

О ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОДОБИИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТОНКИХ ПРИТУПЛЕННЫХ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ НЕСОВЕРШЕННЫМ ГАЗОМ

В. В. ЛУНЕВ, В. Г. ПАВЛОВ

(Москва)

Законы гиперзвукового подобия обтекания тонких притупленных тел [1-3] обобщаются на тела с негладкой боковой поверхностью, в частности — имеющей угловые точки (при условии их безотрывного сверхзвукового обтекания). Рассматриваются условия подобия для несовершенного во всей возмущенной области газа.

Обозначения

x, r — цилиндрическая система координат с центром в переходном сечении между носком и боковой поверхностью;

uU_∞, vU_∞ — составляющие скорости по этим осям;

$p\rho_\infty U_\infty^2, \rho\rho_\infty, iU_\infty^2, \pi^v r_0^{1+v} \rho_\infty U_\infty$ ψ — давление, плотность, энтальпия газа, функция тока;

r_0, c_x — радиус носка и коэффициент сопротивления носка;

β, L — относительная толщина и характерная длина тела;

$r_0 + Lr_w(x), R(x), \delta(x)$ — формы боковой поверхности тела, ударной волны и толщина высокоэнтропийного слоя, ограниченного линией тока ψ_δ ;

$\rho_\infty, U_\infty, M_\infty, \gamma$ — плотность, скорость, число Маха и показатель адиабаты набегающего потока.

Индексы w, δ относятся к величинам на поверхности тела и к границе высокоэнтропийного слоя. Значения $\nu = 0; 1$ относятся соответственно к плоским и осесимметричным течениям.

1. Необходимым условием подобия обтекания тел с боковой поверхностью, имеющей участки большой кривизны, является подобие полей течения в сечениях перед ними. Рассмотрим пока совершенный газ (общий случай обсуждается в п. 2). В работе [3] показано, что в подобных случаях одинаковыми функциями переменных x/L и r_β являются величины p_β, v_β во всей возмущенной области, i_β, ρ в низкоэнтропийной области, примыкающей к ударной волне и i, ρ_β — в высокоэнтропийном слое, образованном газом, прошедшим через ударную волну в окрестности затупления; здесь

$$p_\beta = \frac{p}{\beta^2}, \quad i_\beta = \frac{i}{\beta^2}, \quad \rho_\beta = \frac{\rho}{\beta^2}, \quad v_\beta = \frac{v}{\beta}, \quad r_\beta = \frac{r}{\beta} \quad (1.1)$$

При этом должны быть одинаковыми параметры и функции

$$M_\infty \beta, \quad K = \frac{1}{2} c_x \left(\frac{r_0}{L} \right)^{1+\nu} \beta^{-(3+\nu)}, \quad s(\varphi) = \sin^2 \alpha, \quad r_{w\beta} \left(\frac{x}{L} \right) = \frac{r_w}{L\beta}, \quad B = \beta^{2\varepsilon} \\ \left(\varphi = \frac{\psi}{c_x}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \quad (1.2)$$

Здесь α — угол наклона ударной волны в точке пересечения ее рассматриваемой линией тока в высокоэнтропийном слое. Параметр K появляется [1,2] при учете влияния носка посредством интегрального уравнения количества движения в продольном направлении (или энергии в рамках нестационарной аналогии); функция $s(\varphi)$ и параметр B появляются [3]

за счет уравнения адиабаты, характеризующего распределение энтальпии по линиям тока в высокоэнтропийном слое и уравнения, описывающего распределение линий тока в этом слое:

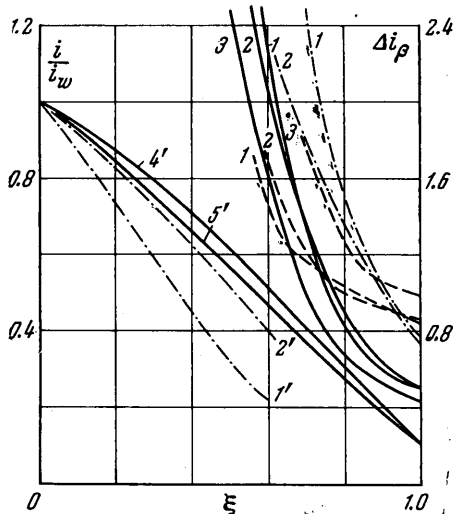
$$i = A_2 (\gamma) p_\beta^{(\gamma-1)/\gamma} s^{1/\gamma} (\varphi) B$$

$$2K = \frac{\partial \varphi}{\partial r_\beta} = 2\gamma r_\beta^{1+\nu} \rho_\beta u, \quad 2K = \frac{\partial \varphi}{\partial (x/L)} = 2\gamma r_\beta^{1+\nu} \rho_\beta v_\beta \quad (1.3)$$

Функция $s(\varphi)$ сравнительно слабо зависит от формы носков [4], так что этот критерий подобия можно считать автоматически выполненным. Заметим, что в высокоэнтропийном слое $s \sim 1$, $\rho \sim \beta^2/B$, $i \sim B \sim 1$, в низкоэнтропийной области $s \sim \beta^2$ и $\rho \sim 1$, $i \sim \beta^2$. Обычно $\varepsilon \ll 1$, поэтому параметры B будут близки, если различие в величинах β сравнительно невелико.

При одинаковых β , то есть для тел отличающихся лишь формой носков, в величинах (1.1) — (1.2), можно положить $\beta = 1$ и во всей возмущенной области будут подобными одни и те же безразмерные величины. При различных β в низкоэнтропийной и высокоэнтропийной областях подобны разные величины (ρ , i_β и ρ_β , i), и, следовательно, подобие нарушается в некоторой промежуточной области.

В подтверждение на фиг. 1, 2 для притупленных конусов с углом полураствора θ и носками в виде сферических сегментов с углом полураствора ω в зависимости от переменной $\xi = (r-r_w)/(R-r_w)$ показаны профили величин



Фиг. 1

Сплошные линии построены для конусов с одинаковыми $\beta = \tan \theta$, $\theta = 10^\circ$, но с разными носками: кривые 1, 2 относятся к сечению $x_1 = 20$ и $\omega = 80^\circ$ и 50° соответственно, кривые 4', 5' — к тем же ω и $x_1 = 5.47$; кривая 3 построена для сравнения в том же с кривой 1 исходном сечении $x = 16.2 r_0$.

Пунктиром с точкой помещены данные в сечении $x_2 = 0.28$ для конусов $\theta = 5^\circ$, $\omega = 85^\circ$ — кривые 1 и 1', и $\theta = 10^\circ$, $\omega = 80^\circ$ — кривые 2 и 2'. Все указанные кривые построены для $M_\infty = \infty$. Как видно, соответственные кривые для Δp_β , ζ_β , i/i_w при одинаковых β действительно близки между собой всюду; кривые для i/i_w , и Δi_β при разных β близки соответственно вблизи поверхности тела и ударной волны.

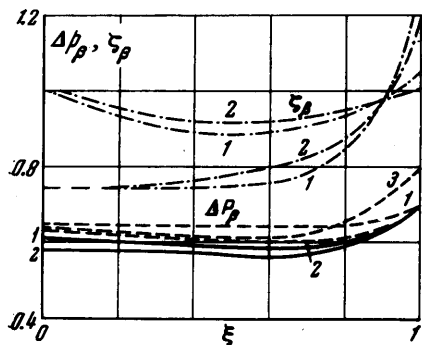
При наличии на боковой поверхности участков большой кривизны с углами наклона θ_1 и θ_2 до и после этого участка при $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 < 0$ возникает волна разрежения, течение в которой описывается общей системой уравнений газовой динамики. При $\Delta\theta > 0$ может возникнуть висячий или присоединенный скачок уплотнения с соответствующими соотношениями на нем.

$$\frac{i}{i_w}, \quad \Delta i_\beta = i_\beta - \frac{1}{(\gamma-1) M_\infty^2 \beta^2}$$

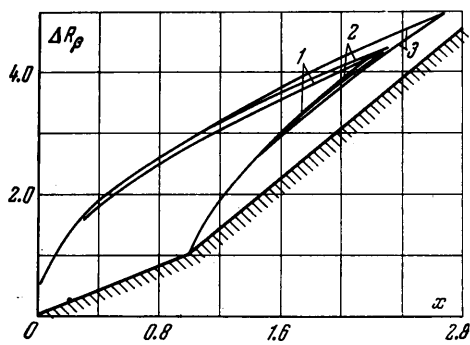
$$\Delta p_\beta = p_\beta - \frac{1}{\gamma M_\infty^2 \beta^2}, \quad \zeta_\beta = \frac{\eta_\beta}{u}$$

в подобных [1] сечениях $x_1 = (x/r_0) (2/c_x)^{1/2}$ или $x_2 = \beta^2 x_1$.

В случае одинаковых β эти соотношения и уравнения в переменных x/L , r/L относительно величин p , ρ , i , u , v не содержат определяющих параметров. Поэтому из подобия полей течения в сечениях перед участком большой кривизны сразу следует подобие течений и в последующей области. В подтверждение на фиг. 3 и 4 для $M_\infty = \infty$, $\gamma = 1.4$ даны давления p_β на теле и формы ударных волн $\Delta R_\beta = (R - r_0)/\beta L$ для притупленных двойных конусов¹ с углами полураствора $\theta_1 = 10^\circ$ и $\theta_2 = 20^\circ$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Здесь L —длина первого конуса, $\beta = \text{tg } \theta_1$, параметр $K_1 = 0.5 c_x (r_0/L)^2 = 0.030$. Носки имеют вид сферических сегментов, у которых угол полураствора $\omega = 80^\circ$ (кривые 1, $c_x = 0.905$, $L = 3.9 r_0$) и $\omega = 50^\circ$ (кривые 2, $c_x = 1.25$, $L = 4.56 r_0$).

В случае различных β рассмотрим в высокоэнтропийном слое уравнение движения вдоль оси r и соотношения на внутреннем скачке уплотнения (v_n — нормальная к скачку β скорость)

$$\frac{\partial p_\beta}{\partial r_\beta} = -\beta^2 \rho_\beta \left(u \frac{\partial v_\beta}{\partial (x/L)} + v_\beta \frac{\partial v_\beta}{\partial r_\beta} \right)$$

$$\Delta p_\beta = \beta^2 \rho_\beta v_{n\beta} \Delta v_{n\beta} \quad (1.4)$$

$$\Delta i = \frac{1}{2} \beta^2 \Delta v_{n\beta}^2$$

Остальные уравнения не содержат параметра β . В низкоэнтропийной области в этих уравнениях следует заменить $\rho_\beta \beta^2$ на ρ , Δi — на Δi_β , поэтому здесь, как и для заостренных тел, наличие областей с резким изменением параметров не является помехой для подобия течений.

В высокоэнтропийном слое формально в скачке уплотнения

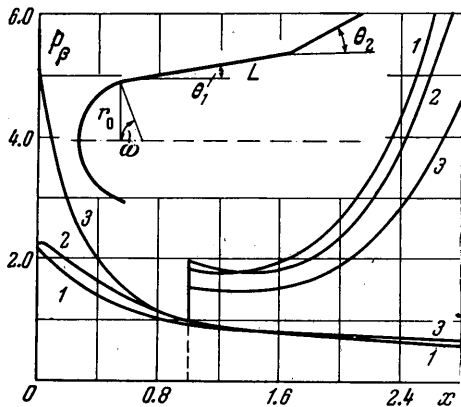
$$\Delta p_\beta \sim \beta^2 \ll 1$$

Однако, пользуясь, например, линеаризованной теорией, получим

$$\Delta p_\beta / p_\beta \approx M_0 \Delta \theta$$

где M_0 — число Маха на поверхности тела. Обычно $M_0 \approx 3 \div 5$, так что перепад давления в скачке может быть значительным

¹ Эти данные представлены авторам Ю. Ф. Акуловым.



Фиг. 4

даже при небольших $\Delta\theta$. Для тел гладкой формы, для которых радиус кривизны поверхности $R_w \sim L/\beta$, члены в скобках в первом уравнении (1.4) порядка единицы, и, пренебрегая величиной $\sim \beta^2/B$, это уравнение можно заменить на $\partial p_\beta / \partial r_\beta = 0$, т. е. пренебречь перепадом давления в высокоэнтропийном слое. При небольших $R_w \sim \beta L$ это уравнение должно, очевидно, использоваться в полном виде, и течения будут подобными лишь при одинаковых β . Это легко проследить на примере течения около угловых точек. Так как величина $M_0 \sim B^{-1}$ при $\epsilon \ll 1$ зависит от β слабо, то отношение давлений в волне расширения или в скачке уплотнения будет зависеть, в основном, от угла $\Delta\theta$, а не от отношения $\Delta\theta/\beta$, что требуется для подобия таких течений и имеет место для тонких заостренных тел.

На фиг. 3 и 4 кривые 3 относятся к случаю $\omega = 85^\circ$, $\theta_1 = 5^\circ$, $\theta_2 = 10^\circ$. Все кривые здесь имеют одинаковый параметр $K = 31.5$. Как видно, сходственные кривые на фиг. 4 на удалении от носка близки для гладких конусов и различаются за точкой излома.

2. Отклонение свойств газа от совершенного (при условии термодинамического равновесия) обычно характеризуют функцией

$$z(\rho_\infty U_\infty^2 p, U_\infty^2 i) = [(\gamma - 1)/\gamma] \rho i / p \quad (\gamma = 1.4) \quad (2.1)$$

Для воздуха, например, $z = 1 \div 3.5$.

В этом случае к критериям подобия (1.2) должны быть добавлены условия одинаковых зависимостей этой функции от переменных p_β ; i_β — в низкоэнтропийной области и p_β , i — в высокоэнтропийном слое.

Для заданного газа эти условия выполняются лишь при одинаковых параметрах ρ_∞ , $U_\infty \beta$, U_∞ , что в общем случае возможно лишь при постоянном значении β , как и для тел сложной формы (п. 1).

Обычно функция z слабо зависит от давления, что позволяет пренебречь во многих случаях влиянием плотности ρ_∞ . Это иллюстрирует фиг. 5, где сплошными линиями в переменных подобия

$$x_1 = \frac{x}{r_0} \sqrt{\frac{2}{c_x}}, \quad \Delta R_1 = \frac{R - r_0}{r_0} \sqrt{\frac{2}{c_x}}$$

показаны величины p на теле и ударные волны для конуса с $\theta = 10^\circ$ со сферическим носком ($\omega = 80^\circ$), обтекаемого равновесно диссоциирующим воздухом при условиях

$$U_\infty = 7.5 \text{ км/сек}, \quad \rho_\infty = 1.79 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3, \quad \rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7} \text{ г/см}^3$$

(кривые 1 и 2), соответствующие высоты полета в атмосфере, равны примерно 30 и 60 км. Заметим, что при этих условиях диссоциация имеет место лишь в высокоэнтропийном слое.

Для разных β подобие течений в реальных условиях возможно лишь для независимой от p функции z и при $z = 1$ в низкоэнтропийной области (предположение работы [3]). Дополнительным критерием подобия будет здесь лишь скорость U_∞ . При $z \neq 1$ всюду подобие возможно лишь при условии, что влиянием процессов в высокоэнтропийном слое можно пренебречь (предположение работы [2]), что приводит к критериям ρ_∞ и $U_\infty \beta$. Однако, как отмечено еще в работах [5, 6, 7], эти процессы могут играть существенную роль, особенно при физико-химических превращениях газа. Это следует, например, из сравнения кривой 2, на фиг. 5 с кривой 3, полученной для совершенного газа при том же числе $M_\infty = 23$.

В этой связи, по-видимому, единственная возможность для подобия течений при обтекании тонких притупленных тел несовершенным газом заключается в отказе от детального рассмотрения течения в высокоэнт-

ропийном слое, и учете влияния особенностей процессов в нем на распределение давления, формы ударных волн и параметры течения в низкоэнтропийной области методом эффективности энергии работы приглушения, суть которого сводится к замене истинного коэффициента сопротивления носка некоторым эффективным, определяемом формулой [5, 8]

$$c_x^* = c_x(1 - 2E_1^*), \quad E_1^* = \int_0^{\varphi_8} \left[i - \frac{\gamma z_8}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} - \frac{(1-w)^2}{2} \right] \frac{d\varphi}{w} \quad (2.2)$$

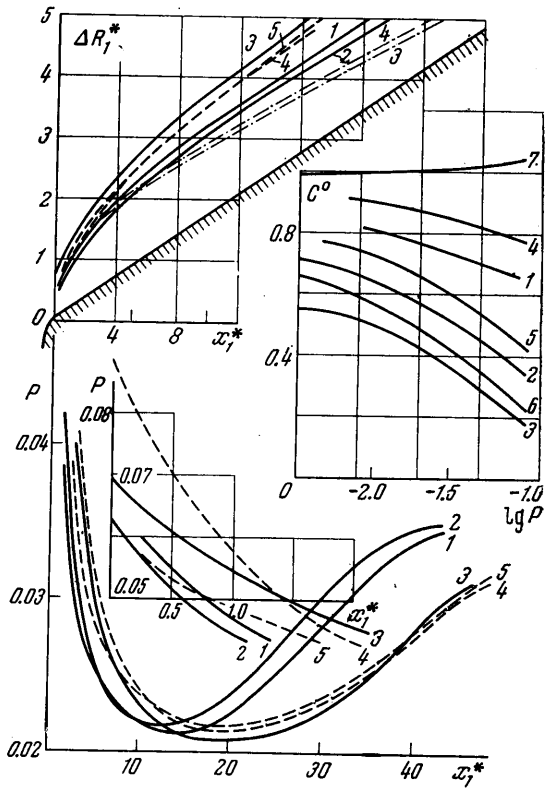
$$w^2 = u^2 + v^2, \quad z_8 = z(p_\beta, \varphi_8)$$

Очевидно, для подобных в низкоэнтропийной области течений функции z_8 одинаковы. При этом параметр K заменяется на $K^* = Kc_x^*/c_x$.

Доказательство такого закона подобия для совершенного в низкоэнтропийной области газа приведено в работе [8]; обобщение на общий случай не представляет труда и здесь не приводится.

В силу этого закона подобия критериями для заданного газа будут параметры K^* , $M_\infty\beta$, ρ_∞ , $U_\infty\beta$. Так как реальные свойства газа проявляются обычно за сильными ударными волнами, для которых параметр $(M_\infty\beta)^2 \gg 1$ выпадает из уравнений, то один из параметров $M_\infty\beta$ и $U_\infty\beta$ практически всегда может быть отброшен. Функция $C^\circ(p) = c_x^*/c_x$ зависит в основном от скорости U_∞ и слабо от плотности ρ_∞ и формы носка. Для $z = 1$ при $\varphi \cong \varphi_8$ величины C_0 показаны на фиг. 5, где для $U_\infty = 5, 7.5$ и 10 км/сек при $\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³ (кривые 1—3), для $U_\infty = 4, 7.5$ км/сек при $\rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-5}$ г/см³ (кривые 4,5) и для совершенного газа при $M_\infty = \infty$ (кривая 7); все кривые 1—5, 7 соответствуют сферическому носку, кривая 6 — сегментальному с $\omega = 45^\circ$ при $\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³, $U_\infty = 7.5$ км/сек.

На фиг. 5, в зависимости от новой переменной подобия $x_1^* = x_1(c_x/c_x^*)$, пунктиром показаны кривые p на теле и $\Delta R_1^* = \Delta R_1(c_x/c_x^*)^{1/2}$ для условий $U_\infty = 7.5$ км/сек, $\rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³ для конуса $\theta = 10^\circ$ с носками $\omega = 45^\circ$ и 80° (кривые 4,5). Эти кривые, в соответствии с законом подобия, близки к кривым 3 для совершенного газа, для которых $x_1^* \approx x_1$. На фиг. 1,2 пунктиром показаны распределения энтальпии и давления поперек возмущенного слоя в подобных сечениях $x_1^* = 20.6$



Фиг. 5

(кривые 1 построены для условий кривых 5 фиг. 5, кривые 2 — для совершенного газа). Там же для сравнения показаны пунктиром кривые 3 для совершенного газа в одинаковом с кривыми 1 исходном сечении $x/r_0 = 10.9$. Как видно, соответствующие кривые близки.

В высокоэнтропийном слое, однако, энтальпия и другие величины сильно зависят от уравнения состояния газа, так что этот закон подобия вряд ли может быть обобщен, например, на тела с изломом образующей.

Несмотря на различие параметров в высокоэнтропийном слое, их границы в координатах подобия x_1^* , Δr_1^* (штрих-пунктир на фиг. 5), соответствующие величине $s_8 = 0.26$, достаточно близки между собой.

В заключение отметим работу [9], где сходным образом учтено влияние высвечивания газа в окрестности носка на обтекание притупленных цилиндра и пластины.

Поступило 30.XII.65.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. Физматгиз, 1959.
2. Cheng H. K. Similitude of Hypersonic Real—Gas Flow over Slender Bodies with Blunted Noses IAS, 1959, vol. 26, No 9.
3. Лунев В. В. Закон подобия для гиперзвуковых обтеканий тонких притупленных тел вязким газом. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.
4. Лунев В. В. О форме головной ударной волны при гиперзвуковом обтекании тупых тел. Изв. АН СССР, механика и машиностроение, 1964, № 6.
5. Лунев В. В. О движении в атмосфере тонкого затупленного тела с большими сверхзвуковыми скоростями. Изв. АН СССР. Механ. и машиностр. 1959, № 4.
6. Сычев В. В. К теории гиперзвуковых течений газа со скачками уплотнения степенной формы. ПММ, 1960, т. 24, № 3.
7. Feldman S. Numerical Comparison Between Exact and Approximate Theories of Hypersonic Inviscid Flow Past Slender Blunt Nosed Bodies. ARSJurnal 1960, vol. 30, No 5.
8. Лунев В. В. Гиперзвуковое обтекание тонких притупленных тел с физико-химическими превращениями газа в высокоэнтропийном слое. ПМТФ, 1964, № 5.
9. Никольский А. А. О силовом действии гиперзвукового потока на тонкие тела в условиях излучения газа в окрестности затупления. Инж. журнал. 1961, т. 1, № 3.