

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН В ИЗЛУЧАЮЩЕМ ГАЗЕ

В. В. БОГОЛЕПОВ, В. Я. НЕЙЛАНД

(Москва)

Задача об обтекании тупоногого тела потоком излучающего газа рассматривалась многими авторами. Достаточно полный обзор этих исследований приведен в работах [1, 2]. Основное внимание уделялось определению лучистых потоков к поверхности тела и расчету распределения параметров поперек ударного слоя.

Во многих работах, особенно зарубежных, использовалось приближение «объемного» высвечивания. В этом приближении для учета влияния лучистого теплообмена в уравнение энергии добавляется член, эквивалентный стоку тепла, интенсивность которого зависит от локального термодинамического состояния газа. При использовании этого допущения энтальпия газа в невязком потоке обращается в нуль в критической точке. Получающаяся особенность при использовании разных приближений была обнаружена в работах [3-5]. Она вызвана тем, что частица газа, движущаяся вдоль критической струйки тока к телу, тормозится за бесконечно большое время. Разумеется, если учесть реально протекающие диссипативные процессы (например теплопроводность), особенность исчезает. Для идеального газа можно показать, что энтальпия и скорость окажутся равными нулю вдоль всей поверхности тела. Тогда использование обычной теории пограничного слоя становится невозможным. В работах [5, 6], а также авторами настоящей работы для устранения указанной трудности использовалась концепция вязкого и теплопроводного ударного слоя. Однако такой подход приводит к неоправданному усложнению задачи и заставляет вводить более или менее грубые допущения при проведении расчетов.

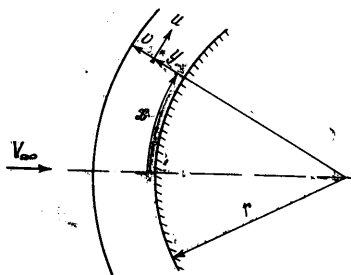
В настоящей работе исследован вид уравнений пограничного слоя и соответствующих граничных условий для течений с «объемным» высвечиванием газа и близких режимов течений с малыми «оптическими» толщинами ударного слоя. Решение проводилось при помощи метода внешних и внутренних разложений (например [7]). Вид уравнений и граничных условий оказался различным в зависимости от того, какой из диссипативных процессов — теплопроводность или поглощение радиации газом в узком, охлажденном за счет высвечивания пристеночном слое, оказывался доминирующим. (Существование в невязком ударном слое при малой, но конечной «оптической» толщине поглощающего пристеночного подслоя обнаружено В. Н. Жигулевым, а также в работе [2].) В настоящей работе использовано «ньютоновское» приближение, аналогичное тому, которое рассмотрено для неизлучающего газа В. П. Шидловским [8]. Это позволило основную часть результатов получить в простой обозримой форме. Однако, разумеется, рассмотренные режимы течения и соответствующие параметры подобия имеют общее значение.

1. Постановка задачи. Рассматривается обтекание затупленного тела установившимся равномерным гиперзвуковым потоком. Радиус носка тела равен r . Используется криволинейная ортогональная система координат, где x — расстояние вдоль поверхности тела, отсчитываемое от критической точки, а y — расстояние по нормали к поверхности тела. Компонентами скорости V будут u и v . Запись уравнений Навье—Стокса в такой системе координат можно найти в работе [7].

Относительно газа предполагается, что он подчиняется уравнению состояния

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (1.1)$$

Здесь h — энтальпия, γ — эффективное значение отношения удельных теплоемкостей за скачком уплотнения, p — давление, ρ — плотность.



Вязкость μ зависит только от энтальпии

$$\mu = \mu_{\infty} (h/h_{\infty})^{\omega} \quad (1.2)$$

В настоящей работе учитывается излучение и поглощение лучистой энергии в ударном слое. При этом в уравнении энергии появляется член, равный $\text{div } \mathbf{q}$, где \mathbf{q} — вектор лучистого потока тепла, а расчет переноса лучистой энергии производится при помощи уравнения переноса лучистой энергии.

Для решения задачи производится разложение уравнений по малому параметру ε , равному отношению плотности в набегающем потоке к плотности за ударной волной ($\varepsilon = \rho_{\infty}/\rho$) при $M_{\infty} \rightarrow \infty$, и учитываются только первые члены разложения, т. е. исследуется «ньютоновское» приближение

$$\begin{aligned} x &= \bar{x}\varepsilon^{1/2}, & y &= \bar{y}\varepsilon \\ u &= V_{\infty} [\bar{u}\varepsilon^{1/2} + O(\varepsilon)], & v &= V_{\infty} [\bar{v}\varepsilon + O(\varepsilon^2)], & p &= \rho_{\infty} V_{\infty}^2 [\bar{p} + O(\varepsilon)] \\ \rho &= \frac{\rho_{\infty}}{\varepsilon} [\bar{\rho} + O(\varepsilon)], & h &= \frac{V_{\infty}^2}{2} [\bar{h} + O(\varepsilon)], & q &= \frac{\sigma}{c_p^4} \left(\frac{V_{\infty}^2}{2} \right)^4 [\bar{q} + O(\varepsilon)] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь σ — коэффициент Стефана—Больцмана, c_p — эффективное значение удельной теплоемкости при постоянном давлении.

Решение ищется в окрестности критической точки, т. е. производится разложение функций в ряд по степеням x (в дальнейшей части работы опустим черточки над безразмерными величинами)

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_1(y)x + u_3(y)x^3 + \dots, & v(x, y) &= v_0(y) + v_2(y)x^2 + \dots \\ p(x, y) &= p_0(y) + p_2(y)x^2 + \dots, & \rho(x, y) &= \rho_0(y) + \rho_2(y)x^2 + \dots \\ h(x, y) &= h_0(y) + h_2(y)x^2 + \dots, & q(x, y) &= q_0(y) + q_2(y)x^2 + \dots \end{aligned} \quad (1.4)$$

Разложения вида (1.4) подставляются в уравнения, после чего для первых членов разложения получаем

$$\begin{aligned} (1+j)\rho u + (\rho v)' &= 0, & \rho(u^2 + vv') &= \Delta^2 (h^{\omega} u) \\ \rho v h' &= \Delta^2 (h^{\omega} h' / P)' - K_1 (q^+ - q^-)', & q^{\mp}' &= \pm \tau \kappa \rho (-q^{\pm} + h^4) \\ \rho h &= 1, & \tau &= \tau \alpha \kappa_0 \rho_{\infty}, & \Delta^2 &= (\varepsilon R_{\infty})^{-1} (V_{\infty}^2 / 2 h_{\infty})^{\omega} \\ R_{\infty} &= \rho_{\infty} r V_{\infty} \mu_{\infty}^{-1}, & K_1 &= (\alpha / c_p^4) (V_{\infty}^5 / 8 \rho_{\infty}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь индексы у функций для краткости опущены, $j = 1$ — для осесимметричного течения и $j = 0$ — для плоского, $()'$ — дифференцирование по y , q^+ и q^- — безразмерные потоки лучистой энергии в верхнее и нижнее полупространства, κ — безразмерный массовый коэффициент поглощения, τ — «оптическая» толщина ударного слоя, α — коэффициент, получающийся при осреднении потоков лучистой энергии по всем направлениям, κ_0 — характерное значение массового коэффициента поглощения.

Граничные условия будут следующими:

$$\begin{aligned} y = 0, & \quad u = v = 0, & h &= h_w, & q^+ &= q_w^+ \\ y = 1, & \quad u = 1, & v &= -1, & h &= 1, & q^- &= 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Введем новую независимую переменную $z = -\rho v$. В новых переменных вместо уравнений (1.5) получим

$$\begin{aligned} (1+j)^2 \Delta^2 \frac{d}{dz} \left(h^{\omega-1} u \frac{du}{dz} \right) + (1+j) z \frac{du}{dz} - u &= 0 \\ (1+j) \Delta^2 \frac{d}{dz} \left(h^{\omega-1} \frac{u}{P} \frac{dh}{dz} \right) + z \frac{dh}{dz} - K_1 \frac{d}{dz} (q^+ - q^-) &= 0 \\ (1+j) u \frac{dq^{\pm}}{dz} &= \pm \tau \kappa (-q^{\pm} + h^4) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Вместо граничных условий (1.6) будем иметь

$$\begin{aligned} z = 0, \quad u = 0, \quad h = h_w, \quad q^+ = q_w^+ \\ z = 1, \quad u = 1, \quad h = 1, \quad q^- = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Для простоты положим число Прандтля равным единице и $\omega = 1$; в дальнейшем будем рассматривать осесимметричное тело ($j = 1$), а $h_w = 0$. Тогда для уравнения импульсов получаем решение

$$u = \sqrt{z} \quad (1.9)$$

При сделанных допущениях и с учетом (1.9) уравнения притока тепла и переноса лучистой энергии можно переписать в виде

$$\begin{aligned} 2\Delta^2 \frac{d}{dz} \left(\sqrt{z} \frac{dh}{dz} \right) + z \frac{dh}{dz} - \frac{K\kappa}{2\sqrt{z}} (2h^4 - q^+ - q^-) = 0 \\ 2\sqrt{z} \frac{dq^\pm}{dz} = \pm \tau\kappa (-q^\pm + h^4), \quad K = K_1\tau \end{aligned} \quad (1.10)$$

Для уравнения (1.10) граничными условиями будут

$$z = 0, \quad h = 0, \quad q^+ = 0, \quad z = 1, \quad h = 1, \quad q^- = 0 \quad (1.11)$$

2. Характерные толщины вязкого, излучающего и поглощающего слоев. Толщина вязкого слоя $\delta_1^{(z)}$ в масштабах координаты z равна

$$\delta_1^{(z)} \sim \Delta^{4/3} \quad (2.1)$$

Уравнения невязкого течения (главный член внешнего разложения), получающиеся, как известно, при предельном переходе $\Delta \rightarrow 0$ из уравнений Навье—Стокса (1.10), имеют вид

$$\begin{aligned} z \frac{dh}{dz} - \frac{K\kappa}{2\sqrt{z}} (2h^4 - q^+ - q^-) = 0, \quad 2\sqrt{z} \frac{dq^\pm}{dz} = \pm \tau\kappa (-q^\pm + h^4) \\ h(1) = 1, \quad q^-(1) = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Условие для q^+ должно получаться из внутреннего решения.

Рассмотрим случай «оптически» тонкого слоя ($\tau \ll 1$), для простоты положим $\kappa \equiv 1$. Нетрудно видеть, что $h \sim 1$ и $q^\pm \sim \tau$ при $z \sim 1$.

Если $\tau \rightarrow 0$, то уравнения (2.2) принимают вид

$$z \frac{dh}{dz} - \frac{Kh^4}{\sqrt{z}} = 0, \quad h(1) = 1 \quad (2.3)$$

Решение уравнения (2.3) имеет вид

$$h = \left(1 + 6K \frac{1 - \sqrt{z}}{\sqrt{z}} \right)^{-1/3}, \quad h \rightarrow \left(\frac{\sqrt{z}}{6K} \right)^{1/3} \quad \text{при } z \rightarrow 0 \quad (2.4)$$

Потоки лучистой энергии во всем невязком слое имеют порядок τ . Из (2.4.2) получим, что при $z \sim \tau^{3/2}$ энтальпия становится порядка $\tau^{1/3}$ и $h^4 \sim q$, т. е. в слое толщины порядка $\tau^{3/2}$ поглощение становится величиной того же порядка, что и излучение

$$\delta_2^{(z)} \sim \tau^{3/2} \quad (2.5)$$

Таким образом, в пристеночном слое с толщиной $\delta_2^{(z)}$ всегда необходимо учитывать поглощение, даже в тех случаях, когда в основной части невязкого ударного слоя можно использовать приближение «объемного» высвечивания.

Из рассмотренного выше видно, что когда ударный слой «оптически» тонкий ($\tau \ll 1$), то при $\Delta^{4/3} \gg \tau^{3/2}$ поглощение лучистой энергии можно

не учитывать во всем вязком ударном слое и пользоваться приближением «объемного» высвечивания, поскольку слой, в котором существенно поглощение, будет погружен в вязкий пограничный слой.

Рассмотрим далее течения слабоизлучающего газа. В этом случае $K \ll 1$. Анализируя решение (2.4.1), можно видеть, что вдали от поверхности тела ($z \sim 1$) энтальпия h остается постоянной: $h \approx 1$.

Однако вблизи поверхности тела существует слой, в котором она резко уменьшается и становится равной нулю на стенке. Характерная толщина этого слоя $\delta_3^{(z)}$ равна

$$\delta_3^{(z)} \sim K^2 \quad (2.6)$$

3. «Объемное» высвечивание. Поскольку задача решается в предположении об «объемном» высвечивании, то уравнение переноса лучистой энергии отсутствует. Если зависимость $\kappa(h, \rho)$ аппроксимировать степенной формулой, то для члена, учитывающего излучение, получается следующее представление:

$$\operatorname{div} q = C \rho^k h^m \quad (C, k, m = \text{const}) \quad (3.1)$$

Уравнение энергии принимает вид

$$4\Delta^2 \sqrt{z} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{z} \frac{dh}{dz} \right) + 2z \sqrt{z} \frac{dh}{dz} - Kh^{m-k+1} = 0 \quad (3.2)$$

а граничные условия — прежние

$$h(1) = 1, \quad h(0) = 0 \quad (3.3)$$

Уравнение для $z \sim 1$ получается из (3.2) при $\Delta \rightarrow 0$. Это уравнение вязкого излучающего и непоглощающего газа

$$2z \sqrt{z} \frac{dh}{dz} = Kh^{m-k+1}, \quad h(1) = 1 \quad (3.4)$$

Интегрируя (3.4), получаем

$$h = \left[1 + K(m-k) \frac{1 - \sqrt{z}}{\sqrt{z}} \right]^{-1/m-k}; \quad h \rightarrow \left[\frac{\sqrt{z}}{K(m-k)} \right]^{1/m-k} \text{ при } z \rightarrow 0 \quad (3.5)$$

Введем новые функции и независимую переменную для внутреннего вязкого слоя:

$$Z = z\Delta^{-1/3}, \quad H = h\Delta^{-2/3(m-k)} \quad (3.6)$$

В новых переменных из уравнения (3.2) получим

$$4 \sqrt{Z} \frac{d}{dZ} \left(\sqrt{Z} \frac{dH}{dZ} \right) + 2Z \sqrt{Z} \frac{dH}{dZ} - KH^{m-k+1} = 0 \quad (3.7)$$

Из (3.5.2) получаем внешнее условие для $H(Z)$

$$Z \rightarrow \infty, \quad H \rightarrow [\sqrt{Z}/K(m-k)]^{1/m-k} \quad (3.8)$$

Уравнение (3.7) численно интегрировалось на ЭВМ для широкого диапазона значений K ($m = 4, k = 1, 3$).

Приведем вычисленные значения безразмерного конвективного теплового потока S для некоторых величин параметра K

$K =$	0.5	1	1.5	2	3	7	10
$S\Delta^{-1/3-2/3(m-k)} =$	0.782	0.617	0.534	0.477	0.400	0.291	0.262

Рассмотрим случай, когда толщины вязкого и излучающего слоев одинаковы по порядку величины ($K \sim \Delta^{1/3}$). Во внешнем течении ($z \sim 1$)

энтальпия будет постоянной

$$h(z) \equiv 1 \quad (3.9)$$

Этот результат следует из (3.5.1) при $z \sim 1$ и $K \rightarrow 0$. Для внутреннего вязкого и излучающего слоя введем новые переменную и функцию

$$Z = z\Delta^{-1/3}, \quad H = h \quad (3.10)$$

В этих переменных уравнение (3.2) примет вид

$$4\sqrt{Z} \frac{d}{dZ} \left(\sqrt{Z} \frac{dH}{dZ} \right) + 2Z\sqrt{Z} \frac{dH}{dZ} - \Psi H^{m-k+1} = 0, \quad \Psi = K\Delta^{-2/3} \quad (3.11)$$

Здесь Ψ — новый параметр подобия. Граничными условиями будут

$$H(0) = 0, \quad H(\infty) = 1 \quad (3.12)$$

Уравнение (3.11) с граничными условиями (3.12) численно интегрировалось на ЭВМ для широкого диапазона значений параметра Ψ .

В таблице представлены значения безразмерного конвективного теплового потока S для некоторых значений параметра Ψ

$\Psi =$	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2
$S_{\Delta}^{-4/3} =$	0.775	0.775	0.770	0.741	0.607	0.261	0.114

Результаты настоящего раздела относятся к течению как слабоизлучающего ($K \ll 1$), так и сильно излучающего ($K \sim 1$) газа при малой «оптической» толщине [ударного слоя ($\tau^{3/2} \ll \Delta^{1/3}$)]. Можно видеть, что при $K^2 \sim \Delta^{1/3}$ величина конвективного потока тепла остается того же порядка, что и для неизлучающего газа. Тепловой поток зависит от параметра подобия Ψ и медленно уменьшается с ростом Ψ . В сильноизлучающем газе ($K \sim 1$) порядок величины теплового потока зависит от закона излучения. Конвективный поток зависит от K и уменьшается с ростом K .

В заключение отметим, что при граничном условии $h_w = 0$ вблизи стенки внутри пограничного слоя неизбежно появляется область, в которой $q \sim h^4 \sim \tau$, и поэтому необходимо учитывать поглощение. Однако этот подслей в работе для краткости не рассматривался. Его влияние на результаты, очевидно, мало, а метод исследования похож на тот, который изложен в следующих разделах. При $h_w \neq 0$ такой слой может и не появляться вообще.

4. Решение для малых, но конечных «оптических» толщин. Рассмотрим сначала случай невязкого ударного слоя с учетом излучения и поглощения лучистой энергии. Течение в таком слое описывается уравнениями (2.2) (для простоты положим $\kappa \equiv 1$). Невязкий слой распадается на два подслоя. Во внешнем подслое $z \sim 1$, $h \sim 1$, $q^{\pm} \sim \tau$ и $h^4 \gg q^{\pm}$. Уравнение (2.3) описывает поведение энтальпии в этом подслое, а (2.4.1) — решение этого уравнения. Потоки лучистой энергии можно получить из уравнений

$$2\sqrt{z} \frac{dq^{\pm}}{dz} = \pm \tau \left(1 + 6K \frac{1 - \sqrt{z}}{\sqrt{z}} \right)^{-1/3}, \quad q^-(1) = 0 \quad (4.1)$$

Как отмечалось выше, из поведения выражения (2.4.1) при $z \rightarrow 0$ следует, что $h \sim \tau^{1/4}$ при $z \sim \tau^{3/2}$, т. е. существует подслей, где излучение и поглощение лучистой энергии становятся величинами одного порядка. Введем следующие новые переменные для этого подслоя:

$$Z = z\tau^{-3/2}, \quad H = h\tau^{-1/4}, \quad Q^{\pm} = q^{\pm}\tau^{-1} \quad (4.2)$$

Тогда из второго уравнения системы (2.2) получим

$$dQ^{\pm}/dZ = 0 \quad (4.3)$$

а Q^{\pm} постоянны в этом подслое и равны своим значениям на границах.

Первое уравнение из (2.2) принимает вид

$$Z \frac{dH}{dZ} - \frac{K(H^4 - a^4)}{\sqrt{Z}} = 0, \quad a^4 = \frac{1}{2}(Q^+ + Q^-) \quad (4.4)$$

Если условие (2.4.2) записать в новых переменных (4.2), то получим внешнее условие для $H(Z)$

$$Z \rightarrow \infty, \quad H(Z) \rightarrow (\sqrt{Z}/6K)^{1/3} \quad (4.5)$$

Интегрируя (4.4) при условии (4.5), получаем

$$\sqrt{Z} = 8Ka^3 [\ln(H + a)/(H - a) + 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} H/a - \pi]^{-1} \quad (4.6)$$

Отсюда следует, что $H \rightarrow a$ при $Z \rightarrow 0$, т. е. при учете поглощения лучистой энергии энтальпия на внешней границе пограничного слоя не равна нулю и принимает значение, равное $[(Q^+ + Q^-)/2]^{1/4}$.

Теперь рассмотрим случай, когда поглощение существенно только в пограничном слое ($\tau^{3/2} \sim \Delta^{4/3} \ll 1$), $\kappa \equiv 1$. Во внешнем невязком слое, где существенно только излучение ($K \sim 1$), решение имеет вид (2.4).

Введем в рассмотрение новую функцию

$$p^{\pm} = q^{\pm} - h^4 \quad (4.7)$$

Тогда уравнения (1.10) можно переписать в следующей форме:

$$2\Delta^2 \frac{d}{dz} \left(\sqrt{z} \frac{dh}{dz} \right) + z \frac{dh}{dz} + \frac{K(p^+ + p^-)}{2\sqrt{z}} = 0 \quad (4.8)$$

$$2\sqrt{z} \frac{dp^{\pm}}{dz} + 2\sqrt{z} \frac{dh^4}{dz} \pm \tau p^{\pm} = 0$$

Граничные условия

$$h(1) = 1, \quad p^-(1) = -1; \quad h(0) = 0, \quad p^+(0) = 0 \quad (4.9)$$

Во внутреннем слое введем переменные

$$Z = z\Delta^{-4/3}, \quad H = h\tau^{-1/4}, \quad P^{\pm} = p^{\pm}\tau^{-1}\chi^{-1/2} \quad (4.10)$$

где новый параметр подобия равен

$$\chi = \Delta^{4/3}/\tau^{3/2} \sim 1 \quad (4.11)$$

Уравнения (4.8), записанные в переменных (4.10), примут вид

$$2 \frac{d}{dZ} \left(\sqrt{Z} \frac{dH}{dZ} \right) + Z \frac{dH}{dZ} + \frac{K(P^+ + P^-)}{2\sqrt{Z}} = 0, \quad \chi^{1/2}P^{\pm} + H^4 = \text{const} \quad (4.12)$$

с граничными условиями

$$H(0) = 0, \quad H(Z) \rightarrow \chi^{1/6} (\sqrt{Z}/6K)^{1/3} \quad \text{при } Z \rightarrow \infty$$

$$P^+(0) = 0, \quad P^-(Z) \rightarrow A\chi^{-1/2} - \chi^{1/6} (\sqrt{Z}/6K)^{4/3} \quad \text{при } Z \rightarrow \infty \quad (4.13)$$

$$A = \int_0^1 \left[2\sqrt{z} \left(1 + 6K \frac{1 - \sqrt{z}}{\sqrt{z}} \right)^{4/3} \right]^{-1} dz$$

Тогда для P^+ и P^- решение получается в квадратурах

$$P^+(Z) = -\chi^{-1/2}H^4, \quad P^-(Z) = \chi^{-1/2}(A - H^4) \quad (4.14)$$

а для энтальпии H получаем уравнение

$$2 \frac{d}{dz} \left(\sqrt{Z} \frac{dH}{dz} \right) + Z \frac{dH}{dz} - KH^4 (\chi Z)^{-1/2} + \frac{KA}{2} (\chi Z)^{-1/2} = 0 \quad (4.15)$$

$$H(0) = 0, \quad H(Z) \rightarrow \chi^{1/4} (\sqrt{Z}/6K)^{1/3} \quad \text{при } Z \rightarrow \infty$$

5. Решения для слабоизлучающего газа при произвольной оптической толщине ударного слоя. Рассмотрим невязкий ударный слой ($\Delta = 0$) для слабоизлучающего газа ($K \ll 1$), когда «оптическая» толщина не мала. Положим опять $\kappa \equiv 1$. При этом ударный слой будет описываться уравнениями (2.2). Ударный невязкий слой опять распадается на два подслоя. Во внешнем подслое при $K \ll 1$ получаем для энтальпии

$$h \equiv 1 \quad (5.1)$$

Для потоков лучистой энергии остаются уравнения

$$2 \sqrt{z} \frac{dq^\pm}{dz} = \pm \tau (-q^\pm + 1), \quad q^-(1) = 0 \quad (5.2)$$

Интегрируя (5.2), получим

$$q^+ = 1 + C \exp(-\tau \sqrt{z}), \quad q^- = 1 - \exp(-\tau + \tau \sqrt{z}) \quad (5.3)$$

где C — произвольная постоянная. Выражениями (5.1) и (5.3) определяется решение во внешнем подслое.

Введем новые переменные для внутреннего подслоя

$$Z = zK^{-2}, \quad H = h, \quad Q^\pm = q^\pm \quad (5.4)$$

В новых переменных уравнения переноса лучистой энергии дают

$$Q^\pm = \text{const} \quad (5.5)$$

т. е. в этом подслое потоки лучистой энергии равны своим значениям на границах. А для энтальпии получим уравнение

$$dH/(H^4 - a^4) = dZ/Z^{3/2}, \quad H(\infty) = 1 \quad a^4 = (Q^+ + Q^-)/2 \quad (5.6)$$

Решение уравнения (5.6) будет иметь вид

$$\sqrt{Z} = 4a^3 \left[\frac{1}{2} \ln \frac{(1-a)(H+a)}{(1+a)(H-a)} - \arctg \frac{1}{a} + \arctg \frac{H}{a} \right]^{-1} \quad (5.7)$$

Из (5.7) видно, что на внешней границе пограничного слоя $H = a$.

Поступило 16 III 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я. Решения уравнений ламинарного пограничного слоя в окрестности критической точки при вдувании излучающего газа. Инж. ж., 1961, т. 1, № 2.
2. Thomas P. D. Transparency assumption in hypersonic radiative gas dynamics. AIAA. J., 1965, vol. 3, No. 8.
3. Немчинов И. В., Топеха Л. П. Пограничный слой вблизи передней критической точки цилиндра при передаче тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 4.
4. Лунев В. В., Мурзин И. Н. Влияние излучения на течение в окрестности критической точки тупоносого тела. ПМТФ, 1961, № 2.
5. Hoshizaki H., Wilson K., The viscous, radiating shock layer about a blunt body. AIAA. Entry Technology Conference, 1964.
6. Румынский А. Н. Пограничный слой в излучающих и поглощающих средах. Изв. АН СССР, Механ. и машиностр., 1960, № 2.
7. Ван-Дайк М. Теория сжимаемого пограничного слоя во втором приближении с применением к обтеканию затупленных тел гиперзвуковым потоком. В кн.: «Исследование гиперзвуковых течений», Изд-во «Мир», 1964.
8. Шидловский В. П. Введение в динамику разреженного газа. Изд-во «Наука», 1965.