ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Гостехиздат, 1960.
2. Гиршович Т. А. О турбулентной струе в сносящем потоке. Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, № 1, 1966.
3. Растригин Л. А. Случайный поиск в задачах оптимизации многопараметрических систем. Изд. «Зинатне», Рига, 1965.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ СЕЧЕНИЙ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУЯХ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ, ВЫТЕКАЮЩИХ В СПУТНЫЙ ПОТОК ТОЙ ЖЕ ЖИДКОСТИ

В. В. ПАВЛОВСКИЙ

(Ленинград)

Для осесимметричных турбулентных струй, вытекающих в неподвижную жидкость, число Рейнольдса струи, определяемое по средней скорости в рассматриваемом поперечном сечении струи и по радиусу граничной поверхности турбулентной области струи, сохраняет одинаковое значение для всех поперечных сечений, благодаря чему струя остается турбулентной вдоль всей своей длины [1–3]. Для осесимметричных турбулентных же струй, вытекающих в спутный поток, как показывается в настоящей статье, число Рейнольдса, определяемое по средней избыточной скорости в поперечном сечении струи и по радиусу граничной поверхности турбулентной области, убывает с удалением от выходного сечения струи. Благодаря этому на достаточно большом удалении от выходного сечения струи турбулентное движение должно переходить в ламинарное. Такое же явление имеет место в осесимметричном турбулентном следе за телом [1–3]. Поскольку для осесимметричных турбулентных струй, вытекающих в спутный поток, в результате интегрирования уравнений пограничного слоя построено решение, полностью определяющее осредненное течение жидкости в струе [4], то можно вычислить, на каких расстояниях от начала координат располагаются критические сечения, в которых должен начинаться переход турбулентного движения в струе в ламинарное.

§ 1. **Числа Рейнольдса струи.** Как и в статье [4], будем считать, что струя вытекает в направлении оси Oz, являющейся осью симметрии течения, из круглого отверстия радиуса r_1 в спутный поток той же жидкости. Скорость в выходном сечении струи равна U_1, скорость спутного потока U_0.

Будем называть средним числом Рейнольдса в рассматриваемом поперечном сечении струи число R, определяемое равенством

$$R = \langle U \rangle r_2 / \nu \tag{1.1}$$

Здесь $\langle U \rangle$ — средняя по расходу избыточная продольная скорость в рассматриваемом поперечном сечении струи, r_2 — радиус граничной поверхности турбулентной области струи, ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости. Величина $\langle U \rangle$ определяется равенством

$$\langle U \rangle = \frac{2}{r_2^2} \int_0^{r_2} Ur\, dr \tag{1.2}$$

Здесь U — величина избыточной продольной скорости в рассматриваемой точке, r — расстояние этой точки от оси Oz.

После перехода к безразмерным величинам согласно равенствам

$$u = \frac{U}{U_1}, \quad \langle u \rangle = \frac{\langle U \rangle}{U_1}, \quad r^\circ = \frac{r}{r_1}, \quad r_2^\circ = \frac{r_2}{r_1} \tag{1.3}$$

равенство (1.2) переписывается в виде

$$\langle u \rangle = \frac{2}{r_2^{\circ 2}} \int_0^{r_2^\circ} ur^\circ dr^\circ \tag{1.4}$$

Из (1.1) и (1.3) вытекает

$$R = \frac{\langle u \rangle r_2^\circ U_1 r_1}{\nu} = \langle u \rangle r_2^\circ R_0 \tag{1.5}$$

Здесь через R_0 обозначено число Рейнольдса, определенное по параметрам в выходном сечении струи

$$R_0 = U_1 r_1/\nu \tag{1.6}$$

Избыточный расход жидкости Q через поперечное сечение струи выражается равенством

$$Q = 2\pi\rho \int_0^{r_2} U r\, dr \tag{1.7}$$

Здесь ρ — массовая плотность жидкости.

Используя (1.7) и (1.3), находим, что соответствующий безразмерный расход q имеет величину

$$q = \frac{Q}{\rho U_1 \pi r_1^2} = 2\int_0^{r^\circ_2} ur\, dr \tag{1.8}$$

Из (1.4), (1.5) и (1.8) следует

$$R = R^q{}_0/r_2 \tag{1.9}$$

Разложения для величин q и r°_2 в ряд по степеням безразмерной продольной координаты имеют вид [4]

$$q = \frac{1-\lambda}{\lambda}\left[1 - \frac{0.0192}{X^{2/3}} - \frac{0.000251}{X^{4/3}} + \cdots\right]$$

$$r_2{}^\circ = \frac{\sqrt{105\,(1-\lambda)}}{\lambda}\left[X^{1/3} - \frac{0.0248}{X^{1/3}} - \frac{0.000220}{X} + \cdots\right] \tag{1.10}$$

Здесь обозначено

$$\lambda = \frac{U_0}{U_1}, \qquad X = c^2 \frac{\lambda}{\sqrt{105\,(1-\lambda)}}\, x, \qquad x = \frac{z}{r_1} \tag{1.11}$$

Здесь x — безразмерная продольная координата.

c^2 — безразмерная структурная постоянная, z — расстояние рассматриваемого поперечного сечения от начала координат.

§ 2. **Положение критических сечений.** Условие того, что течение в данном поперечном сечении струи турбулентно, имеет вид

$$R > R_* \tag{2.1}$$

Здесь R_* — критическое число Рейнольдса для осесимметричных струй, вытекающих в спутный поток.

Число R_* должно зависеть от числа λ. При $\lambda = 1$, т. е. при $U_1 = U_0$, поверхность тангенциального разрыва при вытекании струи в спутный поток отсутствует. Поэтому, если начальная турбулентность отсутствует, то при $\lambda = 1$ турбулентная область должна отсутствовать при сколь угодно больших величинах скорости U_1 в выходном сечении струи, т. е. при сколь угодно больших величинах числа R_0. Поэтому R_* при $\lambda = 1$ должно иметь бесконечно большую величину. При $\lambda = 0$ $(U_0 = 0)$ R_* представляет собой критическое число Рейнольдса осесимметричной струи, вытекающей в неподвижную жидкость. При увеличении числа λ от 0 до 1 критическое число Рейнольдса осесимметричных струй, вытекающих в спутный поток, должно возрастать от величины R_*, соответствующей вытеканию струи в неподвижную жидкость, до бесконечности.

Составляя при помощи (1.9) — (1.10) разложение для среднего числа Рейнольдса струи и подставляя его в (2.1), получаем

$$R_0\left(\frac{1-\lambda}{105}\right)^{1/2} \frac{1}{X^{1/3}}\left[1 + \frac{0.00556}{X^{2/3}} + \frac{0.000107}{X^{4/3}} + \cdots\right] > R_* \tag{2.2}$$

В левую часть неравенства (2.2) входит разложение для среднего числа Рейнольдса струи. На больших удалениях от выходного сечения струи, т. е. при больших X, число R пропорционально $X^{-1/3}$. Если перейти от X к размерной продольной координате z согласно (1.11), то число R при больших z оказывается пропорциональным $z^{-1/3}$, т. е. убывает с увеличением продольной координаты по такому же закону, что и среднее число Рейнольдса осесимметричного турбулентного следа за телом [1,2].

Из (2.2) и (1.11) видно, что для конечных чисел Рейнольдса R_0 и R_* и при числе $\lambda \neq 0$, при величинах X, превышающих некоторое критическое значение, условие (2.2) перестает выполняться. Считая, что при величинах X порядка их критических значений в разложении, входящем в (2.2), можно пренебречь всеми членами, по сравнению с первым, и разрешая затем неравенство (2.2) относительно X и переходя от X к x, согласно (1.11), получаем условие того, что течение в рассматриваемом сечении турбулентно в виде

$$x < \frac{(1-\lambda)^2}{105\lambda c^2}\varepsilon^3 \qquad \left(\varepsilon = \frac{R_0}{R_*}\right) \tag{2.3}$$

Обозначим через R_*' критическое число Рейнольдса, определяющее границу, до которой не может существовать устойчивое пульсационное движение, [1]. Для осесимметричных струй, вытекающих в спутный поток, число R_*', как и число R_*, должно зависеть от числа λ. При этом $R_*' < R_*$. Если

$$R < R_*' \tag{2.4}$$

то в сечениях струи, лежащих вниз по потоку за сечениями, в которых начинает выполняться неравенство (2.5), пульсационное движение становится неустойчивым, и турбулентная область, сносясь вниз по потоку, сужается и затем исчезает совсем [1,2].

Составляя при помощи (1.9) — (1.11) разложение для числа Re, подставляя его в неравенство (2.4), сохраняя в разложении один первый член и разрешая неравенство относительно x, получаем, что координаты x сечений, лежащих вниз по потоку за сечением, в котором начинается вырождение турбулентности и переход к ламинарному движению, удовлетворяют неравенству

$$x > \frac{(1-\lambda)^2}{105\,\lambda c^2}\varepsilon'^3 \left(\varepsilon' = \frac{R_0}{R_*'}\right) \tag{2.5}$$

Координату x сечения, в котором начинается переход от турбулентного движения к ламинарному, обозначим через x_*. Она определяется из (2.6) после замены знака неравенства на знак равенства.

$$x_* = \frac{(1-\lambda)^2}{105\,\lambda c^2}\varepsilon'^3 \tag{2.6}$$

В таблице приводятся величины x_* в зависимости от числа λ и величины ε', вычисленные по формуле (2.6) при значении $c^2 = 0.0067$. Как видно из таблицы, в большинстве

λ	$\varepsilon' = 5$	$\varepsilon' = 10$	$\varepsilon' = 50$	$\varepsilon' = 100$	$\varepsilon' = 500$
0.2	570	$4.6 \cdot 10^3$	$5.7 \cdot 10^5$	$4.6 \cdot 10^6$	$5.7 \cdot 10^8$
0.4	160	$1.28 \cdot 10^3$	$1.6 \cdot 10^5$	$1.28 \cdot 10^6$	$1.6 \cdot 10^8$
0.6	47	380	$4.7 \cdot 10^4$	$3.8 \cdot 10^5$	$4.7 \cdot 10^7$
0.8	9	71	$8.9 \cdot 10^3$	$7.1 \cdot 10^4$	$8.9 \cdot 10^6$

практических случаев критические сечения располагаются на весьма больших удалениях от выходного сечения струи (x_* — отношение продольной координаты критического сечения к радиусу выходного сечения струи; начало отсчета продольной координаты при числах λ, приводящихся в таблице, располагается от выходного сечения струи на расстояниях, не превышающих одного — нескольких десятков радиусов выходного сечения струи). В то же время при малых величинах ε' порядка одного десятка критические сечения, как следует из таблицы должны находиться на сравнительно небольших расстояниях от выходного сечения струи порядка нескольких десятков или сотен диаметров этого выходного сечения. Последнее обстоятельство может облегчить попытку экспериментального исследования перехода турбулентного движения жидкости в струе в ламинарное.

Поступило 26 IV 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1954.
2. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. Изд. иностр. лит., 1959.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1, Физматгиз, 1965.
4. Павловский В. В. Основной участок осесимметричных турбулентных струй несжимаемой жидкости, вытекающих из отверстий конечного размера в спутный однородный поток той же жидкости. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 6.