

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ, СООДАРЯЮЩЕЙСЯ С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

О. В. ЯКОВЛЕВСКИЙ, С. Ю. КРАШЕНИННИКОВ

(Москва)

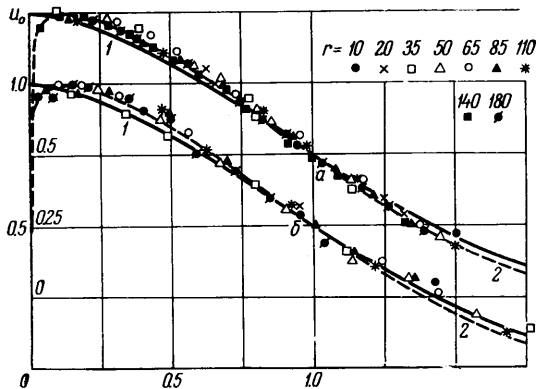
Приводятся результаты исследования течений, вызванных соударением турбулентной струи с плоским экраном под некоторым углом. Такого рода задачи возникают, например, при стендовых испытаниях, при изучении эффекта «близости земли» [1], который проявляется в появлении скоростной и температурной неравномерности на входе двигателей аппаратов с вертикальным или укороченным взлетом и посадкой, в вентиляционной технике и др. [2,3].

1. Опыты проводились на установке, которая позволяла исследовать распространение воздушной струи по диску диаметром 400 мм. Струя соударялась с ним под углами 30, 45, 60 и 90°, причем расстояние l от среза сопла до диска вдоль оси струи составляло 35 и 100 мм при радиусе сопла $R_0 = 5$ мм. Таким образом, исследованное течение соответствовало соударению струи с экраном как в начальном ее участке ($l^\circ = l/R_0 = 7$), так и в основном ($l^\circ = 20$). Система координатников позволяла определять поля скоростных напоров по произвольным направлениям на плоскости диска и проходить эти поля по вертикали (диск был расположен горизонтально). Точность перемещения насадка полного напора составляла 0.5 мм. Расход воздуха фиксировался при помощи стандартной мерной диафрагмы с точностью 2—3%. Скорость воздуха на выходе из сопла в опытах не варьировалась и составляла 103 м/сек. Поля скоростных напоров определялись по показаниям спиртового микроманометра с точностью 0.2 мм вод. ст. Диск был дренирован по радиусу через каждые 5 мм. Дренажные отверстия использовались для измерения статического давления. Поля скоростных напоров снимались на радиусах, составлявших с проекцией оси струи на диск углы $\psi = 0, 45, 90, 135$ и 180° . Эти радиусы проводились из точки пересечения оси струи с плоскостью диска O_ψ .

Результаты измерения распределения скоростей по вертикали в различных точках диска показаны на фиг. 1. Можно видеть, что профили относительной скорости в координатах u°, z° являются подобными. В качестве характерных масштабов скорости и длины в выражениях $u^\circ \equiv u/u_m$ и $z^\circ \equiv z/z_{0.5}$ приняты максимальная скорость в данной точке диска u_m и половинная толщина струи $z_{0.5}$, соответствующая расстоянию по вертикали от поверхности диска до точки, в которой $u = 0.5 u_m$.

Фиг. 1 показывает, что профиль скорости хорошо описывается формулой Шлихтинга

$$\begin{aligned} u^\circ &= (1 - \xi^{3/2})^2 \quad \text{при } z \geq \delta, \\ u^\circ &= (z/\delta)^{1/n} \quad \text{при } z \leq \delta \end{aligned} \quad \xi = \frac{z - \delta}{b - \delta}$$



Фиг. 1. Распределение относительной скорости u° по толщине струи. а — $\theta = 90^\circ$, $l^\circ = 7$; б — $\theta = 45^\circ$, $l^\circ = 7$, $\psi = 0^\circ$. 1 — профиль Шлихтинга, 2 — то же с учетом пограничного слоя.

Здесь δ — толщина пограничного слоя, b — толщина струи (n в опытах не определялась, но из данных [4] для полуограниченных струй $n \approx 10$).

На фиг. 2 представлены зависимости величины $z_{0.5}$ от радиуса r — расстояния от точки O_ψ для различных углов соударения θ . На основании профиля скорости Шлихтинга (с учетом пограничного слоя) можно получить зависимость $—16(—) — 16$ толщины струи от r

$$\frac{b - b_*(\psi)}{r - r_*(\psi)} = c \approx 0.16 \quad (1.1)$$

где $b_*(\psi)$ и $r_*(\psi)$ — некоторые начальные значения толщины струи и радиуса. Здесь использован тот факт, что в приведенном выше профиле скорости в зависимости от толщины пограничного

слоя имеет место связь $z_{0.5} = (0.44 \div 0.5) b$. Измерения показали, что толщина пограничного слоя (расстояние от поверхности диска до точки, где скорость максимальна) в проведенных опытах составляла 5—10% от толщины струи.

По результатам измерений было построено распределение максимальных скоростей в плоскости диска (фиг. 3). Как видим, форма изотак с приближением к точке O_ψ не сильно отличается от круговой. На фиг. 4 представлены данные, характеризующие затухание максимальной скорости u_m° с удалением от области соударения.

2. Полученные экспериментальные данные легли в основу схемы течения, которая позволила осуществить его приближенный расчет. На фиг. 5 представлена схематическая картина распространения струи, положенная в основу расчета. Перечислим особенности принятой при расчете модели течения. Основное предположение, до некоторой степени подтверждающееся данными, приведенными на фиг. 3, заключается в том, что после разворота струи течение реализуется в такой форме, которая имела бы место при истечении из цилиндрического кругового источника переменной высоты b_* . Центр этого источника O_ϕ смещен относительно точки пересечения оси струи и плоскости экрана O_ψ на величину Δ (см. фиг. 5). Скорость на выходе из источника постоянна и равна $u_{т*}$. Истечение происходит в направлении радиусов, проведенных из O_ψ (это подтверждается данными измерений).

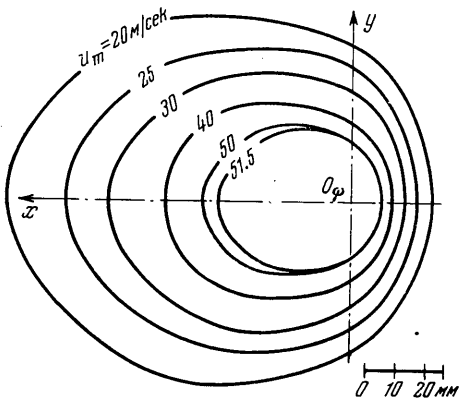
Измерения статического давления показали, что вблизи зоны разворота (вне источника) оно отличается от атмосферного не более чем на 2—3% величины максимального скоростного напора в соответствующей точке диска; при дальнейшем удалении от O_ψ оно стремится к атмосферному давлению. Это обстоятельство допускает предположение об изобаричности струи при ее распространении по экрану.

Сообразясь с данными опытов, можно предположить, что верхним основанием цилиндрического источника является плоскость, составляющая с плоскостью экрана некоторый угол. В этом случае высота образующих кольцевого источника в зависимости от направления распространения выразится соотношением

$$b_* = A + B \cos \varphi \tag{2.1}$$

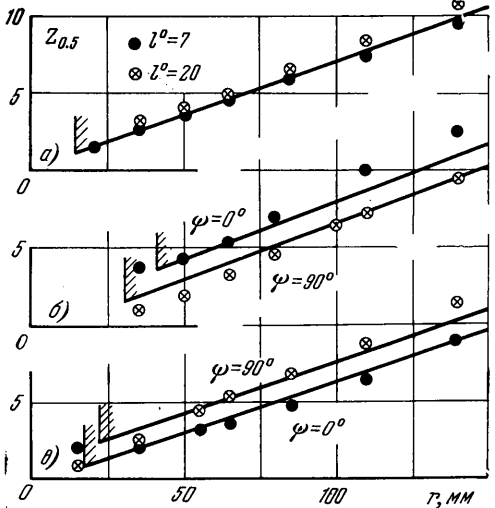
Угол φ отличается от угла ψ на величину ε , зависящую от ψ (см. фиг. 5).

Для определения течения на выходе из источника необходимо найти три геометрических параметра A , B и Δ , которые зависят от угла соударения струи с плоскостью экрана θ и формы профиля продольной скорости в свободной струе перед зоной разворота, и один кинематический параметр $u_{т*}$, который зависит от величины и распределения скорости w на входе в кольцевой источник.



Фиг. 3. Линии одинаковых значений максимальной скорости при $\theta = 45^\circ$ и $l^\circ = 20^\circ$.

Здесь ε — угол между радиусами-векторами r и ρ , проведенными в плоскости экрана соответственно из точек O_ψ и O_ϕ (см. фиг. 5); t_* — граница основания кольцевого



Фиг. 2. Изменение полутолщины струи $z_{0.5}$ с удалением от зоны разворота: а — $\theta = 90^\circ$; б — $\theta = 60^\circ$, $l^\circ = 20^\circ$; в — $\theta = 45^\circ$, $l^\circ = 7^\circ$. Вертикальная линия со штрихами соответствует $r = r_*$.

Параметры струи непосредственно перед зоной разворота, которую приближенно можно отождествить с кольцевым источником, определяются известными закономерностями для турбулентной струи [5]. Это оправдывается тем, что наличие экрана не оказывает существенного влияния на течение в струе вплоть до самой зоны разворота [1].

3. Для определения величины максимальной скорости на выходе из кольцевого источника предположим, что в процессе разворота сохраняются суммарный расход и кинетическая энергия потока, т. е.

$$\int_{t_*}^{b_*} \int_{s_0} u \cos \varepsilon dz dt = \int_{s_0} w r ds \tag{3.1}$$

$$\int_{t_*}^{b_*} \int_{s_0} u^3 \cos \varepsilon dz dt = \int_{s_0} w^3 r ds$$

источника; b_* — высота образующих цилиндра; z — ось координат, нормальная к плоскости экрана; s_0 — площадь сечения свободной струи на входе в зону разворота. Предполагая, что профили скорости не зависят от φ , т. е.

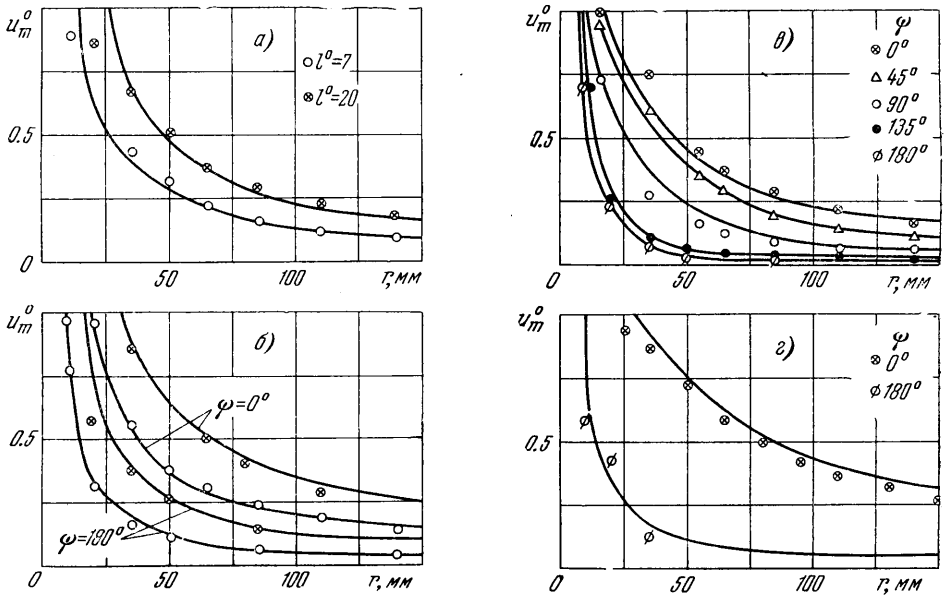
$$u_*(z^\circ) = u_{m*} f(z^\circ), \quad z^\circ = z/b_*, \quad w_*(R^\circ) = w_{m*} f_0(R^\circ), \quad R^\circ = R/R_* \quad (3.2)$$

преобразуем соотношения (3.1) к виду

$$\int_0^1 f(z^\circ) dz^\circ \int_{t_*} b_* u_{m*} \cos \varepsilon dt = \pi R_*^2 \int_0^1 f_0(R^\circ) R^\circ w_{m*} dR^\circ \quad (3.3)$$

$$\int_0^1 f^3(z^\circ) dz^\circ \int_{t_*} b_* u_{m*}^3 \cos \varepsilon dt = \pi R_*^2 \int_0^1 f_0^3(R^\circ) R^\circ w_{m*}^3 dR^\circ$$

Здесь R — радиальное расстояние от оси свободной струи до произвольной точки, R_* — граничный радиус свободной струи перед зоной разворота, w_{m*} — максимальная



Фиг. 4. Затухание максимальной скорости u_m^0 с удалением от зоны разворота. а — $\theta = 90^\circ$; б — $\theta = 60^\circ$, $l^0 = 20$, $l^0 = 7$; в — $\theta = 45^\circ$, $l^0 = 7$; г — $\theta = 30^\circ$, $l^0 = 20$ скорость (на оси) в струе перед зоной разворота, u_{m*} — максимальная скорость на выходе из кольцевого источника (не зависит от φ). Решая систему (3.3), получаем

$$u_{m*} = \alpha w_{m*} \quad (3.4)$$

$$\alpha = \left(\int_0^1 f_0^3(R^\circ) R^\circ dR^\circ \int_0^1 f(z^\circ) dz^\circ \right)^{1/2} \left(\int_0^1 f_0(R^\circ) R^\circ dR^\circ \int_0^1 f^3(z^\circ) dz^\circ \right)^{-1/2} \quad (3.5)$$

(В случае профиля Шлихтинга $\alpha = 0.778$)

Для нахождения параметров A и B в выражении (2.1) воспользуемся условиями сохранения расхода и проекции импульса на плоскость экрана. Используя выражения (2.1), (3.2) и (3.5), эти условия можно записать в форме

$$2\rho \int_0^\pi (A + B \cos \varphi) \cos \varepsilon d\varphi = \frac{s_0}{\alpha} \beta, \quad 2\rho \int_0^\pi (A + B \cos \varphi) \cos \varepsilon \cos \psi d\varphi = \frac{s_0}{\alpha^2} \gamma \lambda \quad (3.6)$$

Здесь, кроме радиуса кольцевого источника ρ введены обозначения: $\lambda = \cos \theta$.

$$\beta = 2 \left(\int_0^1 f_0(R^\circ) R^\circ dR^\circ \right) \left(\int_0^1 f(z^\circ) dz^\circ \right)^{-1}, \quad \gamma = 2 \left(\int_0^1 f_0^2(R^\circ) R^\circ dR^\circ \right) \left(\int_0^1 f^2(z^\circ) dz^\circ \right)^{-1}$$

Учитывая геометрическую схему разворота, можно записать соотношение

$$\cos \varepsilon = \frac{r \rho}{|r| \cdot |\rho|}, \quad \text{или} \quad \cos \varepsilon = \frac{\rho + \Delta \cos \varphi}{\sqrt{\rho^2 + 2\rho\Delta \cos \varphi + \Delta^2}} \quad (3.7)$$

Используя полученные соотношения и пренебрегая изменением $\cos \varepsilon$ по сравнению с изменением $\cos \varphi$, можно получить уравнения расхода и импульса в форме

$$A(I_0 + \Delta^\circ I_1) + B(I_1 + \Delta^\circ I_2) = \frac{s_0}{2\rho\alpha} \beta, \quad A(I_1 + \Delta^\circ I_0) + B(I_2 + \Delta^\circ I_1) = \frac{s_0 \gamma \lambda}{2\rho\alpha^2} \quad (3.8)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

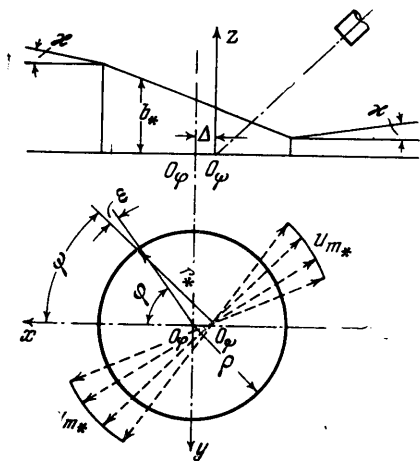
$$\Delta^\circ = \frac{\Delta}{\rho}; \quad I_i = \int_0^\pi \frac{\cos^i \varphi d\varphi}{\sqrt{1 + 2\Delta^\circ \cos \varphi + \Delta^{\circ 2}}} \quad (i = 0, 1, 2).$$

Вычисления показывают, что

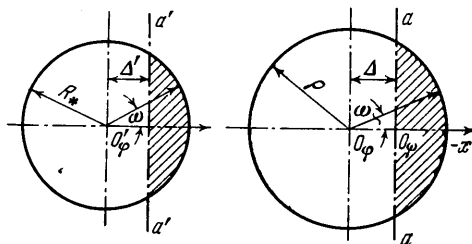
$$A = \frac{s_0 \beta}{2\rho\alpha(I_0 + \Delta^\circ I_1)} \quad (0 \leq \Delta^\circ \leq 0.85), \quad A = \frac{s_0 \beta}{2\rho\alpha\pi} \quad (\Delta^\circ < 0.6) \quad (3.9)$$

Этот результат означает, что средняя высота зоны разворота практически не зависит от угла, под которым струя соударяется с экраном.

Чтобы найти четвертую неизвестную величину Δ° , систему из этих уравнений сохранения необходимо замкнуть еще одним соотношением. При расчете разворота струй идеальной жидкости [6] делается предположение о сохранении расхода в элементе угла до и после зоны разворота. Аналогичное предположение, только в интегральной форме, можно сделать и в рассматриваемом случае. На фиг. 6 представлены сечение



Фиг. 5. Схема распространения струи.



Фиг. 6. К определению баланса расходов.

струи перед зоной разворота и основание цилиндра — кольцевого источника. Проведя в плоскости основания цилиндра через O_ψ прямую $a - a$, перпендикулярную оси x , разграничим поток жидкости на две части: вся жидкость, находящаяся справа от $a - a$, будет двигаться направо, а вся жидкость слева от этой линии — налево. В поперечном сечении струи s_0 на некотором расстоянии Δ' от оси струи также можно провести прямую $a' - a'$, перпендикулярную оси x , о которой можно будет сказать то же, что и о линии $a - a$: жидкость слева от $a' - a'$ движется после разворота налево, а жидкость справа от $a' - a'$ — направо. Положим, по аналогии с теорией идеальной жидкости, что расстояния Δ и Δ' пропорциональны радиусам соответствующих окружностей

$$\frac{\Delta'}{R_*} = \frac{\Delta}{\rho} \equiv \Delta^\circ \quad (3.10)$$

Это соотношение замыкает систему.

Основываясь на принятой схеме течения, можно записать баланс расходов. С учетом второго соотношения (3.9) и (3.10), а также при пренебрежении изменением $\cos \varepsilon$, условие равенства расходов через незаштрихованную часть сечений (фиг. 6), дает

$$B \sqrt{1 - \Delta^{\circ 2}} = \frac{R_*^2 w_{m*}}{\rho u_{m*}} \left(\int_0^1 f(z^\circ) dz^\circ \right)^{-1} \int_0^{\arccos \Delta^\circ} \int_0^{\Delta^\circ / \cos \omega} f_0(R^\circ) R^\circ dR^\circ d\omega \quad (3.11)$$

Угол ω отсчитывается от отрицательного направления оси x , т. е. $\omega = \pi - \varphi$. Совместное решение уравнений (3.8) и (3.11) позволяет найти величины B и Δ° в зависимости от λ и формы профилей скорости в струе перед зоной разворота.

Расчеты показали, что в широком диапазоне значений λ хорошо выполняется зависимость

$$\Delta^\circ = \frac{\Delta}{\rho} = \lambda \left(2 \int_0^1 f_0(R^\circ) R^\circ dR^\circ \right)^{1/2} \quad (3.12)$$

Для струи идеальной жидкости (прямоугольный профиль скорости) уравнение (3.12) переходит в зависимость $\Delta^\circ = \lambda$, полученную Шахом [6].

Используя полученные выше результаты, выпишем окончательные формулы для расчета параметров кольцевого источника:

$$u_{m*} = \alpha w_{m*}, \quad A^\circ = \frac{\beta \pi}{2\alpha (I_0 + \Delta^\circ I_1)}, \quad \left(A^\circ \approx \frac{\beta}{2\alpha} \text{ при } \Delta^\circ < 0,6 \right)$$

$$B^\circ = \frac{-A^\circ [\Delta^\circ I_0 + I_1] + 1/2 \pi \gamma \lambda x^{-2}}{I_2 + \Delta^\circ I_1}, \quad \Delta^\circ = \lambda \left(2 \int_0^1 f_0(R^\circ) R^\circ dR^\circ \right)^{1/2} \quad (3.13)$$

$$A^\circ = k A/R_*, \quad B^\circ = k B/R_*, \quad k = \rho/R_*$$

Аппроксимирующая формула (3.12) для Δ° может быть использована в диапазоне значений $0 \leq \lambda \leq 0,7$, что соответствует углам соударения $90^\circ \geq \theta \geq 45^\circ$. Для больших значений λ величину Δ° можно получить либо численным интегрированием, либо путем экстраполяции с использованием условия $\lambda = 1, \Delta^\circ = 1$.

Введенная выше величина k является опытной константой. Она определялась из условия наилучшего соответствия величин b_* и r_* в соотношении (1.1) при проведении линий, соответствующих $z_{0.5}$ на фиг. 2, и оказалась равной 1.5. Величины b_* и r_* связаны соотношениями (3.13), так как имеет место условие (2.1).

4. Для расчета дальнейшего распространения струи по плоскости можно воспользоваться экспериментальным соотношением (1.1). Рассмотрим движение элемента жидкости в цилиндрических координатах, причем ось z направлена перпендикулярно плоскости экрана, а начало координат находится в точке O_ψ . Запишем закон изменения количества движения для элементарного объема жидкости длиной dr , ограниченного двумя плоскостями с углом между ними равным $d\psi$, проходящими через ось z

$$\int_0^{b_1} u_1^2 dz_1 dL_1 = \int_0^{b_2} u_2^2 dz_2 dL_2 + T dF_1 - (Q - Q') dF_2 \quad (4.1)$$

Здесь b — высота элемента; L — дуга, ограничивающая элемент; T — напряжение трения на нижней грани элемента F_1 ; Q и Q' — напряжение турбулентного трения на боковых гранях F_2 . (Действие сил давления взаимно уравновешивается). Устремляя продольный и поперечный размеры выделенного элемента к нулю, а также используя формулу (1.1), геометрические соотношения

$$b_1 = (r - r_*)c + b_*, \quad b_2 = (r + dr - r_*)c + b_*, \quad dL_1 = r d\psi, \quad dL_2 = (r + dr) d\psi$$

и условие подобия профилей скорости, после отбрасывания членов второго порядка малости получим следующее дифференциальное уравнение:

$$r [(r - r_*)c + b_*] \frac{du_{m*}^2}{dr} - u_{m*}^2 [(2r - r_*)c + b_*] - \frac{T}{J} + \frac{b}{J} \frac{dQ}{d\psi} = 0 \quad \left(J = \int_0^1 f^2(z^\circ) dz^\circ \right) \quad (4.2)$$

Оценки показали, что третий член уравнения (4.2) при значении числа Рейнольдса $R = 7.10^4$ (подсчитанного по диаметру сопла и параметрам истечения), которое имело место в опытах, составляет не более 4,5% от величины левой части. При больших значениях числа R , которые следует ожидать в практически интересных случаях, этот член еще меньше. Максимальная величина четвертого члена не превышает 2,5% от суммы членов левой части. После пренебрежения этими членами уравнение (4.2) можно проинтегрировать при использовании условия

$$r = r_*, \quad u_m = u_{m*} = \alpha w_{m*}$$

Таким образом, получим

$$u_{m*}^2 = \alpha^2 w_{m*}^2 \cdot \frac{r_*}{r} \left[1 + \frac{ck^2}{A^\circ + B^\circ \cos \varphi} \left(\frac{r}{r_*} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (4.3)$$

$$r_* = \rho \left(\sqrt{1 + \Delta^{\circ 2} \sin^2 \psi} + \Delta^\circ \cos \psi \right), \quad \cos \varphi = -\Delta^\circ \sin^2 \psi + \cos \psi \sqrt{1 + \Delta^{\circ 2} \sin^2 \psi}$$

Параметры A° , B° , Δ° и α находятся по формулам (3.13), (3.12) и (3.5). Углом, определяющим направление распространения, является ψ ; угол φ играет вспомогательную роль и служит для описания геометрической картины разворота.

Если в свободной струе до соударения с экраном максимальная скорость на оси струи $w_m \sim 1/l$, а радиус струи $R \sim l$, что соответствует опытным данным, то из соотношений (4.3) следует, что при достаточно больших r значение максимальной скорости u_m в произвольной точке экрана не зависит от l и определяется только углом θ . Этот факт подтверждается опытами, проведенными в настоящей работе.

Случай прямого удара струи о плоскость ($\theta = 90^\circ$), рассмотренный в [1], получается при $B^\circ = 0$. В этом случае первое соотношение (4.3) переходит в соответствующее соотношение, полученное в работе [1].

5. Для того чтобы воспользоваться формулами для расчета течения по экрану, необходимо знать параметры струи перед зоной разворота. Эти параметры определяют по известным формулам, приведенным, например, в работе [1]

$$\begin{aligned} w_{m^*}/w_{m_0} &= 1, & R_*/R_0 &= k_2 l^\circ + 1 \text{ при } l^\circ \leq 12 \\ w_{m^*}/u_{m_0} &= k_3/l^\circ, & R_*/R_0 &= k_2 l^\circ \text{ при } l^\circ \geq 12 \\ k_2 &= 0.22, & k_2' &= 0.14, & k_3 &= 12.4. \end{aligned}$$

При определении профилей скорости на входе в зону разворота в случае $l < 12$ требуется знать ординату внутренней границы зоны смещения R_1 , которая определяется по формуле $(R_0 - R_1)/R_0 = 0,13 l^\circ$.

Для расчета величин α , β и γ в начальном участке струи можно использовать соотношение

$$\int_0^1 f_0^n(R^\circ) R^\circ dR^\circ = 0,5 (R_1^\circ)^2 + (1 - R_1^\circ)^2 \int_0^1 f_{00}^n(\eta) \eta d\eta + (1 - R_1^\circ) R_1^\circ \int_0^1 f_{00}^n(\eta) d\eta$$

$$R_1^\circ = \frac{R_1}{R_*}; \quad \eta = \frac{R - R_1}{R_* - R_1}$$

При расчетах, проведенных в настоящей работе, для описания профиля скорости перед зоной разворота использовалась формула Шлихтинга

$$f_{00}(\eta) = (1 - \eta^{3/2})^2$$

Для описания профиля скорости на выходе из кольцевого источника и при дальнейшем распространении струи по экрану использовался профиль Шлихтинга с учетом пограничного слоя (см. фиг. 1)

$$u^\circ = (z/\delta)^{1/n} \text{ при } z \leq \delta; \quad u^\circ = [1 - (z - \delta)^{3/2} (b - \delta)^{-3/2}]^2 \text{ при } \delta \leq z \leq b$$

Положение верхнего основания кольцевого источника заранее неизвестно, поэтому расчет параметров свободной струи перед зоной соударения производится последовательными приближениями. Сначала геометрические параметры зоны разворота — кольцевого источника вычисляются по расстоянию от сопла до экрана l , затем вводится поправка на конечную толщину зоны разворота. Обычно вполне достаточно двух приближений.

Результаты расчетов представлены совместно с экспериментальными данными по затуханию максимальной скорости $u_{m^*}^0 u_m/w_{m^*}$ на фиг. 4. Сопоставление обнаруживает их удовлетворительное соответствие.

В заключение авторы благодарят Г. Б. Краюшкину, принимавшую участие в проведении опытов и оформлении результатов работы.

Поступило 30.XI.65

ЛИТЕРАТУРА

1. Яковлевский О. В., Секундов А. Н. Исследование взаимодействия струи с близко расположенными экранами. Изв. АН СССР, Механ. и машин. № 1, 1964.
2. Шамцян Г. Г. О допустимой температуре струи холодного воздуха, подаваемого в помещение. Водосн. и сан. техника, № 9, 1963.
3. Сычев А. Т. Результаты исследования затопленной турбулентной струи, набегавшей на плоскость гладкого потолка. Инж.-физ. ж., т. 7, № 3, 1964.
4. Сакипов З. Б. Экспериментальное исследование полуограниченных струй. Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. Вып. I. Прикладная теплофизика. Изд. АН Каз.ССР, Алма-Ата, 1964.
5. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
6. Schach W. Umlenkung eines freien Flüssigkeitsstrahles an einer ebenen Platte. Ing.—Archiv, B. 5, Heft 4, 1934.