне DF — образе поверхности крыла — тем же путем, что и выше для образа ударного фронта, получим

$$p = \int_0^{\tau} \frac{\partial p}{\partial \tau} d\tau = -c \int_0^{\tau} \text{Im}(i\tau) \Lambda(i\tau) d\tau$$

действительные функции $\Lambda(i\tau)$ и $\text{Im}(i\tau)$ даются соотношениями

$$\Lambda(i\tau) = \prod_{n=0}^{\infty} \left[(1 - 2\sqrt{q^{2n+1}} \cos \tau + q^{2n+1})^4 / \prod_{i=1}^4 (1 - 2\sqrt{q^{2n+1}} F_i \cos \tau + q^{2n+1} F_i^2)^{-1} \right]$$

$$\text{Im} L(i\tau) = \frac{\vartheta_2(\tau) - \varphi(T) \vartheta_3(\tau)}{\vartheta_4(\tau)} \frac{\sqrt{k} \vartheta_2(\tau) + \vartheta_3(\tau)}{\sqrt{k} \vartheta_2(\tau) - \vartheta_3(\tau)}$$

В плоскости xy координата r какой-либо точки поверхности крыла связана с координатой τ зависимостью $r = |(h \cos \tau - 1) / (h - \cos \tau)|$ и откладывается от точки E на фигуру в сторону точки N при $\tau > \arccos h^{-1}$ и в противоположную сторону — в случае противоположного знака неравенства.

Поступило 24 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. L i g h t h i l l M. J. The diffraction of blast. I. Proc. Royal Soc. A., 1949, vol. 198, No. 1055.
2. L i g h t h i l l M. J. The diffraction of blast 2, Proc. Roy. Soc. A., 1950, vol. 200, p. 554—565.
3. M a l m u t h N. D. Hypersonic Flow over a Delta Wing of Moderate Aspect Ratio, AIAA J., 1966, vol. 4, No. 3.
4. B r i g g s J. L. Comment on Calculation of Oblige Shock Waves. AJAA J., 1964, vol. 2, No. 5.
5. Б а б а е в Д. А. Численное решение задачи обтекания нижней поверхности треугольного крыла сверхзвуковым потоком. Ж. Вычислит. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 6.
6. К о ч и н Н. Е. Теоретическая гидромеханика, т. 2. М.—Л., Гостехиздат, 1948.
7. М у с х е л и ш в и л и Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Изд. 2-е, М., Физматгиз, 1962.
8. Г а х о в Ф. Д. Краевые задачи. Изд. 2-е. М., Физматгиз, 1963.
9. У и т т е к е р Э. Т., В а т с о н Д. Н. Курс современного анализа, т. 2. Изд. 2-е, М., Физматгиз, 1963.
10. С и к о р с к и й Ю. С. Элементы теории эллиптических функций. М.—Л., ОНТИ, 1936.
11. Г р а д ш т е й н И. С., Р ы ж и к И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. 4-е, М., Физматгиз, 1963.

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ЭЛЛИпсоидах ВРАЩЕНИЯ

В. А. БАШКИН, Н. П. КОЛИНА

(Москва)

Приведены результаты теоретического исследования ламинарного пограничного слоя на эллипсоидах вращения, обтекаемых сверхзвуковым потоком совершенного газа при нулевом угле атаки, в достаточно широком диапазоне изменения характеристических параметров: $M_{\infty} = 3-10$, $\delta = b/a = 0.5-4$, $H_{1w} = 0.05-0.75$.

Установлено, что при коэффициенте эллиптичности $\delta < 2.0$ максимум местного потока тепла имеет место в окрестности передней критической точки, а при $\delta \geq 2.0$ его положение смещается вниз по потоку от критической точки.

Для уменьшения тепловых потоков вершина и передние кромки гиперзвуковых летательных аппаратов имеют более или менее заметное затупление, формой которого в большинстве случаев является сегмент сферы или кругового цилиндра.