

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО УЧЕТА ВЛИЯНИЯ СТенок ПРИ КАВИТАЦИОННОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ

В. П. КАРЛИКОВ, Г. И. ШОЛОМОВИЧ

(Москва)

Одним из основных вопросов при изучении развитой кавитации в гидродинамических трубах закрытого типа является установление соответствия между картинами течения, наблюдаемыми в трубе и безграничном потоке. Целью исследования влияния стенок должно быть отыскание связи между основными характеристиками явления, т. е. числами кавитации, габаритами каверн, коэффициентами сопротивления и т. п. для безграничного потока и потока в трубе. Известно значительное число работ, например [1-7], посвященных этому вопросу, но в большинстве из них рассматриваются только плоские течения. В этих работах содержатся либо точные решения, полученные при помощи аппарата функций комплексного переменного, либо решения в линеаризованной постановке.

В настоящее время ощущается острая необходимость получения хотя бы приближенных решений для осесимметричных кавитационных течений в трубе.

В ряде исследований [1, 2, 4] было показано, что в случае плоских потоков наличие твердых границ сказывается на коэффициенте сопротивления лишь посредством изменения величины числа кавитации, в то время как сама зависимость коэффициента сопротивления от числа кавитации не изменяется по сравнению с безграничным потоком. Можно предположить, что аналогичная ситуация имеет место и для осесимметричного случая. Тогда вопрос о влиянии стенок может быть сведен к установлению связи между соответствующими числами кавитации.

В настоящей работе сделана попытка установить соответствие между числами кавитации в безграничном потоке и трубе, при которых каверны за одним и тем же насадком имеют одинаковые площади миделевого сечения.

Рассмотрим обтекание кавитирующего осесимметричного объекта в цилиндрической трубе однородным стационарным потоком идеальной невязкой несжимаемой жидкости.

Выделим контрольную поверхность, показанную на фиг. 1, пунктиром. Сечение 0-0 соответствует потоку далеко перед обтекаемым телом, а сечение 1-1 — положению миделя каверны. Обозначив через V , p и ρ величины скоростей, давлений и плотности, применим интегральные законы сохранения массы и изменения импульса к жидкому объему, заключенному внутри контрольной поверхности.

В проекции на ось трубы имеем

$$\int_{(S_0-S_3)_1} V dS = \int_{S_0} V dS \quad (1)$$

$$\rho \int_{(S_0-S_3)_1} V^2 dS - \rho \int_{S_0} V^2 dS = \int_{S_0} p dS - \int_{(S_0-S_3)_1} p dS - \int_{S_{34}} p dS - \int_{S_{45}} p dS$$

Здесь индексы соответствуют: 0 — сечению 0-0, 1 — сечению 1331, 3 — границе каверны, через S_0 и S_3 обозначены площади поперечных сечений трубы и миделя каверны, а через S_{34} и S_{45} — проекция площади боковой поверхности каверны от места отрыва струй до миделя и проекция смоченной поверхности тела на плоскость поперечного сечения трубы. Принимая, что V_0 и ρ_0 постоянны по всему сечению, а давление p_3 постоянно вдоль поверхности каверны, и обозначив через X силу сопротивления

тела, будем иметь

$$\int_{(S_0-S_3)_1} V dS = V_0 S_0$$

$$\rho \int_{(S_0-S_3)_1} V^2 dS - \rho V_0^2 S_0 = p_0 S_0 - \int_{(S_0-S_3)_2} p dS - p_3 S_3 - X \quad (2)$$

Так как точного решения задачи об обтекании тела с каверной в цилиндрической трубе, насколько известно, пока не существует, представляется целесообразным выбрать определенную схему расчета, заменив действительный профиль скоростей в зоне миделя каверны некоторым фиктивным. Очевидно, что схема с фиктивным профилем скоростей обязана удовлетворять определенным требованиям.

1. При удалении стенок трубы в бесконечность зависимости между основными параметрами должны совпадать с известными зависимостями для безграничного потока.

2. При приближении числа кавитации к предельному (для данного загромождения) оно должно соответствовать формуле Биркгофа.

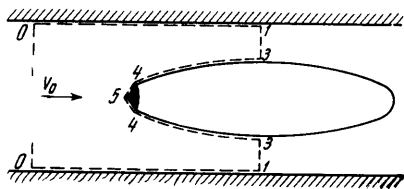
3. Зона с наибольшими значениями скорости жидкости должна находиться в окрестности каверны. Максимальное значение скорости должно достигаться на границе каверны.

4. Предельное значение скорости у стенки трубы при удалении ее в бесконечность должно быть равно скорости набегающего потока.

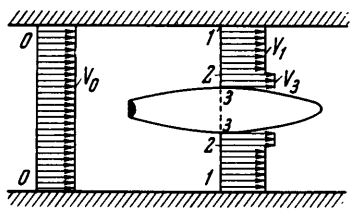
5. При достижении предельного числа кавитации поле скоростей в сечении 1331 должно быть однородным, а величина скорости — равной V_3 при этом числе кавитации.

6. При обращении размеров обтекаемого в трубе тела в нуль поле скоростей должно стать однородным, а величина скорости — равной скорости набегающего потока V_0 .

Вероятно, возможны различные варианты схем течения, удовлетворяющие перечисленным требованиям. Очевидно, что, помимо совпадения результатов расчетов по принятой схеме с экспериментом, что, конечно, является основным требованием, важным фактором для выбора схемы должна быть максимально возможная простота. В результате анализа ряда вариантов была принята схема, показанная на фиг. 2.



Фиг. 1



Фиг. 2

Истинный профиль скоростей в зоне миделя каверны заменяется профилем, состоящим из двух участков, в пределах каждого из которых скорость считается постоянной. Для участка, прилегающего к границе каверны, скорость равна V_3 , а для участка, прилегающего к стенкам трубы, — некоторой скорости V_1 . В этом случае уравнения (2) принимают вид:

$$V_1(S_0 - S_2) + V_3(S_2 - S_3) = V_0 S_0$$

$$\rho V_1^2(S_0 - S_2) + \rho V_3^2(S_2 - S_3) - \rho V_0^2 S_0 =$$

$$= p_0 S_0 - p_1(S_0 - S_2) - p_3 S_2 - X \quad (3)$$

где площадь S_2 соответствует положению границы между участками.

Используя уравнение Бернулли для выражения давлений p_1 и p_3 через соответствующие скорости и вводя безразмерные величины

$$v = \frac{V}{V_0}, \quad s = \frac{S}{S_0}, \quad c_x = \frac{2X}{\rho V_0^2 S_4}$$

где S_4 —площадь миделевого сечения насадка, а также полагая, что $S_4 = S_{45}$, после простых преобразований будем иметь

$$v_1(1 - s_2) + v_3(s_2 - s_3) = 1, \quad (v_3 - 1)^2 - (v_3 - v_1)^2(1 - s_2) = c_x s_4 \quad (4)$$

Исключая величину s_2 , окончательно получим

$$(v_3 - 1)(v_1 - 1) = c_x s_4 - v_3(v_3 - v_1) s_3 \quad (5)$$

Конечной целью исследования, как указывалось выше, является установление соответствия между числами кавитации в безграничном потоке σ_∞ и в трубе σ , при которых каверны за одним и тем же насадком имеют одинаковые площади миделевого сечения. Это условие дает возможность воспользоваться известной приближенной формулой [8,9] для выражения площади миделя каверны в формуле (5) через σ_∞

$$s_3 = \frac{c_{x0} s_4 (1 + \sigma_\infty)}{\sigma_\infty} \quad (6)$$

Величина v_3 в формуле (5) связана с σ очевидным соотношением

$$v_3 = \sqrt{1 + \sigma} \quad (7)$$

Размеры каверны для фиксированного насадка определяются, как известно, числом кавитации, представляющим отношение поперечного перепада давлений между бесконечно удаленной точкой в обтекающем каверну потоке и полостью каверны к скоростному напору натекающего потока. Полагаем далее, что в принятой схеме обтекания тела в трубе (см. фиг. 2) роль такого перепада давлений играет разность давлений $p_1 - p_3$, где p_1 связано с V_1 интегралом Бернулли. Тогда одинаковые размеры каверн должны достигаться при условии

$$\sigma_\infty = \frac{p_\infty - p_3}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = \frac{p_1 - p_3}{\frac{1}{2}\rho V_0^2} \quad (8)$$

Отсюда

$$v_1 = 1 + \sigma - \sigma_\infty \quad (9)$$

Принимая, что, как указывалось выше, в цилиндрической трубе при обтекании кавитирующего тела коэффициент сопротивления зависит от загромождения только через влияние стенок на число кавитации, имеем

$$c_x = c_{x0}(1 + \sigma) \quad (10)$$

Из второго уравнения (4), положив в нем $s_2 = 1$ (что соответствует предельному числу кавитации в трубе) и используя (10), имеем

$$(\sqrt{1 + \sigma_{\min}} - 1)^2 = c_{x0} s_4 (1 + \sigma_{\min}) \quad (11)$$

Как видно из этой формулы, величина σ_{\min} однозначно определяется величиной $c_{x0} s_4$, которая характеризует, по существу, степень загромождения поперечного сечения трубы и учитывает одновременно геометрию насадка.

Подставив выражения (6), (7), (9), (10) и (11) в (5), получим искомую связь между σ и σ_∞

$$\begin{aligned} & \sigma_\infty (\sqrt{1 + \sigma - \sigma_\infty} - 1) (\sqrt{1 + \sigma} - 1) (1 + \sigma_{\min}) = \quad (12) \\ & = (\sqrt{1 + \sigma_{\min}} - 1)^2 [\sigma_\infty (1 + \sigma) - \sqrt{1 + \sigma} (1 + \sigma_\infty) (\sqrt{1 + \sigma} - \sqrt{1 + \sigma - \sigma_\infty})] \end{aligned}$$

В практике при исследованиях развитой кавитации, когда величины σ и σ_∞ невелики, нет необходимости пользоваться громоздкой формулой (12). Используя разложения в ряды и сделав соответствующие пренебрежения, можно получить формулу

$$\sigma_\infty = \frac{2\sigma^2 - \sigma_{\min}^2}{2\sigma} \quad (13)$$

Покажем, что принятая расчетная схема течения удовлетворяет сформулированным выше требованиям.

Выражение (13) при $\sigma_{\min} = 0$, что соответствует безграничному потоку, дает

$$\sigma_\infty = \sigma \quad (\text{требование 1}).$$

Из уравнения (11) непосредственно получается формула Биркгофа

$$\sigma_{\min}^2 \geq 4c_x s_4 \quad (\text{требование 2}) \quad (14)$$

На основании (9) имеем

$$v_3^2 - v_1^2 = \sigma_\infty \geq 0 \quad (\text{требование 3})$$

Подстановка в (9) значения $\sigma = \sigma_\infty$ приводит к

$$v_1 = 1 \quad (\text{требования 4 и 6})$$

Из первого уравнения (4) следует

$$1 - s_2 = \frac{1 - v_3(1 - s_3)}{v_1 - v_3}$$

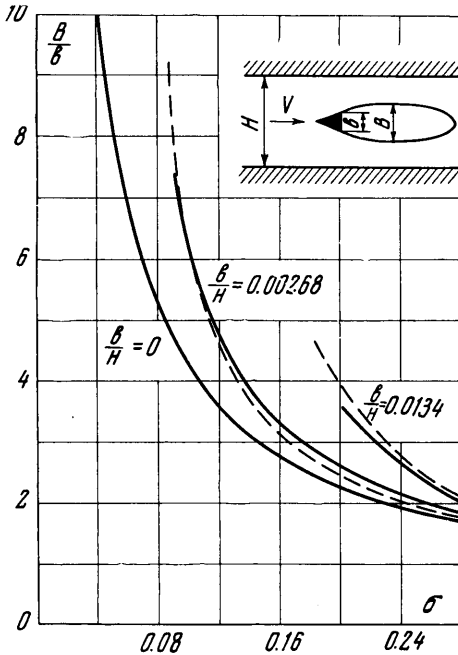
Здесь числитель для предельного случая равен нулю и, следовательно,

$$s_2 = 1 \quad (\text{требование 5})$$

Нетрудно видеть, что установленные формулы должны быть справедливы для осесимметричных труб и для труб с плоской рабочей частью.

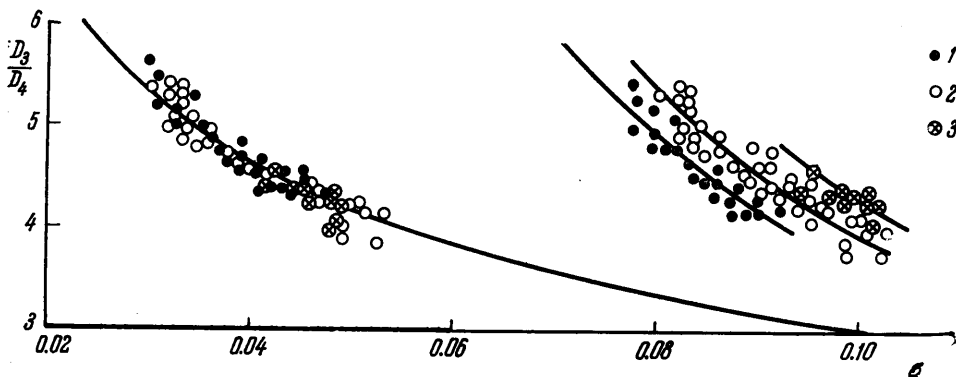
Представляет интерес сравнить полученные результаты с известными теоретическими решениями для плоского случая. На фиг. 3 показано, например, сравнение расчетов по формуле (13) (пунктир) с данными работы [6] (сплошная линия). Практически полное совпадение кривых убеждает в справедливости допущений, принятых в настоящей работе. Отсутствие теоретических решений для осесимметричных течений не позволяет произвести аналогичные сравнения для этого случая. Однако имеется возможность сравнить полученные результаты с данными эксперимента. При этом следует иметь в виду, что при пользовании формулой (12) или (13) в качестве σ_{\min} и σ должны подставляться их значения, найденные экспериментально, но с учетом влияния пограничного слоя на стенках трубы, что весьма существенно, особенно в случае малых значений $c_{x_0} s_4$.

Влияние пограничного слоя сказывается следующим образом: с одной стороны имеется потеря полного напора по длине трубы, с другой стороны, нарастание погра-



Фиг. 3

ничного слоя приводит к кажущемуся уменьшению поперечного сечения трубы. Учет этих обстоятельств при использовании экспериментальных данных сводится к тому, что для вычисления величин σ и σ_{\min} , входящих в формулу (13), измеренные перепады давлений должны быть уменьшены на величину потерь полного напора по длине рабочего участка от его входа до сечения, соответствующего миделю каверны. Измеренную площадь поперечного сечения миделя каверны следует увеличить на величину площади, соответствующей толщине вытеснения пограничного слоя на стенке трубы в этом сечении.



Фиг. 4

На фиг. 4 приведено сравнение экспериментально найденной в осесимметричной трубе Ин-та механики МГУ и пересчитанной по формуле (13) с учетом пограничного слоя зависимости относительных диаметров каверн за дисками от числа кавитации с известной зависимостью для безграничного потока. Испытания проводились при больших числах Фруда ($F > 70$), что обеспечивало достаточную осевую симметрию обтекания. Сравнение проводилось двойным способом. В правой части графика даны экспериментальные точки, полученные в результате непосредственных измерений в трубе. Сплошные линии в этой части графика рассчитаны по формуле (13). Точки и кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям $c_{x_0, \text{сд}}$, равным соответственно $3,32 \cdot 10^{-4}$, $5,2 \cdot 10^{-4}$, $7,55 \cdot 10^{-4}$. В левой части графика сплошной линией представлена известная зависимость для безграничного потока

$$\frac{D_3}{D_4} = \left(\frac{c_{x_0} (1 + \sigma_\infty)}{\sigma_\infty} \right)^{1/2}$$

на которую нанесены те же экспериментальные точки, но пересчитанные на безграничный поток по формуле (13).

Таким образом, сравнение с известными теоретическими и экспериментальными данными показывает, что предложенный метод учета влияния стенок трубы на число кавитации и размеры каверны может быть использован для пересчета результатов испытаний моделей в гидродинамических трубах на безграничный поток.

Поступило 25 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. Физматгиз, 1961.
2. Гуревич М. И. Симметричное кавитационное обтекание плоской пластинки, помещенной между параллельными стенками. Изв. АН СССР. ОТИ, 1946, № 4.
3. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. Изд. «Мир», 1964.
4. Birkhoff G., Plesset M., Simmons N. Wall effects in cavity flow. Quart. Appl. Math., 1950, vol. 8, part 1, No. 2; 1952, vol. 9, part 2, No. 4.
5. Benjamin T. B. On the flow in channels when rigid obstacles are placed in the stream. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, part 2.
6. Cohen H., Gilbert R. Two-dimensional steady cavity flow about slender bodies in channels of finite breadth. J. Appl. Mech., 1957, vol. 24, No. 2.
7. Cohen H., Di Prima R. C. Wall effects in cavitating flows. Sec. Symposium on Naval Hydrodynamics. August 25—29, 1958, ACR-38, 1960.
8. Эпштейн Л. А. Экспериментальные исследования кавитационных осесимметричных течений в опытовом бассейне. Тр. ЦАГИ, 1958, вып. № 710.
9. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Тр. ЦАГИ, 1965, вып. 935.