

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ СФЕРЫ ГОРЮЧЕЙ СМЕСЬЮ ГАЗОВ**С. М. ГИЛИНСКИЙ, З. Д. ЗАПРЯНОВ, Г. Г. ЧЕРНЫЙ***(Москва)*

В последние годы возник большой интерес к задачам установившегося сверхзвукового обтекания тел горючей смесью газов с образованием детонационных волн и фронтов медленного горения. Это обусловлено, в частности, проблемой сжигания топлива в сверхзвуковом потоке воздуха.

В работе [1] решена задача о сверхзвуковом обтекании клина с присоединенной к вершине клина детонационной волной. Это решение основано на использовании полученного в работе [2] уравнения детонационной поляры — аналога ударной поляры для случая экзотермического скачка. В работе [3] дано решение задачи об обтекании конуса с присоединенной детонационной волной, а в работе [4] — решения задач о сверхзвуковом обтекании клина и конуса с образованием присоединенных адиабатических скачков уплотнения с последующим сгоранием смеси в фронтах медленного горения. В двух последних работах найдены также два различных решения задачи об обтекании точечного поджигающего источника — одно решение со сгоранием газа в детонационной волне, второе — со сгоранием газа в фронте медленного горения, которому предшествует адиабатический скачок уплотнения. Эти решения описывают две различные асимптотические картины обтекания тел воспламеняющейся смесью газов.

При экспериментальном исследовании движения сферы в горючей смеси газов [5] было обнаружено, что образующаяся перед сферой детонационная волна расщепляется на некотором удалении от тела на обычную (адиабатическую) ударную волну и фронт медленного горения. В работе [6] изложены соображения, позволяющие объяснить это явление и в некоторых случаях — заранее предсказывать его наступление.

В настоящей работе приведены примеры расчетов обтекания сферы горючей смесью газов с детонационной волной в случае, когда волна не расщепляется. Кроме того, проанализировано течение вблизи точки расщепления волны детонации для случая, когда расщепление происходит там, где скорость газа за волной больше скорости звука. Этот анализ показывает, что и в данном случае расчет течения может быть произведен без особых затруднений. Напротив, расчет течения для случая, когда точка расщепления находится в дозвуковой части течения за волной (или в области влияния дозвуковой части), представит трудности. Этот случай течения близок к задаче о сверхзвуковой струе конечной ширины, ударяющей о препятствие.

Рассмотрим осесимметричное затупленное тело, помещенное в равномерный сверхзвуковой поток горючей смеси газов. Примем, что смесь воспламеняется при прохождении через головную ударную волну и сгорает в прилегающем к ней тонком слое.

Будем предполагать, что возникающая таким образом детонационная волна бесконечно тонкая и тепловыделение при сгорании смеси одинаково во всех точках волны. Исходную смесь и продукты сгорания будем считать совершенными газами с различными показателями адиабаты γ_1 и γ_2 . В сформулированной постановке рассматриваемая задача подобна хорошо изученной задаче о сверхзвуковом обтекании тела адиабатическим потоком, и для ее решения можно использовать методы, разработанные для таких потоков. Для примера рассмотрим обтекание горючей смесью сферы и цилиндра со сферической головной частью.

Численное решение этой задачи производится в два этапа.

Первоначально рассматривается дозвуковая и трансзвуковая области (область I на фиг. 1) до некоторой конической поверхности $\theta = \theta_k$, на которой нормальная компонента скорости в каждой точке превышает местную скорость звука. Для расчета течения в этой области применяется численный метод работы [7].

Согласно этому методу, вводятся переменные ξ, θ , в которых область I превращается в прямоугольник $0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \theta \leq \theta_k$ и уравнения газовой динамики преобразуются к виду

$$\frac{\partial f_i}{\partial \xi} = F_i \left(\xi, f_i, \frac{\partial f_j}{\partial \theta} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

В качестве функций f_i выбираются радиальная и трансверсальная компоненты скорости, давление и функция тока. Далее проводится $2k + 1$ лучей $\theta = \text{const}$ в верхней и нижней меридиональных полуплоскостях и производные $\partial f_j / \partial \theta$ аппроксимируются по значениям функций во всех $2k + 1$ точках. Последнее достигается представлением функций при помощи интерполяционных полиномов. Учитывая симметрию течения по θ , эти представления для четных и нечетных функций берутся в виде

$$\begin{aligned} f_i &= \sum_{j=0}^k f_{ij}^{(0)}(\xi) \theta^{2j} \\ f_m &= \sum_{j=0}^k f_{mj}^{(0)}(\xi) \theta^{2j+1} \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение волны также задается в виде полинома по четным степеням θ . Подставляя производные $\partial f_j / \partial \theta$, полученные дифференцированием выражений (2), в систему (1) и требуя, чтобы система удовлетворялась вдоль каждого из лучей, приходим к аппроксимирующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{df_{im}}{d\xi} = F_{im}(\xi, f_{jl}) \quad (i, j = 1, 2, 3, 4; m, l = 0, 1, \dots) \quad (3)$$

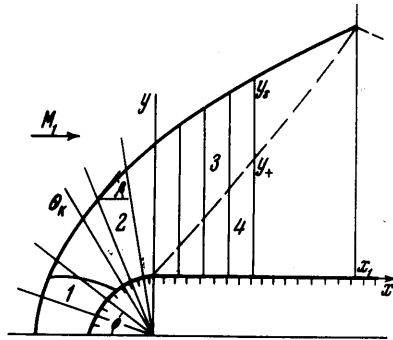
Решение краевой задачи для системы (3) с граничными условиями в узловых точках на волне и на контуре тела дает k -е приближение для параметров течения в области I .

На втором этапе производится расчет сверхзвуковой зоны течения. При этом начальными данными служат значения параметров потока на луче $\theta = \theta_k$, полученные из предыдущего решения. Метод расчета течения в этой области, изложенный в работе [8], состоит в следующем. Пусть решение известно на слое $s = s_j$ в узлах $\xi = \xi_i$ (ξ — та же переменная, что и в области I , при этом s — координата, отсчитываемая вдоль контура тела); решение на следующем слое $s_{j+1} = s_j + \Delta s$ ищется в фиксированных узлах при помощи проведения характеристик назад. При вычислении параметров в точках пересечения характеристик со слоем s_j используется интерполяция искомых функций по известным значениям их во всех узлах этого слоя

$$f_i = \sum_{j=0}^n a_{ij} \xi^j$$

В случае обтекания сферы вся сверхзвуковая зона рассчитывается по единому алгоритму, в случае цилиндра со сферической головной частью сверхзвуковая зона рассчитывается последовательно по областям (фиг. 1)

$$\begin{aligned} 2 \quad (\theta_k \leq \theta \leq 1/2\pi, \quad 0 \leq \xi \leq 1), \quad 3 \quad (0 \leq x \leq x_1, \quad y_+ \leq y \leq y_s) \\ 4 \quad (0 \leq x \leq x_1, \quad 1 \leq y \leq y_+) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$



Фиг. 1

Через y_s обозначена ордината волны, y_+ — ордината характеристической поверхности, идущей из линии сопряжения сферы с цилиндром, x_1 — абсцисса точки пересечения этой характеристики с волной. Для каждой из областей 3, 4 проводится нормировка по ξ , интерполяция осуществляется только по точкам, принадлежащим данной области. Уравнения характеристик и характеристические соотношения берутся в переменных, близких к переменным Элерса.

Некоторое усложнение расчетной схемы, по сравнению с рассмотренной в работах [7, 8], вносят соотношения на детонационной волне. Формулы, дающие явную зависимость газодинамических параметров за волной от угла β ее наклона к оси симметрии, становятся более громоздкими. Введем безразмерные переменные, отнеся линейные размеры к радиусу сферы, скорости — к максимальной скорости газа в набегающем потоке V_{\max} , плотность — к ρ_1 , давление — к $\rho_1 V_{\max}^2$, и выпишем выражение для нормальной к волне компоненты скорости

$$V_n = \frac{\Lambda_1}{\sin \beta} \left\{ \frac{\gamma_2 \sin^2 \beta}{\gamma_2 + 1} + \frac{1}{\gamma_2 + 1} \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1 M_1^2} - \left[\left(\sin^2 \beta - \frac{\gamma_2}{\gamma_1 M_1^2} \right)^2 - B \sin^2 \beta \right]^{1/2} \right) \right\} \quad (4)$$

$$B = 2(\gamma_2^2 - 1) \left[\frac{q}{2\Lambda_1^2} - \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} \right) \frac{1}{\gamma_1 M_1^2} \right], \quad \Lambda_1 = \left(\frac{(\gamma_1 - 1) M_1^2}{2 + (\gamma_1 - 1) M_1^2} \right)^{1/2}$$

Индексы 1 и 2 соответствуют состояниям газа перед волной и за ней, безразмерный параметр q характеризует тепловыделение при детонации и равен отношению подведенного к единице массы газа тепла к полному теплосодержанию того же количества несгоревшей смеси.

В случае детонации Чепмена—Жуге радикал в выражении (4) обращается в нуль. В принятой схеме расчета это приводит к затруднениям при вычислении производных вдоль скачка при приближении детонации к режиму Чепмена—Жуге, поскольку если $q \neq 0$, то производная $dV_n/d\beta \rightarrow \infty$ при $\beta \rightarrow \beta J$ (βJ — наклон волны Чепмена—Жуге). Если это происходит в области 1, то для выполнения расчетов необходима некоторая модификация схемы. Проведенные расчеты охватывали диапазон изменения параметра q , при котором переход к режиму Чепмена—Жуге происходит в областях 2 или 3. Особенность и здесь проявляется, влияя на сходимость итераций формы скачка при переходе от слоя к слою, однако путем дробления шага при приближении детонации к режиму Чепмена—Жуге удается добиться сходимости итераций.

На фиг. 2—6 представлены некоторые результаты расчетов, полученные при помощи вычислительной машины для $M_1 = 5.5$, $\gamma_1 = 1.4$, $\gamma_2 = 1.2$ и q от 0 до 1.8.

В области 1 использовалось четвертое приближение ($k = 4$), узлы интерполяции располагались равномерно, для q от 0 до 1.2 $\theta_4 = 0.9$, для q от 1.2 до 1.8 $\theta_4 = 0.95$.

Интегрирование системы уравнений (3) велось по схеме Рунге — Кутты с постоянным шагом $\Delta \xi = 0.1$.

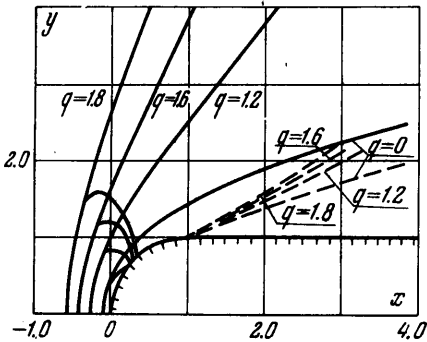
В сверхзвуковой области интерполяция на слое проводилась по восьми точкам ($n = 7$), шаг $\Delta \theta$ (Δx) варьировался в диапазоне от 0.05 до 0.02 (при приближении к режиму Жуге шаг уменьшался до 0.005).

Оценка точности расчетов производилась обычным образом. В области 1 проверялось выполнение интеграла Бернулли, закона сохранения массы в различных сечениях, степень удовлетворения граничного условия в промежуточных точках между узлами и др., в областях 2—4 точность оценивалась путем сравнения результатов, полученных с различной величиной шага $\Delta \theta$ (Δx). Точность проделанных расчетов оказалась такой же, что и для соответствующих адиабатических течений, т. е. порядка 0.5—1%.

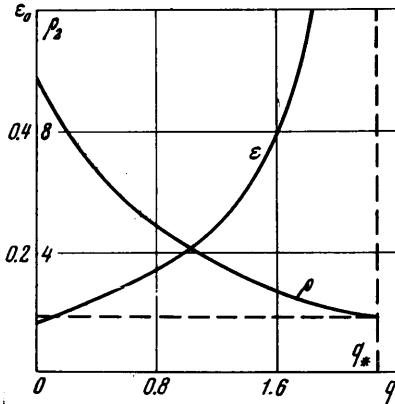
На фиг. 2 изображена картина обтекания сферы и сферы-цилиндра; пунктиром проведены характеристики, идущие из точки разрыва кривизны поверхности. Длина цилиндрического участка, на котором проводился расчет, составляет три — четыре калибра; по форме начального участка разрывной характеристики можно заключить,

что на положение изображенной на фигуре волны цилиндрический участок тела влияния не оказывает, и, за исключением небольшой области, картина на фиг. 2 соответствует обтеканию сферы.

С ростом q волна отходит от сферы вперед и распрямляется, дозвуковая область увеличивается, так что влияние тепловыделения качественно напоминает влияние уменьшения числа M_1 при адиабатическом обтекании. Однако, в отличие от обычной ударной волны, волна детонации уже на небольшом расстоянии от сферы быстро стремится по форме к прямой, соответствующей детонации Чепмена — Жуге.



Фиг. 2



Фиг. 3

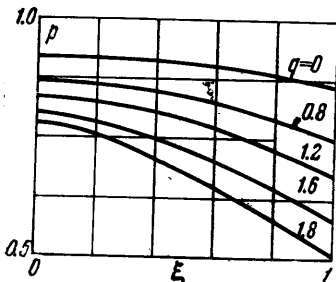
Приравнивая нулю радикал в формуле (4), нетрудно найти связь параметра q с углом β_J наклона волны Чепмена—Жуге. В случае $M_1 \gg 1$ зависимость β_J от q выглядит особенно простой

$$\sin \beta_J = \sqrt{q(\gamma_2^2 - 1)}$$

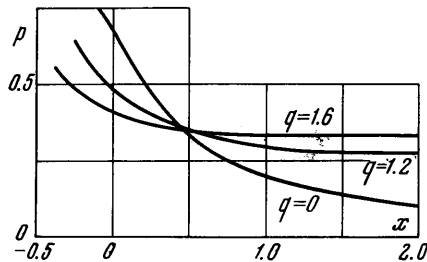
Это соотношение позволяет определять тепловыделение при детонации путем измерения наклона волны Чепмена—Жуге. Так, согласно работе [6], для стехиометрической смеси водорода с воздухом $\beta_J = 54^\circ 30'$ и, следовательно, $q = 1.51$.

Влияние величины q на отход волны от сферы вдоль оси симметрии ε_0 и величину плотности за прямым скачком иллюстрирует фиг. 3.

Предельное значение $q_* = (\gamma_2^2 - 1)^{-1}$ и соответствующая величина $\rho_* = (\gamma_2 + 1) / \gamma_2$ равны при $\gamma_2 = 1.2$ соответственно 2.272 и 1.833.



Фиг. 4



Фиг. 5

Течение в окрестности линии торможения характеризуют графики распределения давления вдоль оси (фиг. 4). Отношение давления торможения к давлению за прямым скачком можно выразить, используя

интеграл Бернулли и условие изэнтропичности вдоль линии тока

$$\frac{p_0'}{p_2} = \left(1 - \frac{1}{(1+q)\rho_2^2}\right)^{\frac{\gamma_2}{1-\gamma_2}}$$

Предельное значение этого отношения равно

$$\left(\frac{\gamma_2 + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}} = 1.77$$

На фиг. 5 построены кривые распределений давления за волной по координате волны x . Видно, что при увеличении q волна переходит в волну Жуге уже на малых расстояниях от тела.

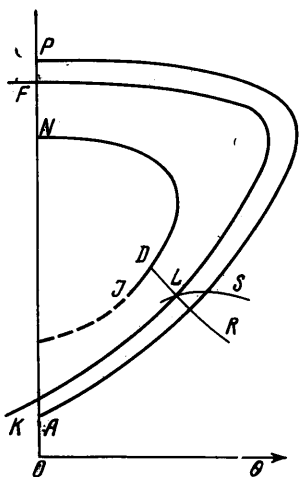


Фиг. 6

Отношение давления на поверхности сферы-цилиндра к давлению торможения в зависимости от расстояния до критической точки s представлено на фиг. 6. При $q = 0$ давление за точкой сопряжения сферы с цилиндром продолжает падать, тогда как при $q = 1.2$ и 1.6 минимум давления вблизи места сопряжения сопровождается последующим небольшим возрастанием давления, подобно случаю адиабатического обтекания при малых числах M_1 .

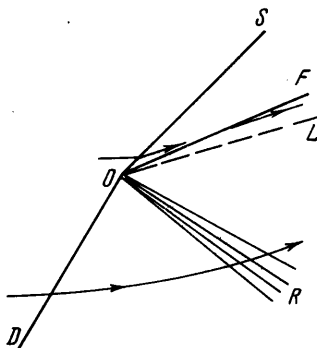
Рассмотрим случай, когда детонационная волна расщепляется на фронт медленного горения и адиабатическую ударную волну. Изучим особенность течения в точке расщепления, предполагая, что газ за волной детонации имеет сверхзвуковую скорость.

Исследование удобно провести в плоскости $p\theta$, где θ — угол между направлением скорости газа в рассматриваемом месте. Воспользуемся результатами работы [4] и обратимся к фиг. 7, где изображены поляра детонационной волны NJ и поляра адиабатической ударной волны PA . Пусть точка D характеризует заданное состояние газа за детонационной волной, а точки кривой FK — все возможные состояния газа за фронтом пламени, распространяющимся с заданной скоростью U_N по газу, сжатому ударной волной. Проведем из точки D линию DR ,



Фиг. 7

соответствующую изменению давления в простой волне разрежения, распространяющейся по газу за детонационной волной. Так как на линии тока, которая отделяет газ, прошедший сквозь волну детонации, от газа, прошедшего скачок уплотнения



Фиг. 8

и фронт горения, давление p и угол θ должны быть непрерывными, то ясно, что точка L пересечения линий FK и DR и дает как раз давление и угол вектора скорости на этой линии тока. Параметры газа за скачком определяются точкой S , соответствующей точке

L (т. е. лежащей с ней на одной и той же поляре медленного горения). Течение вблизи точки расщепления детонационной волны изображено на фиг. 8. За детонационной волной DO газ расширяется в центрированной простой волне OR , приобретая то же давление и то же направление скорости, что и газ, прошедший через скачок уплотнения OS и фронт медленного горения OF .

Если точка расщепления не находится в области влияния зоны дозвукового течения за детонационной волной, то при расчете обтекания сферы с расщеплением детонационной волны течение перед начальной характеристикой волны разрежения, идущей из точки расщепления, очевидно, сохранится тем же, что и без расщепления. Поэтому расчет такого течения может быть осуществлен обычными методами.

Если же точка расщепления находится в области влияния дозвукового течения, то ясно, что результаты расчета, сделанного для случая уходящей в бесконечности детонационной волны, использовать в этом случае нельзя. При дозвуковой скорости за детонационной волной в точке расщепления течение в ее окрестности не будет автомодельным. Это течение сходно с течением, которое возникает при натекании сверхзвуковой ограниченной струи на препятствие.

Таким образом, решение задачи об обтекании сферы смесью горючих газов с возникновением детонационной волны неоднозначно и зависит от выбранного положения точки расщепления (в частности, эта точка может быть в бесконечности). В рамках теории детонационного фронта нулевой толщины положение этой точки не может быть определено. Для его определения необходимо рассматривать структуру зоны горения в детонационной волне; в простейшем предположении о структуре зоны горения это было произведено в работе [6].

Отметим, что, как показывают приведенные выше результаты расчета, при достаточно большом тепловыделении сильная детонационная волна перед телом очень быстро стремится к детонации Чепмена — Жуге. Поэтому, если в таких случаях происходит расщепление волны, то точка расщепления будет находиться на небольшом расстоянии от тела.

Найденные в работе [4] два асимптотических режима обтекания поджигающего источника соответствуют двум возможным случаям: в первом — детонационная волна не расщепляется, постепенно ослабевает при удалении от тела и превращается в волну Чепмена — Жуге, во втором — детонационная волна расщепляется, и на больших расстояниях от тела интенсивность ударной волны определяется распространяющимся по смеси фронтом медленного горения.

Институт механики МГУ

Поступило 26 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Siestrunk R., Fabri J., Le Grives E. Some properties of stationary detonation waves. — IV Symp. on Combustion, Baltimore, 1953.
2. Rutkowski J., Nicholls J. A. Considerations for the attainment of a standing detonation wave. Proc. Gas Dynamics Symp. on Aerothermochemistry, Evanston, 1956.
3. Квашнина С. С., Черный Г. Г. Установившееся обтекание конуса потоком детонирующего газа. ПММ, 1959, т. 23, вып. 1.
4. Черный Г. Г. Автомодельные задачи обтекания тел горючей смесью. Механика жидкости и газа, № 5.
5. A technique for studying supersonic combustion in the vicinity of a hypersonic missile. Techn news Bull. Nat. Bur. Standard, 1960, vol. 44. No. 11.
6. Самозванцев М. П. О стабилизации детонационных волн при помощи плохообтекаемых тел. ПМТФ, 1964, № 4.
7. Гулинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отходящей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 4.
8. Запryanов З. Д., Миносцев В. Б. Метод расчета пространственного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 5.