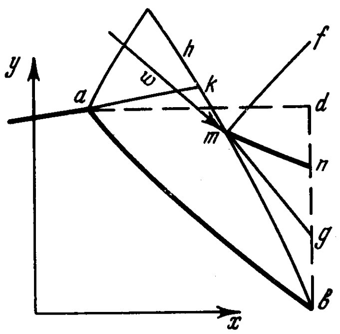
О МИНИМАЛЬНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ КОРМОВЫХ ЧАСТЕЙ ТЕЛ

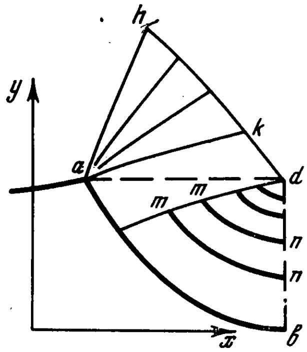
Ю. Д. ШМЫГЛЕВСКИЙ *(Москва)*

Исследование минимального волнового сопротивления тел в сверхзвуковом потоке до сих пор проводилось только для случая обтекания одной поверхности. В то же время известны пути уменьшения сопротивления аппарата ценой введения дополнительных тел, не выходящих из заданных габаритов.

Пусть, например, плоский профиль или тело вращения (фиг. 1) с образующей ab обтекается потоком с характерными линиями Маха ah, ak, hb. Пусть, далее, скорость в точке m изображается вектором w с углом наклона θ_w к оси x. Введем в поток тело с



Фиг. 1



Фиг. 2

прямолинейной образующей mn так, чтобы угол наклона θ_0 отрезка mn к оси x удовлетворял условиям $\theta_w < \theta_0 < 0$. В этом случае в потоке возникнет волна разрежения bmg и ударная волна mf, давление на нижней стороне mn может быть во всех точках меньше, чем давление на верхней стороне mn, и равнодействующая сил давления будет направлена в сторону отрицательных значений x. Подобным образом может быть увеличена тяга сопла.

Рассмотрим задачу о минимальном сопротивлении кормовой части тела при заданных габаритах. При ее решении нельзя, конечно, требовать, чтобы контур ab обладал минимальным сопротивлением при заданном набегающем потоке среди всех контуров, соединяющих точки a и b. Минимальным сопротивлением должна обладать вся система тел с образующими в прямоугольнике $x_a \leqslant x \leqslant x_b$, $y_b \leqslant y \leqslant y_a$.

Пусть набегающий поток (фиг. 2) задан на линии Маха ah. В качестве контрольного контура выберем линию $ahdba$, причем hd является линией Маха второго семейства, а отрезок bd определяется условиями $x = x_b$, $y_b \leqslant y \leqslant y_a$. Течение совершенного газа определяется уравнениями

$$\frac{\partial y^\nu \rho u}{\partial x} + \frac{\partial y^\nu \rho v}{\partial y} = 0, \qquad u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\rho = \left[\frac{\varkappa+1}{2\varkappa\varphi}\left(1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}w^2\right)\right]^{\frac{1}{\varkappa-1}}, \qquad p = \varphi\rho^\varkappa$$

$$\varphi = \varphi(\psi), \qquad d\psi = y^\nu\rho\,(u\,dy - v\,dx)$$

Здесь x, y — декартовы координаты, отнесенные к некоторому линейному размеру l; u, v — соответствующие составляющие скорости, отнесенной к критической скорости a_*; ρ — плотность, отнесенная к некоторому значению плотности ρ_*; p — давление, отнесенное к $\rho_* a_*^2$; φ — энтропийная функция, отнесенная к $\rho^{1-\varkappa} a_*^2$; ψ — функция тока, отнесенная к $l^{\nu+1}\rho_* a_*$; $\varkappa$ — показатель адиабаты; ν равно нулю или единице соответственно в плоском или осесимметричном случае.

Вариационная задача на контрольном контуре ставится и решается обычным путем [1]. Для получения минимального волнового сопротивления необходимо найти функции $\alpha(y)$ и $\vartheta(y)$ на hd и функции $u(y)$ и $v(y)$ на bd, реализующие минимум сопротивления χ

$$\frac{\chi}{(2\pi)^\nu} = \int\limits_{y_a}^{y_h} F_1 dy + \int\limits_{y_d}^{y_h} \Phi_1 dy + \int\limits_{y_b}^{y_d} \Psi_1 dy$$

при условии равенства расходов через ah и bdh

$$\Psi = 0 = \int_{y_a}^{y_h} F_2 dy + \int_{y_d}^{y_h} \Phi_2 dy + \int_{y_b}^{y_d} \Psi_2 dy$$

при заданной длине

$$X = x_b - x_a = \int_{y_a}^{y_h} F_3 dy + \int_{y_d}^{y_h} \Phi_3 dy$$

при условии совместности $\Phi_4 = 0$ на характеристике hd и заданной функции $\varphi(\psi)$. Здесь приняты обозначения

$$F_1 = \sqrt{\varkappa}\varphi^n y^\nu z w \left[\frac{\cos\vartheta}{\sin(\vartheta+\alpha)} + \frac{\sin\alpha}{\varkappa}\right], \quad F_2 = \sqrt{\varkappa}\varphi^n y^\nu z \operatorname{cosec}(\vartheta+\alpha), \quad F_3 = \operatorname{ctg}(\vartheta+\alpha)$$

$$\Phi_1 = \sqrt{\varkappa}\varphi^n y^\nu z w \left[\frac{\cos\vartheta}{\sin(\vartheta-\alpha)} - \frac{\sin\alpha}{\varkappa}\right], \quad \Psi_1 = -y^\nu(p+\rho u^2)$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\varkappa}\varphi^n y^\nu z \operatorname{cosec}(\vartheta-\alpha), \qquad \Phi_3 = -\operatorname{ctg}(\vartheta-\alpha) \; \Psi_2 = -y^\nu \rho u$$

$$\Phi_4 = \frac{d\vartheta}{dy} - \frac{1+\cos 2\alpha}{\varkappa - \cos 2\alpha}\frac{d\alpha}{dy} - \frac{\nu \sin\vartheta \sin\alpha}{y \sin(\vartheta-\alpha)} + \frac{\sin 2\alpha}{2\varkappa(\varkappa-1)\varphi}\frac{d\varphi}{dy},$$

$$\vartheta = \operatorname{arc\,tg}\frac{v}{u}, \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{\varkappa p}{\rho w^2}\right)^{1/2}, \qquad w = \sqrt{u^2+v^2}$$

$$z = \left(\frac{\varkappa+1}{2\varkappa}\,\frac{1-\cos 2\alpha}{\varkappa-\cos 2\alpha}\right)^\gamma, \qquad n = -\frac{1}{\varkappa-1} \qquad \left(\gamma = \frac{1}{2}\,\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}\right)$$

Приведем решение этой задачи. Участок hk характеристики hd определяется изломом контура ab в точке a. Участок kd той же характеристики определяется равенствами

$$\frac{w\cos(\vartheta+\alpha)}{\cos\alpha} = \frac{w_k \cos(\vartheta_k + \alpha_k)}{\cos\alpha_k} = -\lambda_2$$

$$\varphi^n(\psi)\, y^\nu z w \frac{\sin^2\vartheta}{\cos\alpha} = \varphi^n(\psi_k)\, y_k^\nu z_k w_k \frac{\sin^2\vartheta_k}{\cos\alpha_k} = \lambda_3$$

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{ctg}(\vartheta-\alpha), \qquad x(y_k) = x_k, \qquad \frac{d\psi}{dy} = -\frac{y^\nu \rho w \sin\alpha}{\sin(\vartheta-\alpha)}, \qquad \psi(y_k) = \psi_k$$

На отрезке bd выполняются равенства

$$u = -\lambda_2, \qquad v = 0$$

Координаты точки k определяются из условия получения заданных величин Ψ и X. В точке d должно выполняться условие

$$\Phi_1 + \lambda_2\Phi_2 + \lambda_3\Phi_3 - \Psi_1 - \lambda_2\Psi_2 \geqslant 0$$

Если рассмотреть ту же задачу при допущении возрастания энтропии, то оказывается, что энтропийная функция $\varphi(\psi)$ на hd и bd должна сохраняться при выполнении на kd неравенства

$$G < \vartheta < G + \pi, \qquad G = -\operatorname{arc\,tg}\frac{\sin 2\alpha}{2\varkappa - 1 - \cos 2\alpha}$$

и на bd неравенства

$$\frac{\varkappa+1}{2\varkappa} + \left(\frac{\varkappa+1}{2\varkappa} + u\right)u > 0$$

которое выполняется при $\varkappa > 1$ и $u > 0$.

Для иллюстрации полученных результатов были проведены расчеты плоских течений при $\varkappa = 1.4$. Набегающий поток был принят равномерным с $\alpha_\infty = 1{,}4$ и $\vartheta_\infty = 0$.

m	α	ϑ	u	c_x	c_x^0
17.116	1.0	—0.0558	1.2476	0.2767	0.2844
9.538	0.9	—0.0952	1.3545	0.4054	0.4283
5.469	0.8	—0.1524	1.4835	0.5620	0.6205
3.121	0.7	—0.2333	1.6310	0.7417	0.8679
1.770	0.6	—0.3457	1.7834	0.9228	1.1036
1.121	0.5	—0.4998	1.9039	1.0524	1.2198

Удлинение кормовой части тела $(x_d - x_a)$: $(y_d - y_b)$ обозначено через m. В области $adka$ угол Маха обозначен через α, а угол наклона скорости к оси x — через ϑ. Скорость на bd обозначена через u. Коэффициент сопротивления c_x, соответствующий минимальному сопротивлению, определяется формулой

$$c_x = 2\,\frac{P + p_\infty (y_d - y_b)}{(y_d - y_b)\,\rho_\infty u_\infty^2}$$

где P — сила, действующая на кормовую систему тел, а индекс ∞ приписан величинам в набегающем потоке. Результаты расчетов сведены в таблицу. Во всех примерах все перечисленные условия экстремума выполнены. В той же таблице приведен минимальный коэффициент сопротивления c°_x, который можно обеспечить только одной образующей ab при прочих равных условиях. Первые четыре таких профиля прямолинейны и соединяют точки a и b, а пятый и шестой профили представляют собой ломаные линии, состоящие из прямолинейных отрезков, выходящих из точки a с углом наклона —0.3598, и прямолинейных отрезков с $x = x_b$, приходящих в точку b.

Поступило 14 VI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики. Тр. Вычислительного центра АН СССР, 1963.

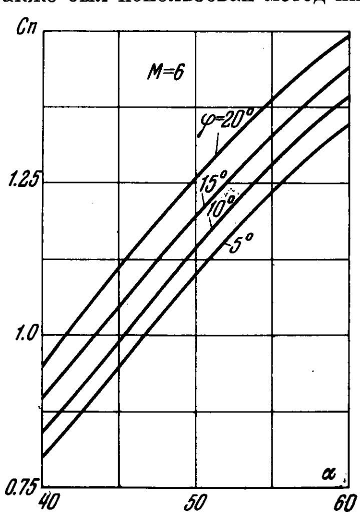
К РАСЧЕТУ ОБТЕКАНИЯ ПЛОСКИХ ТРЕУГОЛЬНЫХ КРЫЛЬЕВ ПРИ БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

А. П. БАЗЖИН (Москва)

Рассматривается течение около нижней поверхности плоского треугольного крыла, обтекаемого гиперзвуковым потоком совершенного невязкого и нетеплопроводного газа под большими углами атаки.

В опубликованной недавно работе [1] предложен интегральный метод, позволяющий в принципе, рассчитывать течения около крыльев с различной степенью точности. На основе первого приближения этого метода дан подробный качественный анализ возможных схем течения на нижней поверхности плоских треугольных крыльев.

В работе [2] для расчета течения около нижней поверхности треугольного крыла также был использован метод интегральных соотношений. Полученная в этой работе аппроксимирующая система обыкновенных дифференциальных уравнений оказалась практически неудобной. Впоследствии была принята другая аппроксимация подынтегральных функций и другая аппроксимирующая система, решение которой находится быстрее, так как появляется возможность один из неизвестных параметров определять из начальных условий в плоскости симметрии течения. При некоторых режимах течения это приводит к существенному сокращению потребного машинного времени. Имеются также режимы с растеканием потока на поверхности крыла от некоторой образующей, не лежащей в плоскости симметрии течения. В таких случаях интегрирование аппроксимирующей системы уравнений является более трудоемким процессом, много времени требуется на подбор значения энтропийной функции на поверхности тела.



Фиг. 1

Основная цель настоящей работы заключалась в проведении систематических расчетов обтекания нижних поверхностей плоских треугольных крыльев в возможно более широком диапазоне углов атаки, числа M и угла при вершине крыла. Были рассмотрены крылья с углами стреловидности передней кромки, равными $70 \div 85°$, в диапазоне углов атаки от 30 до 60° и чисел M от 4 до 10. На фиг. 1 в качестве примера представлена зависимость коэффициента нормальной силы треугольных крыльев Cn от угла атаки α при $M = 6{,}0$ для различных значений φ — половины угла при вершине крыла.

Получено также распределение других параметров течения (компонентов скорости, давления и плотности) по поверхности треугольных крыльев при различных режимах их обтекания. Пользуясь этими данными, можно построить картину линий тока на