

Подставив это соотношение в выражение (8), получим

$$\lambda_n = \text{Im} \sum_{j=0}^{N-1} l_j \exp \frac{i2\pi r j}{N}$$

Таким образом, характеристические числа матрицы S совпадают с мнимыми частями корней уравнения (7), что и доказывает наше утверждение.

Итак, кольцевая решетка лопаток турбомашин, имеющих малую расстройку собственных частот, динамически не менее устойчива в потоке, чем та же решетка без расстройки. Следует отметить, что этот факт неоднократно наблюдался на практике.

Поступило 16 III 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Shioiri. Non stall normal mode flutter in annular cascade. Trans. Japan Soc. Aeronaut. Engrs, 1958, vol. I, No 1
2. Lane F. System mode shapes in flutter of compressor blade rows, JAS, 1956, No 1.
3. Курзин В. Б. К расчету сил при произвольных малых колебаниях профилей в решетке. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 2.
4. Пароди М. Локализация характеристических чисел матриц и ее применения. Изд-во иностр. литер., 1960.

О ПОТЕРЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ

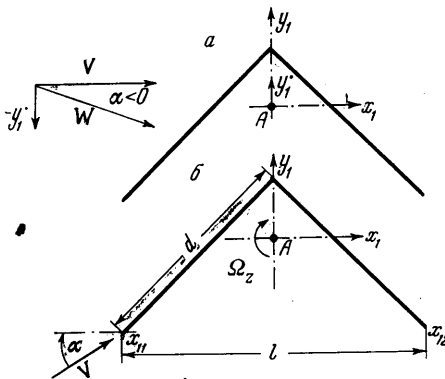
Л. Х. БЛЮМИНА, К. К. ФЕДЯЕВСКИЙ

(Москва)

Многие инженерные сооружения имеют тенденцию к аэродинамической неустойчивости, вызванную тем, что элементы сооружения имеют плохо обтекаемую форму, которая способствует отрыву потока. Однако лишь немногие из этих конструкций колеблются под действием ветра, так как они, как правило, обладают значительным демпфированием самой конструкции или достаточно высокой собственной частотой.

При малом демпфировании конструкции и низкой собственной частоте колебаний, что относится главным образом к высоким, длинным и тонким конструкциям, число случаев возникновения опасных колебаний под действием ветра увеличивается, и аэродинамическая устойчивость становится важным фактором, который необходимо учитывать при проектировании.

В инженерных сооружениях наблюдаются два различных типа аэродинамической неустойчивости: «галоупирование», когда имеется одна форма колебаний, не связанная с другими, и «флаттер», когда имеются несколько связанных форм колебаний. Оба вида колебаний имеют характер автоколебаний. Эти



Фиг. 1

виды колебаний отличаются от так называемых «эоловых» колебаний, вызванных периодическим срывом Кармановских вихрей, и являющихся по существу вынужденными колебаниями. Ниже изучается лишь аэродинамическая сторона проблемы потери устойчивости, т. е. потеря аэродинамического демпфирования тел, не обладающих внутренним демпфированием и имеющих одну степень свободы.

Условие потери аэродинамического демпфирования при поперечных колебаниях в связи с исследованием галоупирования линий электропередач было указано Ден-Гартогом^[3]. В данной работе исследуются условия, при которых теряется аэродинамическое демпфирование элементов конструкций, совершающих угловые колебания. Экспериментально определяются значения коэффициентов демпфирования при различных направлениях ветра. Устанавливается наличие областей углов атаки, при которых имеется потеря аэродинамического демпфирования, и предлагается приближенный метод расчета коэффициентов демпфирования при различных направлениях ветра.

Вначале рассмотрим вертикальные колебания. Пусть элемент конструкции, например уголок, совершает вертикальные колебания со скоростью y_1' , где y_1 вертикальная координата. Если уголок движется вверх со скоростью y_1' , то воздушный поток будет набегать на уголок под углом атаки (фиг. 1, а).

$$\alpha \approx -\frac{y_1'}{V} \quad (1)$$

В этом случае на уголок будет действовать вертикальная сила, которую можно разложить на две составляющие: подъемную силу и лобовое сопротивление соответственно

$$Y = c_y \frac{\rho V^2}{2} S$$

$$X = c_x \frac{\rho V^2}{2} S$$

Для малых колебаний, если угол атаки можно считать малым, безразмерный коэффициент поперечной силы c_{y1} представляется в виде

$$c_{y1} \approx c_y + c_x \alpha \quad (2)$$

Потеря аэродинамического демпфирования соответствует положительной величине производной коэффициента поперечной силы по поперечной скорости, или, принимая во внимание (1) и (2),

$$\frac{dc_y}{d\alpha} + c_x < 0 \quad (3)$$

Это условие потери демпфирования и было получено Ден-Гартогом.

Рассмотрим далее случай, когда элемент конструкции, например уголок, имеет одну степень свободы и совершает только угловые колебания с угловой скоростью Ω_z (фиг. 1, б). Момент, действующий на колеблющееся тело, можно представить, ограничиваясь коэффициентами вращательных производных первого порядка, в виде

$$M_z = (m_{z_0} + m_z \alpha + m_z \omega_z + m_z \alpha' + m_z \omega_z') q S d \quad (4)$$

($q = 1/2 \rho V^2$, $S = B d$)

Здесь q — скоростной напор, а S и d — характерные размеры модели, например, d — ширина полки, S — площадь [1]. Для угловых колебаний $\omega_z = \alpha'$ и $\omega_z' = \alpha''$, где $\omega_z = \Omega_z d / V$ — безразмерная угловая скорость колебания.

При этом выражение (4) для аэродинамического момента принимает вид

$$M_z = \left[m_{z_0} + m_z \alpha + (m_z \omega_z + m_z \alpha') \frac{d}{V} \alpha' + m_z \omega_z' \frac{d^2}{V^2} \alpha'' \right] q S d$$

Сумму коэффициентов вращательных производных можно представить в следующем виде:

$$m_z \omega_z + m_z \alpha' = (m_z \omega_z)_i + (m_z \alpha')_i + (m_z \omega_z)_v + (m_z \alpha')_v$$

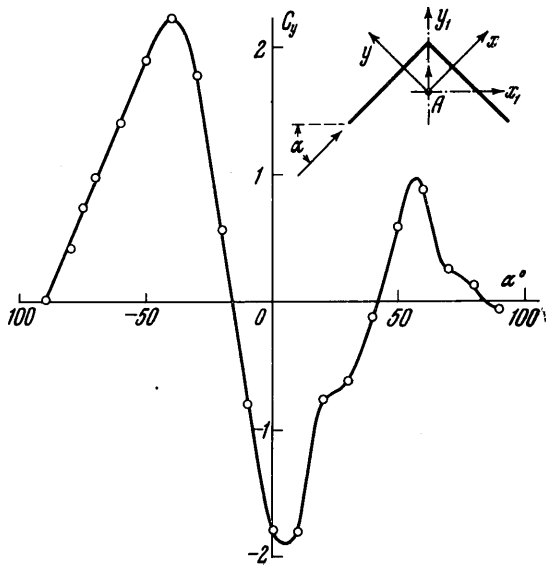
Здесь индексом i выделены компоненты, вызванные инертностью жидкости, а индексом v — компоненты, вызванные вязкостью.

Как показано в работе [2], при малых колебаниях модели около неподвижной оси

$$(m_z \omega_z)_i + (m_z \alpha')_i = 0$$

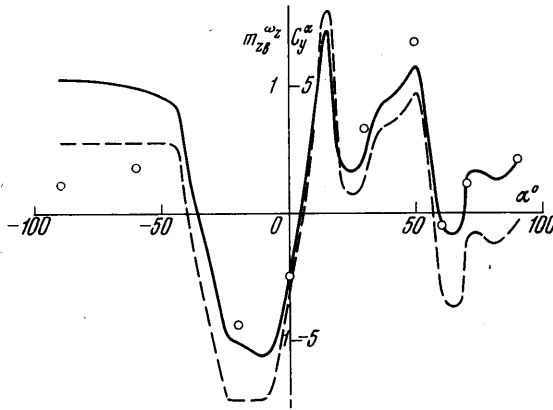
и, таким образом, демпфирующий момент в рассматриваемом приближении имеет чисто вязкостную природу. Кроме того, применяя гипотезу квазистационарности, можно положить $(m_z \alpha')_v = 0$, т. е. не учитывать компонента, связанного с нестационарным вихревым следом. При этом можно окончательно записать

$$m_z \omega_z + m_z \alpha' \approx (m_z \omega_z)_v$$



Фиг. 2

В дальнейшем будем сравнивать экспериментально определенные значения суммы коэффициентов вращательных производных $m_z^{\omega z} + m_z^{\alpha}$ с теоретически определенными значениями $(m_z^{\omega z})_v$. Для расчета коэффициента аэродинамического демпфирования $(m_z^{\omega z})_v$ представим его в виде суммы двух компонентов, первый из которых определяется изменением подъемной силы по углу атаки, а второй — сопротивлением поперечному обтеканию при наличии угловой скорости. Для расчета компонента, вызванного подъемной силой, предполагаем, что плечо демпфирующей силы при изменении угла атаки меняется мало, и поэтому



Фиг. 3

$$\frac{m_{z_1}^{\omega z} \alpha \neq 0}{m_{z_1}^{\omega z} \alpha = 0} = \frac{c_y^{\alpha} \alpha \neq 0}{c_y^{\alpha} \alpha = 0} \quad \left(c_y^{\alpha} = \frac{dc_y}{d\alpha} \right) \quad (5)$$

Итак, искомая величина коэффициента аэродинамического демпфирования, вызванная подъемной силой, для углов атаки $\alpha \neq 0$ выражается в виде

$$m_{z_1}^{\omega z} = (m_{z_1}^{\omega z})_{\alpha=0} \frac{(c_y^{\alpha})_{\alpha \neq 0}}{(c_y^{\alpha})_{\alpha=0}} \quad (6)$$

Для определения компонента вращательной производной продольного момента $m_{z_2}^{\omega z}$, вызванного сопротивлением поперечному обтеканию при наличии угловой скорости, применим гипотезу плоских сечений, которая предполагает возможность подсчета момента как суммы моментов от отдельных сечений тела, пренебрегая при этом нарушением обтекания боковых кромок. Рассмотрим аэродинамический момент, действующий на элемент конструкции с переменной по оси x_1 поперечной скоростью, равной $\Omega_2 x_1$ (фиг. 1,б). Пусть V — скорость центра тяжести уголка. Проекция на ось y_1 суммарной относительной скорости течения будет равна $V \sin \alpha + \Omega_2 x_1$, а квадрат относительной скорости, вызванной вращением тела, можно представить в виде

$$(V \sin \alpha + \Omega_2 x_1)^2 - V^2 \sin^2 \alpha \approx 2V\Omega_2 x_1 \sin \alpha$$

если пренебречь членом $\Omega_2^2 x_1^2$ по сравнению с $2V\Omega_2 x_1 \sin \alpha$, т. е. считать

$$\Omega_2 x_1 / V \ll 2 \sin \alpha$$

Суммарный момент, вызванный сопротивлением поперечному обтеканию при наличии угловой скорости

$$M_{z_2} = -\rho \Omega_2 \sin \alpha V B \int_{x_{11}}^{x_{12}} c_x(x_1) x_1^2 dx_1 = -\rho \Omega_2 \sin \alpha V l^3 B \int_{\xi_{11}}^{\xi_{12}} c_x(\xi_1) \xi_1^2 d\xi_1 \quad \left(\xi_1 = \frac{x_1}{l} \right)$$

где B — длина элемента конструкции; ρ — плотность, $c_x(x_1)$ — коэффициент лобового сопротивления сечения элемента конструкции при установившемся движении с углом атаки $\alpha = 90^\circ$.

Здесь l — расстояние (фиг. 1) между x_{11} и x_{12} . Если распределение $c_x(x_1)$ не известно, то в первом приближении можно предположить, что $c_x(x_1) \approx (c_{y_1})_{\alpha=90^\circ} = \text{const}$. При этом коэффициент аэродинамического демпфирующего момента

$$\begin{aligned} m_{z_2}^{\omega z} &= \frac{M_{z_2}}{1/2 \rho V^2 S l^2 \Omega_2} = -\frac{2lB \sin \alpha}{S} c_{y_1 \alpha=90^\circ} \int_{\xi_{11}}^{\xi_{12}} \xi_1^2 d\xi_1 = \\ &= -\frac{2l \sin \alpha}{3d} (c_{y_1})_{\alpha=90^\circ} (\xi_{12}^3 - \xi_{11}^3) \end{aligned} \quad (7)$$

Суммарный коэффициент аэродинамического демпфирования при изменении угла атаки элемента конструкции, совершающего угловые колебания, будет равен сумме

выражений (6) и (7)

$$(m_z^{\omega z})_v = (m_{z_1}^{\omega z} + m_{z_2}^{\omega z})_v = \frac{(c_y^\alpha)_{\alpha \neq 0}}{(c_y^\alpha)_{\alpha=0}} (m_z^{\omega z})_{\alpha=0} - \frac{2l}{3d} \sin \alpha (c_{y_1})_{\alpha=90^\circ} (\xi_{12}^3 - \xi_{11}^3) \quad (8)$$

На основании (8) можно записать условие потери демпфирования при угловых колебаниях, при которых $m_z^{\omega z} > 0$ в виде

$$-\left(\frac{m_z^{\omega z}}{c_y^\alpha}\right)_{\alpha=0} (c_y^\alpha)_{\alpha \neq 0} + k \sin \alpha < 0$$

$$\left(k - \frac{2l}{3d} c_{y_1, \alpha=90^\circ} (\xi_{12}^3 - \xi_{11}^3) > 0\right) \quad (9)$$

Интересно отметить, что условие (9) структурно напоминает условие Ден-Гартога (3). Существенное различие между условиями (3) и (9) заключается в том, что в последнее входит член с производной продольного момента по угловой скорости.

По формуле (8) был проведен расчет коэффициента аэродинамического демпфирования стержня, имеющего профиль в виде равнобокого уголка (фиг. 1) с параметрами

$$l = \sqrt{2}d \text{ м}, \quad B = 1 \text{ м}, \quad S = dB = d \text{ м}^2$$

$$x_{11} = -1/2, \quad x_{12} = 1/2$$

На фиг. 2 приведена экспериментальная кривая $c_{y_1} = f(\alpha)$ для стержня с уголковым профилем. Пользуясь этой кривой и экспериментальными значениями c_{y_1} при $\alpha = 90^\circ$ и $m_z^{\omega z}$ при $\alpha = 0$, были рассчитаны коэффициенты аэродинамического демпфирующего момента, вызванного подъемной силой при различных направлениях ветра.

На фиг. 3 приведены результаты расчета (сплошная кривая) суммарного коэффициента демпфирующего момента уголка. На этой же фигуре точками нанесены экспериментальные значения суммы $m_z^{\omega z} + m_z^{\alpha'}$, полученные из опытов в аэродинамической трубе методом малых свободных колебаний, а также штриховой линией $c_{y_1}^\alpha$. Схема экспериментальной установки в виде колебательной системы с одной степенью свободы представлена на фиг. 4, где 1 — модель, 2 — пружины, 3 — ось, 4 — груз, 5 — перо, 6 — лента. При испытаниях методом свободных колебаний модель устанавливалась на центральной прибор, вокруг оси которого она могла совершать колебания. Будучи выведена из положения равновесия, модель под действием пружин совершала периодические колебания, которые записывались на движущуюся ленту.

По периоду и степени затухания колебаний модели в потоке и без потока подсчитывались комбинации коэффициентов вращательных производных момента

$$m_z^{\omega z} + m_z^{\alpha'} = -\frac{4I_z}{\rho S d^2 V} (n - n_0)$$

где I_z — момент инерции системы, n , n_0 — логарифмические декременты затухания колебаний соответственно в потоке и без потока.

Результаты расчетов по описанному методу и данные экспериментов удовлетворительно совпадают. При этом видно, что максимальная потеря аэродинамического демпфирования уголкового профиля происходит в области изменения углов атаки $60^\circ < \alpha < 70^\circ$ и $-40^\circ < \alpha \leq 0$, т. е. при тех углах атаки, при которых производная $c_{y_1}^\alpha < 0$, и достаточно велика по абсолютной величине.

Поступило 20 IV 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Б и р ю л и н А. П. Аэродинамические характеристики стержней и решетчатых ферм, Тр. ВНИИТМАШ, 1964, вып. 2 (53).
2. Ф е д я е в с к и й К. К. Гидродинамические силы и моменты инерционной природы, действующие на надводное судно при малых числах Фруда, Тр. Ленингр. кораблестр. ин-та, 1955, вып. 16.
3. Ден-Гартог Дж. П. Теория колебаний. Гостехиздат, 1942.