

КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ПРОФИЛИРОВАНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ СОПЕЛ¹

Л. В. ГОГИШ, Г. Ю. СТЕПАНОВ

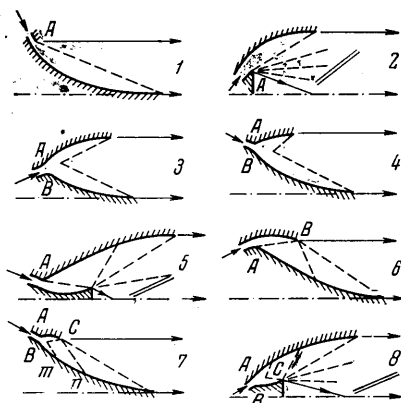
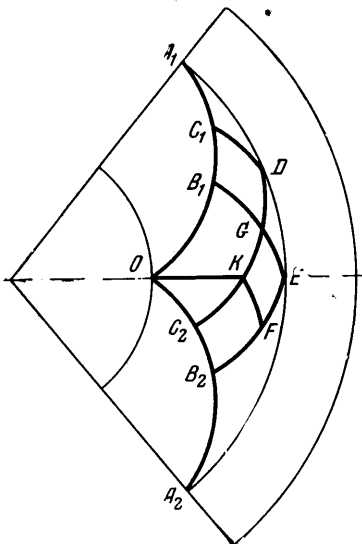
(Москва)

В последние годы в связи с исследованиями новых схем реактивных и ракетных двигателей существенно расширился класс сверхзвуковых сопел таких двигателей, в основном за счет кольцевых сопел [1, 2].

Расчету различных типов кольцевых сопел посвящен ряд работ, в которых рассматриваются как отдельные точные численные решения, полученные с помощью электронно-вычислительных машин [3, 4], так и приближенные методы расчета [4, 5, 6], имеющие определенное практическое значение.

В отличие от семейства обычных круглых сопел Лавалля, которые для случая равномерной характеристики на выходе определяются одним параметром, например, расчетным числом Маха M^* , семейство кольцевых сопел, очевидно, характеризуется, кроме того, величинами относительных радиусов критического сечения r_*/r_0 и донного торца r^0/r_0 , а также другими параметрами, связанными с особенностями течения в этих соплах. Поэтому представляет интерес рассмотреть с единой точки зрения основные особенности семейства кольцевых сопел в целом и произвести их классификацию, используя аналогию между течениями в плоских и кольцевых соплах. Приближенное профилирование всех типов кольцевых сопел может быть произведено по методу прямолинейных характеристик [7].

1. Особенности кольцевых сопел, которые позволяют успешно применить метод прямолинейных характеристик, заключаются в следующем: во-первых, размеры области течения близ критического сечения малы по сравнению с расстоянием от оси, что позволяет строить течение в этой области как плоское; во-вторых, область течения в окрестности оси выпадает из рассмотрения, поскольку действительный поток вблизи оси все равно существенно отличается от изэнтропического потока невязкого газа (а практически концевые части центральных тел укорачиваются). Поэтому течения в кольцевых соплах аналогичны течениям в плоских соплах.



Фиг. 1

С целью классификации различных сопел рассмотрим основные формы течения в кратчайших идеальных соплах с угловыми точками и равномерной характеристикой с помощью диаграммы эпициклоид для плоского течения (фиг. 1.0).

Состояние газа в выходном сечении идеальных сопел, рассчитанных на заданную степень расширения (число M^* или величину приведенной скорости λ^*), определяется точкой на диаграмме эпициклоид (фиг. 1), расположенной на отрезке дуги окружности радиусом $R = \lambda^*$ между точками A_1 и A_2 пересечения этой окружности с эпициклоидами первого и второго семейств, исходящими из точки O , соответствующей состоянию газа в критическом сечении $M_* = \lambda_* = 1$. Состояние газа при λ^* достигается в результате воздействия на течение централизованных простых волн разрежения, число которых, а также расположение угловых точек в физической плоскости определяют форму сопла и

¹ Основные результаты настоящей работы были доложены на Втором Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике в 1964 г. в качестве одного из примеров приближенного расчета осесимметричных сверхзвуковых течений идеального газа с характеристиками малой кривизны.

угол θ_* между направлением потока в критическом и выходном сечениях. В случае, когда расширение происходит при одновременном воздействии двух простых центрированных волн одинаковой интенсивности (OB_1 и OB_2 в плоскости годографа на фиг. 1.0), изображения линий тока в плоскости годографа располагаются в параллелограмме OB_1EB_2 ; в физической плоскости этому течению соответствует течение в плоском симметричном сопле Лавала с двумя угловыми точками.

При одновременном воздействии на поток двух простых центрированных волн разной интенсивности (OC_1 и OC_2 в плоскости годографа на фиг. 1.0) изображения линий тока располагаются в параллелограмме OC_1DC_2 ; в физической плоскости получается плоское несимметричное сопло с двумя угловыми точками и углом θ_* , отличным от нуля. В случае неодновременного воздействия на поток двух простых волн разной интенсивности (OB_1 и KF в плоскости годографа) изображения линий тока располагаются в пятиугольнике OB_1EFK ; в физической плоскости получается плоское несимметричное сопло со сдвинутыми (от перпендикуляра к оси сопла) угловыми точками, кольцевой аналог которого был рассмотрен в работе [4]. Длина сопел со сдвинутыми угловыми точками, расширение газа в окрестности критического сечения которых происходит в центрированной и отраженной волнах разрежения, несколько больше длины соответствующих сопел с двумя угловыми точками в критическом сечении, расширение в которых происходит только в центрированных волнах. Когда расширение потока происходит при последовательном воздействии центрированных простых волн, изображающихся соответствующими эллипсами в плоскости годографа, в физической плоскости получаются течения Прандтля — Майера с угловыми точками, разделенные участками равномерного течения.

В соответствии с изложенным кратчайшие идеальные плоские и, одновременно, кольцевые сопла можно классифицировать как сопла с одной, с двумя и с тремя угловыми точками¹. В сопле с одной угловой точкой A (фиг. 1.1, 1.2) вся заданная расчетная степень расширения получается при обтекании этой единственной точки и построение контура сопла определяется заданием двух параметров — числа M^* и величины донного торца r^0/r_0 . В соплах с двумя угловыми точками A и B (фиг. 1.3, 1.4, 1.5, 1.6) для определенности построения необходимо указывать еще один параметр, например, угол θ_* . Сопла с тремя угловыми точками A , B и C (фиг. 1.7, 1.8) также характеризуются тремя параметрами — числом M_1 предварительного расширения (или углом θ_*), числом M^* и величиной r^0/r_0 .

2. Приближенное профилирование всех типов кольцевых сопел производится по первому приближению метода прямолинейных характеристик [7]. Идея этого метода расчета сверхзвукового течения идеального газа заключается в интегрировании уравнений движения с применением метода последовательных приближений в системе координат, состоящей из линий токов и одного из семейств характеристик,

При решении обратной задачи профилирования сопел используется заданное в первом приближении семейство характеристик; в случае кольцевых сопел — характеристики аналогичного плоского течения. При построении линий тока поправка на осевую симметрию вносится, исходя из уравнения неразрывности для каждой струйки тока. Использование одномерных соотношений вдоль каждой струйки позволяет уточнить во втором приближении поле характеристических направлений и т. д. Аналогия между кольцевыми и плоскими соплами позволяет предполагать, а результаты точных расчетов кольцевых сопел [4,6] подтверждают, что в кольцевых соплах кривизна характеристик, соответствующих простым волнам в плоских соплах, мала, вследствие чего расчет течения в кольцевых соплах целесообразно производить в полуфиксированной сетке, состоящей из прямолинейных направлений, близких к действительным характеристикам течения, и линий токов.

Вдоль прямолинейных направлений, выбор которых производится по характеристикам аналогичного плоского течения, дифференциальные соотношения между параметрами течения отличаются от обычных уравнений неразрывности и совместности вдоль осесимметричных характеристик наличием членов более высокого порядка малости $\delta \ll 1$ (δ — угол между выбранным прямолинейным и действительным характеристическим направлением) и с точностью до членов порядка δ имеют вид

$$d\psi = q \frac{\sin \alpha}{\sin(\theta \pm \alpha)} dr^2 + \delta n q \frac{\sin \alpha}{\sin(\theta \pm \alpha)} dr^2 \quad (1)$$

$$dv \mp d\theta - Ndr + \delta \left[nNdr - mdv - 2 \frac{\partial v}{h_p d\beta} h_\alpha d\alpha \right] = 0 \quad (2)$$

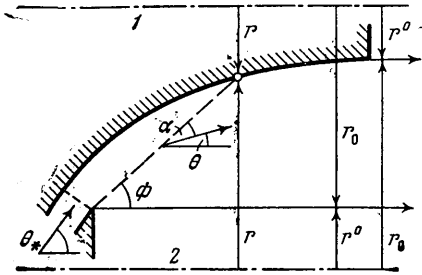
$$\text{Здесь } q = \frac{\rho v}{(\rho v)_*} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^\kappa M \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-\kappa}, \quad N = \frac{\sin \theta \sin \alpha}{\sin(\theta \pm \alpha) r}$$

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta - \alpha) \sin \alpha}, \quad m = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha, \quad \kappa = \frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1}$$

¹ Очевидно, что аналогично можно рассматривать сопла и с большим числом угловых точек, которые, однако, не имеют практического значения.

$v = v(M)$ — функция Прандтля — Майера, $h_\alpha da$ и $h_\beta d\beta$ — элементы длины вдоль прямолинейного и ортогонального к нему направления.

Для определения контура кольцевого сопла в первом приближении уравнение неразрывности (1) интегрируется вдоль прямолинейной характеристики, направление которой определяется выражением $dr/dx = \text{tg}\Phi = \text{tg}(\theta \pm \alpha)$



Фиг. 2

2.1. Кольцевые сопла с одной угловой точкой. Расширение потока в окрестности угловой точки происходит в простой волне, угол наклона вектора скорости в критическом сечении равен $\theta_* = v(M^*)$. Угол наклона прямолинейной характеристики Φ определяется значением числа M на этой характеристике и в случае характеристики первого семейства равен

$$\Phi = \theta + \alpha = v(M^*) - v(M) + \alpha(M) \quad (4)$$

Схема течения в кольцевых соплах с одной угловой точкой изображена на фиг. 2, где ось симметрии сопла с центральным телом обозначена цифрой 1, а ось симметрии тарельчатого сопла — цифрой 2.

Расход газа через каждую характеристику равен суммарному расходу через сопло, поэтому формула (3) приводится к виду

$$q^*(r_0^2 - r_*^2) = q(M) \frac{\sin \alpha}{\sin(\theta + \alpha)} (r^2 - r_*^2)$$

где r_* — радиус угловой точки, равный $r_* = r_0$ в случае сопла с центральным телом (фиг. 1.1) и $r_* = r^0$ в случае тарельчатого сопла (фиг. 1.2).

Отсюда получаются формулы, определяющие координаты точек профиля кольцевого сопла:

Сопло с центральным телом

$$\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = 1 - \frac{q^* \sin \Phi}{q(M) \sin \alpha} \left[1 - \left(\frac{r^0}{r_0}\right)^2\right], \quad \frac{x}{r_0} = \left(1 - \frac{r}{r_0}\right) \text{ctg} \Phi \quad (5)$$

Тарельчатое сопло

$$\left(\frac{r}{r^0}\right)^2 = 1 + \frac{q^* \sin \Phi}{q(M) \sin \alpha} \frac{1 - (r^0/r_0)^2}{(r^0/r_0)^2}, \quad \frac{x}{r^0} = \left(\frac{r}{r^0} - 1\right) \text{ctg} \Phi \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) определяют в первом приближении профиль кольцевых сопел с одной угловой точкой для заданных величин — числа M^* и радиуса донной части r^0/r_0 в зависимости от числа M ($1 \leq M \leq M^*$).

2.2. Кольцевые сопла с двумя угловыми точками. При построении осесимметричного течения в двухточечных соплах (фиг. 1.3, 1.4) следует исходить, как и выше, из аналогичного плоского течения в области взаимодействия простых волн. На фиг. 3 изображены четыре плоские веера расширения в плоских двухточечных соплах с числом $M^* = 5,35$ ($k = 1,4$), причем с целью ускорения расчетов были использованы эпициклоиды, соответствующие повороту вектора скорости на 10° . Угол между направлением потока в критическом сечении и на выходе из сопла θ_* определяется формулой

$$\theta_* = v_1 - v_2, \quad v_1 + v_2 = v(M^*) \quad (7)$$

Плоские веера расширения могут быть полностью использованы для практических расчетов течения в кольцевых двухточечных соплах при достаточно больших расчетных числах M^* , поскольку в этом случае размеры области веера расширения много меньше, чем расстояние этой области от оси. На фиг. 3 приведено семейство двухточечных кольцевых сопел, построенное с использованием указанных плоских вееров расширения (контуры сверхзвуковых частей кольцевых сопел укорочены вдвое). При построении профиля в первом приближении используются прямолинейные характеристики первого семейства для области течения, направленного от оси, и второго семейства — для области течения, направленного к оси. Граничные условия для прямолинейных характеристик заданы на крайних характеристиках плоского веера расширения, вдоль которых

из расчета плоского течения известны распределения параметров θ и α и, следовательно, значения функции тока ψ . Расположение плоского веера расширения в меридиональной плоскости определяется условием

$$\pi (r_0^2 - r^2) q^* = \psi_0$$

Здесь r_0 — радиус вершины веера расширения, ψ_0 — значение функции тока на линии тока, проходящей через вершину веера расширения.

Тогда из выражения (1) получаются следующие формулы для определения координат контура сопла:

Верхний контур ($\theta > 0, \psi_1 \geq \psi_0$)

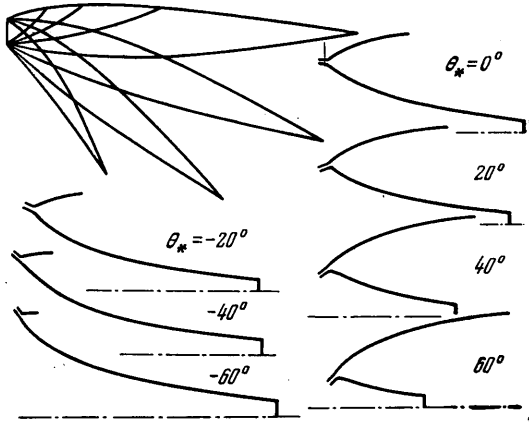
$$r^2 = r_1^2 + \frac{(1 - \psi_1) \sin(\theta_1 + \alpha_1)}{q(M_1) \sin \alpha_1}$$

$$x = x_1 + (r - r_1) \operatorname{ctg}(\theta_1 + \alpha_1) \quad (8)$$

Нижний контур ($\theta < 0, \psi_2 \leq \psi_0$)

$$r^2 = r_2^2 + \frac{\psi_2 \sin(\theta_2 - \alpha_2)}{q(M_2) \sin \alpha_2}$$

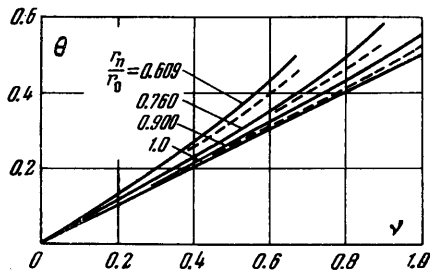
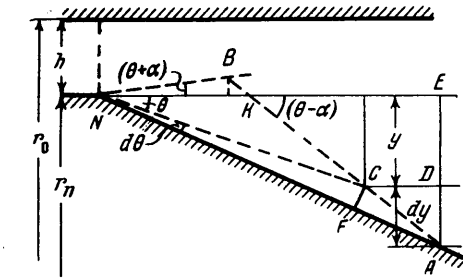
$$x = x_2 - (r_2 - r) \operatorname{ctg}(\theta_2 - \alpha_2) \quad (9)$$



Фиг. 3

Здесь индексы 1 и 2 относятся к выбранной точке на крайней характеристике веера разрежения.

Несмотря на использование плоского веера расширения, профиль кольцевого сопла существенно отличается от плоского, начиная сразу же от угловых точек. При этом угол поворота стенки в угловой точке кольцевого сопла зависит не только от расчетного числа M^* сопла, но и от величины относительного радиуса угловой точки r_n/r_0 (фиг. 4). Эта особенность объясняется ниже на примере кольцевого сопла с $\theta_* = 0$ с помощью приближенного метода построения осесимметричного течения по известному плоскому.



Фиг. 4

В малой окрестности угловой точки N с точностью до $(r - r_n)/2r_n$ можно приближенно записать

$$r_b^2 - r_a^2 = (r_b^2 - r_n^2) + (r_n^2 - r_a^2) \approx 2r_n [(r_b - r_n) + (r_n - r_a)] \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) и стягивая $\triangle NBA$ в малую окрестность точки N , где параметры θ и α приобретают значение, определяемое соотношением Прандтля — Майера, получим асимптотическую формулу

$$r_n - r_a = \left[\frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin(\theta + \alpha)} \frac{r_0}{r_n} - 1 \right] (r_b - r_n)$$

Уравнение неразрывности для $\triangle NBA$ (фиг. 4), образованного элементом контура сопла в угловой точке и характеристиками первого и второго семейств, с учетом того, что характеристика и функция тока на ней берутся по плоскому течению, запишется в виде

$$\frac{q(M_-)}{M_-} \frac{r_b^2 - r_a^2}{\sin(\theta_- - \alpha_-)} \frac{1}{2hr_0} =$$

$$= \frac{q(M_+)}{M_+} \frac{r_b - r_n}{\sin(\theta_+ + \alpha_+)} \frac{1}{h} \quad (10)$$

где h — ширина критического сечения, одинаковая для плоского и осесимметричного течения, а индексы «+» и «-» относятся соответственно к средним параметрам на характеристике первого и второго семейств.

Обозначая величину $r_n - r_a$ через $y + dy$ в случае осесимметричного течения и через « y » в случае плоского течения, где $r_n / r_0 = 1$, и с учетом того, что величины θ, α и $(r_b - r_n)$ сохраняют свое значение в осесимметричном и плоском течении, получим

$$\frac{dy}{y} = \frac{1 - \bar{r}_n \sin(\theta - \alpha)}{\bar{r}_n \sin \alpha \cos \theta}, \quad \bar{r}_n = \frac{r_n}{r_0} \quad (12)$$

Связь между изменением « y » вдоль характеристики II семейства AB и приращением угла наклона контура в угловой точке определим из рассмотрения $\triangle ADC$, $\triangle ACF$ и $\triangle AEN$, откуда следует, что

$$d\theta = \frac{\sin \theta \sin \alpha}{\sin(\theta - \alpha)} \frac{dy}{y} \quad (13)$$

Из выражений (12) и (13) получается формула, определяющая разность $\Delta\theta$ между углами наклона контура в угловой точке в случае плоского и кольцевого сопла в зависимости от относительного расстояния угловой точки до оси симметрии кольцевого сопла \bar{r}_n и величины угла наклона контура в плоском сопле θ

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \frac{1 - \bar{r}_n}{\bar{r}_n} \operatorname{tg} \theta \quad (14)$$

На фиг. 4б приведены результаты точных численных расчетов по методу характеристик на ЭВМ, полученные У. Г. Пирумовым (сплошные линии), и элементарных расчетов по формуле (14) (пунктир), сравнение которых подтверждает, что рассматриваемый приближенный метод построения кольцевых сопел с достаточной точностью отражает особенности течения в этих соплах.

Фиг. 5

2.3. Кольцевые сопла с тремя угловыми точками. При больших расчетных степенях расширения в соплах с одной угловой точкой направление потока в критическом сечении составляет с осью сопла слишком большой угол ($\theta_* \sim \frac{\pi}{2}$), что может быть нежелательным по конструктивным соображениям. Чтобы избежать этого, используются кольцевые сопла с тремя угловыми точками (фиг. 1.7, 1.8), в которых газ предварительно расширяется до числа M_1 в двухточечном сопле, а дальнейшее расширение до числа M^* происходит при обтекании третьей угловой точки. Тогда

$$\theta_* = \nu(M^*) - \nu(M_1) \quad (15)$$

Границей склеивания двух течений служит приближенно прямолинейная характеристика, вдоль которой число M постоянно и равно M_1 ; наклон этой характеристики определяется формулой (2).

Отметим, что в трехточечном сопле появляется участок « $тп$ » (фиг. 1.7), прямолинейный в первом приближении, вдоль которого не происходит расширения потока. Вследствие этого длина трехточечного сопла будет несколько больше, чем длина одноточечного сопла при той же степени расширения.

В заключение отметим возможность точно профилировать различные пространственные сопла по линиям тока известного осесимметричного течения в кольцевых соплах. В этом случае центральное тело заменяется пространственным «ковшом», а такое сопло в целом представляет собой пространственный аналог сопла с косым срезом. Практически целесообразно использовать подобные сопла (соответствующим образом укороченные) в виде кольцевых связок. Хотя точного соответствия между кольцевой связкой пространственных сопел и осесимметричным кольцевым соплом не соблюдается, однако при достаточно большом числе индивидуальных сопел, расположенных сплошным образом, расчет и профилирование такой связки может быть произведен на основе течения в эквивалентном кольцевом сопле. На фиг. 5 представлена в качестве примера идеальная пространственная приставка ($M^* = 3,0$) к круглому соплу с числом $M_1 = 2,3$, построенная по линиям тока течения в кольцевом сопле с одной угловой точкой ($M^* = 3,0$).

Поступило 4 VIII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. K r a s e W. H. Performance analysis of plug nozzles for turbojet and rocket exhausts. Paper Amer. Soc. Mech. Engrs. No 58—A—248
2. I l s e n V. Curved nozzles. Proceedings of the 6th Symposium on ballistic missiles and aerospace technology. 1961, vol. III, Academic Press.
3. К а ц к о в а О. Н. Расчет кольцевых сверхзвуковых сопел и диффузоров. Сб. «Вычислительная математика», № 3, Изд-во АН СССР, 1958.
4. П и р у м о в У. Г., Р у б ц о в В. А. Расчет осесимметричных сверхзвуковых кольцевых сопел. АН СССР, Механ. и машин., 1961, № 6.
5. H. C r e e r. Rapid Method for Plug Nozzle Design. ARS Journal, 1961, vol. 31, N 4.
6. G. A n g e l i n o. Approximate Method for Plug Nozzle Design. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No 10.
7. Г о г и ш Л. В., С т е п а н о в Г. Ю. Приближенный расчет двухмерных сверхзвуковых течений с характеристиками малой кривизны. II Всес. съезд по теоретической и прикладной механике, 1964.

ОБМЕН КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ ВОЗДУХА ЗА ФРОНТОМ ПРЯМОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Л. И. ТУРЧАК (Москва)

Релаксация колебательной энергии частиц многокомпонентной смеси газов за фронтом ударной волны происходит при активном участии двух механизмов: 1 — перехода поступательной энергии сталкивающихся молекул в колебательную и 2 — обмена колебательной энергией между молекулами различных компонент при их столкновении.

В однокомпонентных системах второй механизм несуществен, так как суммарная колебательная энергия системы в результате обмена не меняется. В многокомпонентной смеси двухатомных газов обменный процесс приводит к перераспределению колебательной энергии между отдельными компонентами, что может сопровождаться существенным изменением размера области релаксации для каждой компоненты.

Однако при решении многих газодинамических задач с учетом неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы принимался во внимание только механизм 1, что в ряде случаев приводило к некоторым расхождениям между результатами численного расчета и экспериментом. Поэтому возникла необходимость построения модели для учета обмена колебательной энергией между молекулами и ее исследования.

Способ учета обменных процессов был предложен в работе [1], где на основе теории молекулярных соударений выводится система релаксационных уравнений для бинарной смеси газов в предположении одноквантовых переходов, а также проведено теоретическое исследование некоторых предельных случаев в зависимости от влияния разных механизмов на времена релаксации отдельных компонент. Изучение рассматриваемых процессов для воздуха проводится в работе [2], где выведены расчетные формулы и проведены некоторые расчеты, демонстрирующие влияние обмена колебательной энергией между компонентами.

Ниже изучается процесс обмена в воздухе в зависимости от скорости ударной волны. Исследуется критическая область (по числу Маха) для выявления момента, начиная с которого второй механизм становится меньше первого; для чисел Маха, меньших критического, изучается вопрос — в какой части области релаксации преобладает один из механизмов.

Расчеты проводились для широкого диапазона чисел Маха ($M = 3-20$) как с учетом, так и без учета обмена колебательной энергией.

1. Рассмотрим одномерное течение газа (воздуха) за фронтом прямой ударной волны. Ось x совпадает с направлением движения, начало отсчета соответствует фронту волны. Воздух считаем смесью двух компонент: кислорода (O_2) и азота (N_2).

Распределение поступательной и вращательной энергии считаем равновесным и равным их классическим значениям ($3/2 RT$ и RT соответственно). Имеет место неравновесное распределение только колебательной энергии; процессами ионизации и диссоциации пренебрегаем.

Для параметров газа введем безразмерные величины по следующим формулам:

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad p^* = \frac{p}{\rho V^2}, \quad T^* = \frac{T}{T_\infty}, \quad e_i^* = \frac{e_i}{RT_\infty} \quad (i = 1, 2)$$