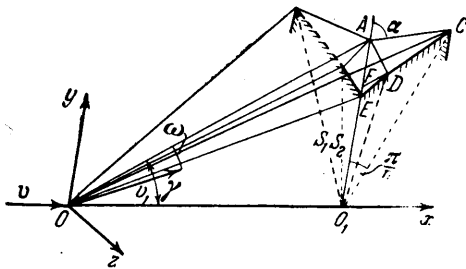


## ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ СКАЧКОВ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ ТЕЛ

А. Л. ГОНОР, А. И. ШВЕЦ (Москва)

В работе [1] показано, что тела с поперечным сечением звездообразной формы при некоторых ограничениях обладают наименьшим волновым сопротивлением и сохраняют оптимальность по полному сопротивлению при приближенном учете сил трения [2,3]. Имея в виду, что сильное уменьшение сопротивления физически объясняется образованием системы слабых скачков около звездообразного тела вместо интенсивной осесимметричной волны, возникающей около тела вращения, были высказаны предположения [4], что, в силу наличия пограничного слоя и ряда других причин, около звездообразного тела возникнет либо отошедшая от ребер осесимметричная волна, либо система присоединенных плоских скачков, подобная той, которая образуется при обтекании пирамидальных тел [5]. Однако и в первом, и во втором случаях эффекта сильного уменьшения сопротивления не будет. В связи с этим характер течения можно установить только после всестороннего экспериментального исследования поля потока и измерения действующих сил. Проведенные недавно испытания по распределению давления [6] показали хорошее совпадение теории с экспериментом.

Ниже описываются результаты экспериментального исследования структуры потока оптическим методом. Форма моделей была выбрана по данным работы [7]. При обтекании таких тел скачки пересекаются регулярно, и поле потока имеет вид,



Фиг. 1

$$x_c = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 \sin \pi/n}{\sin(\alpha - \pi/n)}, \quad y_c = x_c \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \operatorname{tg} \gamma \sin \alpha \quad (1)$$

$$y_c = (\sin \alpha - \lambda \cos \alpha) \operatorname{tg} \delta$$

$$\lambda = \frac{\cos \omega}{\sin \gamma \cos \alpha - \operatorname{ctg}(\beta - \theta) \cos \delta}$$

$$\cos \omega \cos \gamma_1 = \cos(\gamma_1 - \delta) \cos \gamma \quad (2)$$

углы  $\delta$ ,  $\theta$  и  $\beta$ , входящие в выражение для  $y_c$ , определяются из соотношений

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{ctg} \gamma_1 \frac{(1 - \varepsilon)(\sin^2 \gamma_1 - M_\infty^{-2})}{1 - (1 - \varepsilon)(\sin^2 \gamma_1 - M_\infty^{-2})} \quad (3)$$

$$\cos \theta = \frac{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \delta \sin \alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma (1 + \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \delta) + \operatorname{tg}^2 \delta - 2 \sin \alpha \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \delta}}$$

$$\operatorname{tg} \theta = 2 \operatorname{ctg} \beta \frac{M_{1n}^2 \sin^2 \beta - 1}{M_{1n}^2 (\kappa - \cos 2\beta) + 2}, \quad \varepsilon = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \quad (4)$$

Здесь  $\kappa$  — показатель адиабаты,  $M_{1n} = M_1 \sin \omega$  — число Маха, определяемое по формулам для косога скачка при отклонении набегающего потока на угол  $\delta$ .

Для определения координат остальных точек надо знать положение точки  $F$ , лежащей на продолжении стенки  $CD$ . Для координаты этой точки имеем

$$y_f = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 \operatorname{tg} \delta \cos(\alpha - \pi/n)}{\sin \pi/n \operatorname{tg} \gamma_1 + \sin(\alpha - \pi/n) \cos \alpha \operatorname{tg} \delta}$$

Отсюда координаты точки  $D$  определяются по формулам

$$y_d = \frac{y_f \operatorname{ctg}(\beta - \theta) + \sin \gamma \operatorname{ctg}(\alpha - \psi)}{\operatorname{ctg}(\beta - \theta) + \cos \gamma \operatorname{ctg}(\alpha - \psi)} \quad (5)$$

$$z_d = \frac{\sin \gamma - \cos \gamma y_f}{\operatorname{ctg}(\beta - \theta) + \cos \gamma \operatorname{ctg}(\alpha - \psi)}, \quad \operatorname{tg} \psi = \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \gamma_1}\right) \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{n}\right)$$

Решение задачи имеет место только для определенного диапазона значений параметров  $M_\infty$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $n$ . Некоторые указания о выборе допустимых значений этих параметров даны в работе [7]. Однако область их значений, при которых решение имеет место, не установлена, что делает затруднительным определение геометрии моделей. В связи с этим произведем расчет области существования решения для каждого заданного числа  $M_\infty$ . Предположим,<sup>2</sup> что  $\alpha$  и  $\gamma$  выбраны согласно указаниям работы [7], тогда возможность решения сводится к разрешимости уравнения (4) относительно угла  $\beta$ . Учитывая,<sup>1</sup> что для каждого  $M_{1n}$  кривая имеет максимум, можно найти границу возможных решений (4), если продифференцировать это выражение по переменной  $\beta$  и приравнять нулю. В результате получим два соотношения, содержащие три переменные  $\theta$ ,  $M_{1n}$  и  $\beta$ . Отсюда, исключая параметр  $\beta$ , получаем, что область существования решения определяется неравенством  $\theta \leq \varphi(M_{1n})$ .

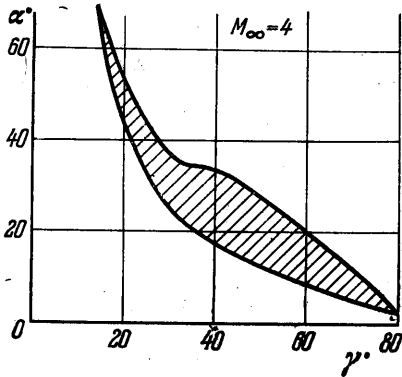
Свершим теперь переход к переменным  $\alpha_1$ ,  $\gamma_1$ . Для этого выражение (3) представим в виде  $\sin^2 \alpha = f(\gamma_1, \theta, M_\infty)$ . С другой стороны, согласно (2) и (4), имеем (6)

$$M_{1n}^2 = M_1^2 \left[ 1 - \frac{\cos^2(\gamma_1 - \delta)}{\cos^2 \gamma_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_1 / \sin^2 \alpha)} \right]$$

$$M_1^2 \sin^2(\gamma_1 - \delta) = \frac{1 - \frac{1}{2}(\kappa - 1) M_\infty^2 \sin^2 \gamma_1}{\kappa M_\infty^2 \sin^2 \gamma - \frac{1}{2}(\kappa - 1)}$$

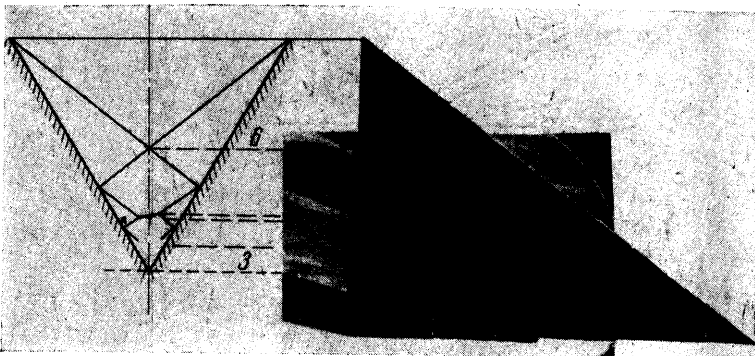
Отсюда

$$\sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \gamma_1 \left[ \frac{\cos^2(\gamma_1 - \delta)}{\cos^2 \gamma_1 (1 - M_{1n}^2 / M_1^2)} - 1 \right]^{-1}$$



Фиг. 2

Заменяя в последнем выражении  $M_{1n}$  через  $\varphi^{-1}(\theta)$ , исключая из (5) и (6)  $\sin^2 \alpha$ , получим неявное уравнение  $f(\gamma_1, \theta, M_\infty) = 0$ , из которого для каждого угла  $\theta$  можно найти соответствующее значение  $\gamma_1$ , а при помощи (6) — угол  $\alpha$ . Таким образом, определяется граница в плоскости  $(\alpha_1, \gamma_1)$ , а затем в плоскости  $(\alpha, \gamma)$ . Результаты расчетов для числа  $M = 4$  показаны на фиг. 2. Область существования решения покрыта штриховкой. При помощи указанной области по формулам (1) — (5) был произведен расчет геометрии моделей.



Фиг. 3

Эксперименты проводились в аэродинамической трубе при числе  $M = 3.85 \pm 0.1$  и углах атаки от 0 до  $15^\circ$ . Неравномерность поля в области расположения моделей составляла  $\pm 1\%$ . Число Рейнольдса, отнесенное к длине модели и определенное по параметрам набегающего потока, составляло  $6.0 \cdot 10^6$ .

Переходим теперь к описанию моделей. Звездообразное тело состоит из  $n$  лепестков, симметрично расположенных по отношению к оси. В предположении, что ударная волна присоединена к ребрам тела (что подтвердилось в опытах), можно обтекание звездообразного тела изучить на модели, представляющей один элемент из двух полулепестков. Ниже этот элемент называется V-образным крылом. Для оптических

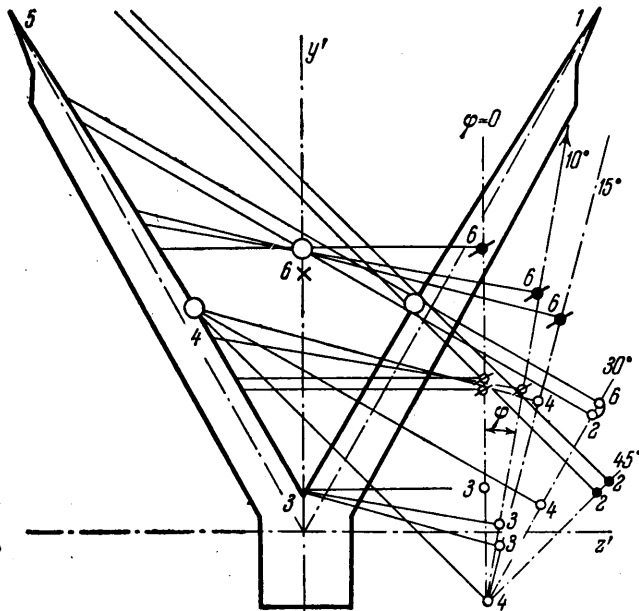
исследований были изготовлены три модели V-образных крыльев ( $n = 6, 10$  и  $15$ ) из органического стекла. Поверхности моделей были тщательно отполированы. Передние кромки крыльев были сделаны достаточно острыми, чтобы получить присоединенный скачок уплотнения, а длина всех моделей была одинаковой и равнялась  $200$  мм.

Модель устанавливалась относительно оптического окна в положении, позволяющем наблюдать структуру течения за моделью. В следе за моделью сохранялась область течения, полностью соответствующая структуре потока между крыльями и не искаженная возмущениями от заднего среза. Во время эксперимента было видно, что скачки присоединены вдоль острых кромок крыльев и располагаются внутри модели. На фиг. 3 ( $n = 6, \alpha = 0, \varphi = 0$ ) и 4 ( $n = 10, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0$ ) представлены тепловеские фотографии спектров обтекания испытанных тел. В следе за моделью четко видны скачки уплотнения. С целью выяснения пространственной структуры течения программа испытаний предусматривала проведение экспериментов при углах крена  $\varphi = 0, 10, 15, 30$  и  $45^\circ$ . На фиг. 5 нанесен контур модели с параметром  $\pi/n = 30^\circ$  и построена схема скачков при различных углах крена. На графиках сильные скачки обозначались черным кружком, слабые — белым кружком. Скачки, сохраняющие постоянное направление на видимом участке следа, наносились на графики в виде значка с черточкой. Если на снимке была видна полоса, то верхняя и нижняя границы полосы отмечались значками, соединенными между собой.

Скачки уплотнений, при расшивке фотографий, на графиках удобно разделить на несколько групп. Прежде всего следует выделить несколько линий скачков, образованных при обтекании внешней части крыла. Это — линия присоединенного скачка уп-



Фиг. 4



Фиг. 5

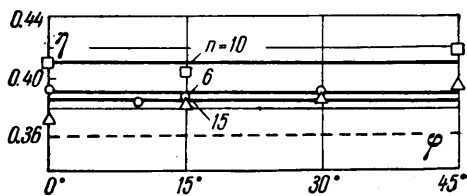
лотнения к передней острой кромке крыла (линия 1 на фиг. 4) и линии скачков, образованных конструктивным выступом на внешней части крыла. Далее, отметим ли-

нии градиентов плотности, соответствующих участку застойного течения в месте сопряжения крыльев (линия 3 на фиг. 3).

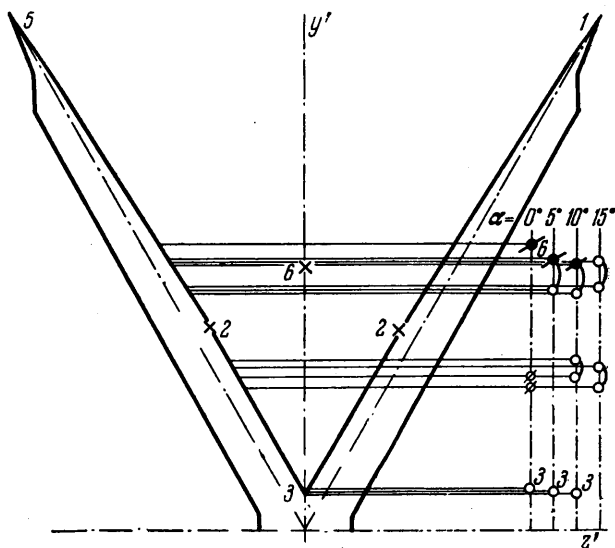
Скачки на фотографиях имели неодинаковую интенсивность, причем некоторые линии в следе быстро изменяли направление, приближаясь к направлению невозмущенного потока, а другие — сохраняли первоначальный наклон почти на всем видимом участке. Объясняется это тем, что следы скачков, отраженных от внутренней поверхности крыла, быстрее изменяют направление за крылом, следуя направлению линий тока, тогда как линии пересечения скачков внутри крыла сохраняются прямолинейными и за моделью, поскольку присоединенные к кромкам скачки пересекаются, не искажаясь как внутри модели, так и в некоторой области в следе. Линии скачков уплотнения за крыльями направлены к носу модели, что свидетельствует о коническом характере течения внутри крыльев.

При нулевом угле атаки на всех фотографиях видны четкие прямые линии (линия 6 на фиг. 3), которые являются линиями пересечения скачков, присоединенных к передним кромкам крыльев. Действительно, как показала расшивка эксперимента, эти линии группируются в одном месте, расположенном в плоскости симметрии крыльев и отмеченном на фиг. 5 кружком с цифрой 6. В случае регулярного пересечения скачков, при разных углах крена линии скачков должны дать постоянное значение координаты  $y'$ . Сопоставление данных при углах крена  $\varphi = 0, 15, 30, 45^\circ$  приведено на фиг. 6, где по оси ординат откладывалась безразмерная величина  $\eta$ , а по оси абсцисс — угол  $\varphi$ . Значение  $\eta$  определялось по формуле  $\eta = y/l \cos \varphi$ , где  $l$  — длина модели. Расположение экспериментальных точек вдоль горизонтальной прямой свидетельствует о регулярном взаимодействии скачков.

В теоретической схеме течения скачки, присоединенные к ребрам, пересекаются регулярно и гасятся на стенках в точках излома (точки 2 и 4 на фиг. 5). При небольших отклонениях от расчетного режима возникают отраженные скачки слабой интенсивности. Для модели с  $n = 6$  можно выделить участки, отмеченные кружками, возле точек 2 и 4, соответствующие положению отраженных скачков на поверхности крыльев.



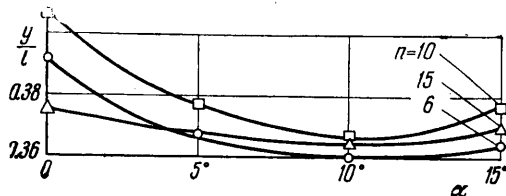
Фиг. 6



Фиг. 7

Для точки 2 это будут две линии, видимые при угле крена  $\varphi = 45^\circ$ , а для точки 4 — три линии при  $\varphi = 15, 30$  и  $45^\circ$ . Эти участки располагаются выше точки излома внутренних плоскостей крыльев. Анализ фотографий течения и схем скачков позволили сделать вывод, что отклонение числа  $M$  от расчетного (геометрические параметры моделей рассчитывались для числа  $M = 4$ ), влияние вязкости, неточности в изготовлении моделей и наличие небольшого угла атаки приводят к реализации схемы течения, состоящей из системы пересекающихся и отраженных скачков (фиг. 3).

В работе [6] было показано, что распределение давления на стенке V-образного крыла состоит из участка постоянного давления, определяемого скачком, присоединенным к ребру, и области более высокого постоянного давления, возникающей после прохождения потока через второй скачок. Последующее отражение скачков не дало заметного повышения давления. Было получено хорошее совпадение теории и эксперимента по распределению давления; некоторое отличие данных заключалось в увеличении областей повышенного давления. Таким образом, распределение давления на крыле в основном определяется положением системы первых пересекающихся скачков. В этой связи интересно сравнить расчетное положение линии пересечения скачков, присоединенных к передним кромкам, с экспериментальными данными. На фиг. 5 крестиком с цифрой 6 и на фиг. 6 пунктирной кривой показаны расчетные значения линии пересечения. Как видно из графиков, данные расчета и эксперимента близки между собой.



Фиг. 8

Некоторое завышение положения линии пересечения скачков сравнительно с теорией вызывается заниженным числом  $M$  и влиянием вязкости.

Рассмотрим структуру течения на нерасчетных режимах при углах атаки. Положительному углу атаки соответствует поворот потока внутрь модели. На фиг. 7 для модели с  $n = 6$  представлен контур модели и положения скачков уплотнений при углах атаки  $\alpha = 0, 5, 10, 15^\circ$ . Для моделей с  $n = 6$  и  $10$  линия пересечения скачков на углах атаки становится несколько размытой (6 на фиг. 4), причем возрастание угла атаки приводит к сужению полосы размытости. Влияние угла атаки на положение полосы в следе показано на фиг. 8. Экспериментальные данные построены по четкой верхней границе полосы. По мере увеличения угла атаки от  $0$  до  $10^\circ$  верхняя граница полосы приближается к оси модели, однако при дальнейшем увеличении угла атаки наблюдается перемещение этой линии вверх. Такая аномалия может быть объяснена тем, что при больших углах атаки происходит замена регулярного пересечения скачков маховским взаимодействием.

Поступило 9 VI 1965

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г о н о р А. Л. О пространственных телах наименьшего сопротивления при больших сверхзвуковых скоростях. ПММ, 1963, т. 27, вып. 1
2. M i e l e A., S a a r i s G. On the Optimum Transversal Contour of a Body at Hypersonic Speeds *Astronaut Acta*, 1963, vol. 9, No. 3.
3. Г о н о р А. Л. Определение формы пространственного оптимального тела с учетом сил трения. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, № 4, 1965.
4. Ч е р н ы й Г. Г. О телах наименьшего сопротивления при больших сверхзвуковых скоростях. ПММ, 1964, т. 28, вып. 2.
5. М а й к а п а р Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1959, т. 23, вып. 1.
6. Г о н о р А. Л., Ш в е ц А. И. Исследование распределения давления на некоторых звездобразных телах при числе  $M=4$ , ПМТФ, 1965, № 6.
7. Г о н о р А. Л. Точное решение задачи обтекания некоторых пространственных тел сверхзвуковым потоком газа. ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.

## ОДНО ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ С. А. ЧАПЛЫГИНА

Ю. И. ЦЫБИЗОВ

(Куйбышев)

В теоретических исследованиях ряда газодинамических задач большую роль играет плоскость годографа, где уравнения в переменных компонент скорости — линейные. В этих исследованиях основную роль играет уравнение Чаплыгина для функции тока  $\psi$ . Чаплыгиным [1] было получено общее решение уравнения движения в плоскости годографа. Известны также частные точные решения [2] годографа: радиальное течение, спиральное течение и т. д. Ниже рассматривается частное решение уравнения Чаплыгина.