

сти которых расположены по потоку. Расчет выполнен для случая регулярного взаимодействия при  $\gamma_1 = 15^{\circ}20'$ ,  $\alpha = 36^\circ$ ,  $\pi/n = 30^\circ$ ,  $M_\infty = \infty$ . В этом примере геометрия обеих крыльев выбрана одинаковой, а угол скоса верхнего крыла в плоскости  $x = 1$  принят равным  $30^\circ$ . Аэродинамическое качество биплана, равное 3.18, значительно превышает максимальное качество эквивалентного по объему и длине эллиптического конуса.

Оценка влияния трения при  $c_t = 2 \cdot 10^{-3}$  показала, что происходит уменьшение качества биплана примерно на 20%.

Поступило 15 X 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

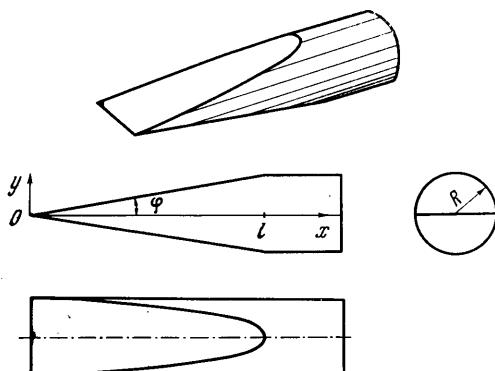
- Майкапар Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1959, т. 23, вып. 2.
- Гонор А. Л. Точное решение задачи обтекания некоторых пространственных тел сверхзвуковым потоком газа. ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.
- Курант Р. и Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. Изд. иностр. лит., 1950.

#### НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ НОСОВЫЕ ЧАСТИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ, ОБЛАДАЮЩИЕ МИНИМАЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ ДАВЛЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ ПОЛЕТА

Л. Е. ВАСИЛЬЕВ

(Москва)

Изучению влияния формы носовых частей тел вращения на их аэродинамические характеристики посвящен ряд теоретических и экспериментальных исследований. Предметом некоторых работ было отыскание тел минимального сопротивления при различных ограничениях их геометрии. К таким телам относятся прежде всего известные тела Сирса — Хаака и Кармана. В работе [1] найдены пять различных форм носовых частей, обладающих минимальным сопротивлением давления при больших сверхзвуковых скоростях. Все эти тела являются осесимметричными.



Фиг. 1

зана простейшая форма носовой части такого типа для случая, когда указанные цилиндрические поверхности являются наклонными плоскостями. Такая форма носовой части тела вращения была исследована экспериментально Г. И. Майкапаром и Г. Т. Саядяном.

Пользуясь известной формулой Ньютона для коэффициента давления

$$C_p = 2 \sin^2 \delta \quad (1)$$

можно определить коэффициент сопротивления давления установленной под нуле-

В работах Г. И. Майкапара показано, что осесимметричная форма удлиненных тел не является оптимальной и что применение специальных неосесимметричных форм попечерных сечений может привести к заметному снижению волнового сопротивления таких тел при больших сверхзвуковых скоростях.

В данной работе в рамках ударной теории Ньютона рассмотрен вопрос об одной из возможных неосесимметричных оптимальных форм носовой части тела вращения, образованной пересечением поверхности этого тела вращения цилиндрическими поверхностями, имеющими горизонтальные (или вертикальные) образующие, перпендикулярные направлению набегающего потока.

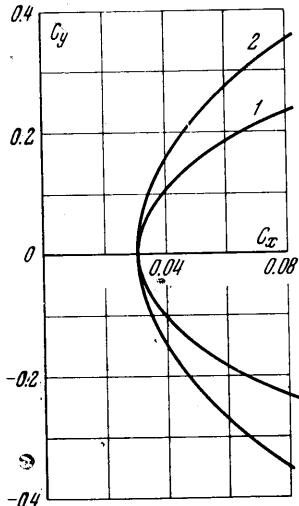
В качестве примера на фиг. 1 пока-

вым углом атаки неосесимметричной носовой части тела вращения рассматриваемого класса

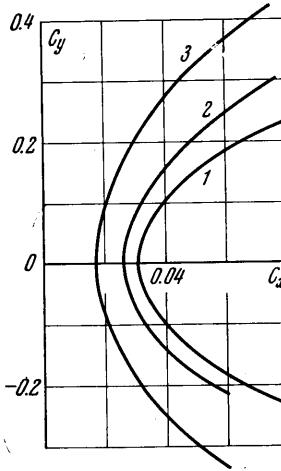
$$C_x = \frac{8}{\pi R^2} \int_0^l V \bar{R}^2 - y^2 \frac{y'^3}{1+y'^2} dx \quad (2)$$

где  $l$  — длина носовой части, а  $R$  — радиус поперечного сечения тела вращения.

Рассмотрим простейший случай, когда носовая часть образована пересечением поверхности тела вращения двумя наклонными плоскостями. В этом случае  $y = x \operatorname{tg} \varphi$ ;  $y' = dy / dx = \operatorname{tg} \varphi$ , где  $\varphi$  — угол наклона указанных плоскостей, и  $C_x^0 = 2 \sin^3 \varphi$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

Таким образом, согласно ударной теории Ньютона, оказывается, что рассмотренная носовая часть имеет такой же коэффициент сопротивления давления, что и конус с полууглом при вершине  $\varphi$ . В то же время при одинаковых значениях  $R$  и  $l$  объем рассмотренной неосесимметричной носовой части  $R^2 l$  ( $\pi = 4/3$ ) больше объема конуса  $1/3 R^2 l \pi$  примерно в 1.72 раза. К тому же, по сравнению с конусом, рассмотренная неосесимметричная носовая часть будет обладать при больших сверхзвуковых скоростях полета существенно большим максимальным аэродинамическим качеством (как без учета, так и с учетом сил поверхностного трения). В самом деле, можно показать, что при  $\varphi \geq \alpha$  коэффициент подъемной силы рассматриваемой неосесимметричной носовой части определяется согласно теории Ньютона по формуле

$$C_y = \frac{\sin^2(\alpha + \varphi) \cos(\alpha + \varphi) - \sin^2(\varphi - \alpha) \cos(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi} + \\ + \frac{2}{\pi \operatorname{tg} \varphi} \left( \frac{4}{3} - \frac{3}{8} \pi \right) \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

#### а коэффициент лобового сопротивления давления

$$C_x = \frac{\sin^3(\alpha + \varphi) + \sin^3(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi} + \frac{2}{\pi \operatorname{tg} \varphi} \left( \frac{4}{3} - \frac{3}{8} \pi \right) \sin^3 \alpha \quad (3)$$

На фиг. 2 проведено сравнение результатов расчетов поляры давления  $C_y = f(C_x)$  по формулам (3) (кривая 2) с результатами, полученными Зенгером [2] для конуса с удлинением  $\lambda = 1/2 l/R = 4$  (кривая 1). Из сравнения видно, что неосесимметричная носовая часть действительно имеет большее максимальное аэродинамическое качество, чем конус. Зенгер показал, что при равных длине и площади миделя полукононус имеет большее максимальное аэродинамическое качество по сравнению с конусом. В связи с этим целесообразно рассмотреть также аэродинамическую поляру для неосесимметричного полутела (фиг. 3). Коэффициенты подъемной силы и сопротивле-

ния давления такого полутела определяются в рамках теории Ньютона по формулам:

$$\begin{aligned} C_y &= \frac{8 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\pi \operatorname{tg}^2 \varphi} - \frac{2 \sin^2(\varphi - \alpha) \cos(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi} \\ C_x &= \frac{8 \sin^3 \alpha}{\pi \operatorname{tg} \varphi} + \frac{2 \sin^3(\varphi - \alpha)}{\sin \varphi} \end{aligned} \quad (4)$$

Результаты расчетов поляры давления для полутела по формулам (4) приведены на фиг. 3. Видно, что рассмотренное неосимметричное полутело (кривая 3) обладает большим максимальным аэродинамическим качеством, чем полуконус Зенгера (кривая 2) и конус с удлинением  $\lambda = 4$  (кривая 1). Эти примеры показывают, что определенный интерес представляет задача об определении в рассматриваемом классе неосимметричных тел оптимальной формы носовой части, обладающей при  $\alpha = 0$  минимальным сопротивлением давления при больших сверхзвуковых скоростях при заданной длине носовой части и диаметре ее основания.

Для определения оптимальной формы неосимметричной носовой части, образованной пересечением поверхности тела вращения цилиндрическими поверхностями с горизонтальными (или вертикальными) образующими, перпендикулярными направлению набегающего потока, необходимо найти такую функцию  $y = f(x)$ , для которой функционал (2) будет иметь минимальное значение при соответствующих заданных условиях. В рассматриваемом случае подынтегральная функция

$$F = \sqrt{R^2 - y^2} \frac{y'^3}{1 + y'^2}$$

не зависит от  $x$ , поэтому можно сразу записать следующее выражение для первого интеграла Эйлера:

$$\frac{y'^3 \sqrt{R^2 - y^2} (3 + y'^2)}{(1 + y'^2)^2} - \frac{y'^3 \sqrt{R^2 - y^2}}{1 + y'^2} = C$$

Отсюда

$$y^2 = R^2 - \frac{C_1 (1 + y'^2)^4}{y'^6}$$

Таким образом, задача сводится к решению [обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка]

$$Y = \pm \left[ 1 - \frac{C_1 (1 + p^2)^4}{p^6} \right]^{1/2} \quad \left( Y = \frac{y}{R}, \quad p = \frac{dy}{dx}, \quad X = \frac{x}{R} \right) \quad (5)$$

Знак плюс относится к верхней поверхности, а знак минус — к нижней поверхности. Из выражения (5) следует, что экстремаль не проходит через точку ( $y_2 = R$ ,  $x_2 = l$ ), поэтому искомая оптимальная форма тела должна иметь при  $x_2 = l$  конечные ступенчатые участки. Площадь двух сегментов, соответствующих этим участкам,

$$S = 2R^2 (\pi/2 - Y_2) \sqrt{1 - Y_2^2} - \arcsin Y_2$$

В результате коэффициент сопротивления давления рассматриваемого тела

$$C_x = \frac{8}{\pi} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - Y_2 \sqrt{1 - Y_2^2} - \arcsin Y_2 \right) + \int_0^L \sqrt{1 - Y^2} \frac{Y^3}{1 + Y^2} dX \right] \quad (6)$$

При решении вариационной задачи с одним фиксированным концом ( $X_1 = 0$ ,  $Y_1 = 0$ ) и вторым свободным концом ( $X_2 = L = l/R$ ,  $Y_2$ ) необходимо, чтобы экстремаль на свободном конце удовлетворяла так называемым естественным граничным условиям. Если граничные условия в явном виде входят в функционал

$$J = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx + \psi(y_2)$$

то естественные граничные условия [3] имеют вид

$$F_{y'} + \psi'(y)|_{x_2} = 0 \quad (7)$$

Из условия (7) для функционала (6) находим

$$Y_2' = p_2 = \pm 1 \quad (8)$$

Это означает, что экстремаль должна иметь в конечной точке  $(X_2, Y_2)$  угол наклона, равный  $45^\circ$ .

Продифференцировав выражение (5) по  $X$  и определив постоянную  $C_1$  из выражения (5), положив в нем  $Y = 0$  и  $p = p_1$ , можно получить искомое решение для оптимальной формы носовой части в параметрическом виде  $(9)$

$$Y = \pm \Psi(p), \quad \Psi(p) = \left[ 1 - \frac{p_1^6 (1 + p^2)^4}{p^6 (1 + p_1^2)^4} \right]^{1/2}$$

$$X = \int_{p_1}^p \frac{p_1^6 (1 + p^2)^3 (3 - p^2)}{(1 + p_1^2)^4 p^8 \Psi(p)} dp$$

Фиг. 4

Расчеты координат для оптимальных неосесимметричных носовых частей тела вращения при различных значениях тангенса угла наклона образующей в носке тела  $p_1$  были выполнены на быстродействующей электронной счетной машине. Результаты этих расчетов приведены на фиг. 4 в виде зависимостей  $Y = f(X_+)$ , где  $X_+ = L - X$ . Каждому значению параметра  $p_1$  соответствует носовая часть определенного удлинения  $\lambda$ . Особенностью рассмотренных оптимальных носовых частей при заданной длине тела и диаметре основания является наличие ступенчатого участка в конце носовой части, однако для тел с удлинением  $\lambda \geq 3$  относительная площадь этого ступенчатого участка становится пренебрежимо малой.

Кривые 1—4, приведенные на фиг. 4, соответствуют значениям параметра  $p_1 = 0.15, 0.10, 0.075, 0.05$ . При этом оптимальные носовые части имеют удлинения  $\lambda = 3.03, 4.55, 6.07, 9.1$ , а значения координаты  $Y_2$  равны  $0.99990, 0.999992, 0.999998, 0.999999$  соответственно.

Коэффициент сопротивления давления оптимальной неосесимметричной носовой части  $C_{x_{opt}}$  определяется по формуле:  $(10)$

$$C_{x_{opt}} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - Y_2 \sqrt{1 - Y_2^2} - \arcsin Y_2 \right) + \frac{2p_1^9}{(1 + p_1^2)^6} \int_{p_1}^1 \frac{(1 + p^2)^4 (3 - p^2)}{p^8 \Psi(p)^{1/2}} dp$$

Для ряда значений параметра  $p_1$  и соответствующих им значений  $\lambda$  получены следующие численные значения отношения  $C_{x_{opt}} / C_x^0 = C^*$ :

$p_1 =$	0.4	0.3	0.25	0.20	0.15	0.1	0.075	0.05
$\lambda =$	1.1	1.49	1.80	2.26	3.03	4.55	6.07	9.10
$C^* =$	0.939	0.937	0.934	0.929	0.922	0.910	0.900	0.885

Напомним, что коэффициент сопротивления давления  $C_x^0$  исходной неосесимметричной носовой части, образованной пересечением тела вращения наклонными плоскостями, равен коэффициенту сопротивления конуса при равных длине и диаметре основания. Из приведенных данных следует, что переход от исходной носовой части к оптимальной носовой части приводит к уменьшению коэффициента сопротивления давления.

Поступило 3 III 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Eggers A., Resnikoff M., Dennis D. Bodies of Revolution Having Minimum Drag at High Supersonic Airspeeds. NACA Report 1957, No. 1306.
2. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. Физматгиз, 1959.
3. Курант Ф., Гильберт Д. Методы математической физики, т. I, Гостехиздат, 1951.