

## ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. Д. СОВЕРШЕННЫЙ

(Москва)

Изучению влияния распределенного вдува газообразного вещества на характеристики турбулентного пограничного слоя посвящен ряд теоретических (например [1-4]) и экспериментальных (например [5-7]) работ. В основном исследуется течение со вдувом на плоской пластине. Теоретические методы основаны большей частью на полумпирических теориях Прандтля [1], Кармана [2].

В настоящей работе, в отличие от предыдущих работ, предложен степенной закон для длины пути перемешивания; это позволило получить профили скоростей, которые в случае течения без вдува и теплообмена вырождаются в известные степенные профили [8]. Такой подход позволяет получить аналитические результаты для течений с умеренным градиентом давления.

### Обозначения

$x, y$ — координаты; $U, V$ — компоненты скорости; $\rho$ — плотность; $T$ — температура; $h$ — теплосодержание; $H$ — полное теплосодержание; $c$ — массовая концентрация; $\mu, \lambda, D$ — коэффициенты молекулярной вязкости, теплопроводности, диффузии; $c_p$ — удельная теплоемкость; $\gamma$ — показатель адиабаты;	$r$ — расстояние от оси симметрии до поверхности; $\delta$ — толщина пограничного слоя; $U_\infty$ — скорость в ядре потока; $\tau$ — трение; $c_f$ — коэффициент трения; $P$ — число Прандтля; $S$ — число Шмидта; $S_t$ — число Стентона; $M$ — число Маха; $i = 0$ — плоский случай; $i = 1$ — осесимметричный случай.
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2}, \quad B = \frac{(\rho V)_w}{\rho_\infty U_\infty} \frac{2}{c_f}, \quad B_0 = \frac{(\rho V)_w}{\rho_\infty U_\infty} \frac{2}{c_{f0}}, \quad B_h = \frac{(\rho V)_w}{\rho_\infty U_\infty} \frac{1}{S_{t, v=0}}$$

Индексы относятся: 1 — к вдуваемому газу; 2 — к газу основного потока;  $w$  — к величинам на стенке;  $\infty$  — к ядру пограничного слоя; 0 — к течению несжимаемого газа без вдува;  $v = 0$  — к течению сжимаемого газа без вдува; \* — к величинам на границе ламинарного подслоя; ° — к величинам в начальном сечении;  $\varepsilon$  — к коэффициентам турбулентного переноса.

1. Рассмотрим неизотермическое течение газа вдоль криволинейной поверхности. На стенке по нормали к поверхности осуществляется вдув газообразного вещества, молекулярный вес, удельная теплоемкость и вязкость которого могут отличаться от соответствующих параметров газа в ядре потока.

Будет исследоваться турбулентное течение газа; предполагается, что непосредственно у стенки можно выделить тонкую область, где течение ламинарное (ламинарный подслой).

Для расчета турбулентного пограничного слоя применим приближенный метод, для чего используем интегральное уравнение движения

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \delta^{**} \left( \frac{2 - M^2 + \xi}{M [1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2]} \frac{dM}{dx} + \frac{j}{r} \frac{dr}{dx} \right) = \frac{c_f}{2} (1 + B) \quad (1.1)$$

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \frac{\rho}{\rho_\infty} u (1 - u) dy, \quad \delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_\infty} u \right) dy, \quad \xi = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}, \quad u = \frac{U}{U_\infty}$$

Здесь  $\delta^{**}$  — толщина потери импульса,  $\delta^*$  — толщина вытеснения,  $\zeta$  — параметр формы.

Уравнение (1.1) описывает плоское течение при  $j = 0$  и осесимметричное — при  $j = 1$ .

2. Чтобы решить уравнение (1.1), нужно знать закон распределения скоростей в турбулентном пограничном слое и связь трения на поверхности с толщиной потери импульса.

Для этого, пользуясь уравнением движения для одномерного течения, получим

$$(\rho V)_w U = \tau - \tau_w \quad (2.1)$$

Турбулентное трение запишем по формуле Прандтля

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{dU}{dy} \right)^2 \quad (2.2)$$

где  $l$  — длина пути перемешивания.

Предположим, что  $l$  изменяется по степенному закону от координаты  $y$ , т. е.

$$l / L = \kappa (y / L)^\beta \quad (2.3)$$

Здесь  $\kappa, \beta$  — параметры, которые определяются в дальнейшем,  $L$  — характерная длина.

С учетом соотношений (2.2), (2.3) уравнение (2.1) может быть проинтегрировано; получаем:

$$\frac{1}{1-\beta} \frac{1}{\kappa} \left( \frac{c_f}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{y}{L} \right)^{1-\beta} = \int_0^u W(u) du + A, \quad W(u) = \left( \frac{\rho / \rho_\infty}{1 + Bu} \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

где  $A$  — константа интегрирования<sup>1</sup>.

Константу  $A$  определим из условия на границе ламинарного подслоя

$$A = \frac{1}{1-\beta} \frac{1}{\kappa} \left( \frac{c_f}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{y^*}{L} \right)^{1-\beta} - \int_0^{u^*} W(u) du \quad (2.5)$$

Предположим, что полученный профиль скорости (2.4) в случае нежимаемого течения без вдува сводится к известному [8] степенному профилю

$$\frac{U}{v^*} = D(n) \left( \frac{yv^*}{v_0} \right)^{1/n}, \quad v^* = \left( \frac{\tau_w}{\rho_w} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Здесь  $v^*$  — динамическая скорость,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости.

Показатель степени  $1/n$  зависит от числа Рейнольдса. Зависимость  $D(n)$  от  $n$  приведена в работе [8].

Если в соотношении (2.4) при  $B = 0$  и  $\rho / \rho_\infty = 1$  положить

$$\beta = 1 - 1/n, \quad \kappa = n/D(n), \quad L = \nu_w / v^*, \quad A = 0 \quad (2.7)$$

то получим соотношение (2.6).

<sup>1</sup> Если пренебречь влиянием ламинарного подслоя, т. е. положить  $A = 0$  и принять  $L = \delta$ , то соотношение (2.4) можно преобразовать к виду

$$\frac{c_f}{c_{f_0}} = \left[ \int_0^1 W(u) du \right]^2$$

что совпадает с результатами работы [8].

В дальнейшем сохраним полученные выражения для  $\beta$ ,  $\kappa$  и  $L$  и в случаях течений сжимаемого газа со вдувом.

Раскроем уравнение  $A = 0$ , с учетом (2.5) и (2.7) получаем

$$D(n) \left( \frac{c_f}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{y^* v^*}{v_0} \right)^{1/n} - u^* = 0 \quad (2.8)$$

или, так как в случае несжимаемого течения без вдува

$$u^* = \frac{\tau_0}{U_\infty} \frac{y^*}{\mu}, \quad \text{то } D(n) \left[ \frac{y^*}{v_0} \left( \frac{\tau_0}{\rho_0} \right)^{1/2} \right]^{1/n} - \frac{y^*}{v_0} \left( \frac{\tau_0}{\rho_0} \right)^{1/2} = 0$$

Отсюда получается выражение для критического числа Рейнольдса  $R_0^*$  на границе ламинарного подслоя для случая течения несжимаемого газа без вдува в виде

$$R_0^* = \frac{y^*}{v_0} \left( \frac{\tau_0}{\rho_0} \right)^{1/2} = [D(n)]^{n/(n-1)}$$

Предположим, что критическое число Рейнольдса  $R^*$ , определенное по параметрам на границе ламинарного подслоя, остается без изменения для более общего течения сжимаемого газа со вдувом, т. е.

$$R^* = \frac{y^*}{v^*} \left( \frac{\tau^*}{\rho^*} \right)^{1/2} = [D(n)]^{n/(n-1)} \quad (2.9)$$

в частности  $R^* = 12.55$  при  $n = 7$ .

При помощи соотношений (2.4) и (2.7) можно получить следующее выражение для толщины потери импульса через число  $R_{\delta^{**}}$

$$R_{\delta^{**}} = \frac{\rho_\infty U_\infty \delta^{**}}{\mu_\infty} = \left( \frac{c_f}{2} \right)^{-1/2(n+1)} \frac{n}{[D(n)]^n} \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_w} \right)^{1/2} I$$

$$I = \int_0^1 \frac{\rho}{\rho_\infty} u (1-u) W(u) \left[ \int_0^u W(u) du + A \right]^{n-1} du$$

Отсюда определяем коэффициент трения через толщину потери импульса

$$\frac{c_f}{2} = R_{\delta^{**}}^{-\frac{2}{n+1}} \left\{ \frac{n}{[D(n)]^n} \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_w} \right)^{1/2} I \right\}^{\frac{2}{n+1}} \quad (2.10)$$

Если воспользоваться интегральным уравнением движения для пластины

$$d\delta^{**} / dx = 1/2 c_f (1 + B)$$

в совокупности с равенством (2.10), то можно получить зависимость толщины потери импульса от координаты  $x$ . Тогда при известном  $R_{\delta^{**}}$  соотношение (2.10) дает закон изменения коэффициента трения вдоль пластины

$$\frac{c_f}{2} = \left\{ \frac{n+1}{n+3} \frac{n}{(1+B) [D(n)]^n} \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_w} \right)^{1/2} I \right\}^{2/(n+3)} R_x^{-2/(n+3)}$$

$$R_x = \frac{\rho_\infty U_\infty x}{\mu_\infty} \quad (2.11)$$

Расчеты по формуле (2.11) можно проводить, если известны выражения для  $\rho / \rho_\infty$ ,  $\mu_w / \mu_\infty$  и константы  $A$ . Используя подобие полей скорости, концентрации и теплосодержания вне ламинарного подслоя

$$\frac{U - U^*}{U_\infty - U^*} = \frac{c - c^*}{-c^*} = \frac{H - H^*}{H_\infty - H^*} \quad (2.12)$$

которое соблюдается при  $P_\epsilon = S_\epsilon = 1$ , а также уравнение состояния для газовой смеси, можно получить выражение для плотности в турбулентном слое

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \left[ \left( \frac{c_{p1}}{c_{p2}} - 1 \right) \frac{c^*}{1 - u^*} (1 - u) + 1 \right] \left[ \left( \frac{m_2}{m_1} - 1 \right) \frac{c^*}{1 - u^*} (1 - u) + 1 \right]^{-1} \times \\ \times \left[ \frac{H^*}{H_\infty} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) + \left( 1 - \frac{H^*}{H_\infty} \right) \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \frac{u - u^*}{1 - u^*} - \frac{\gamma - 1}{2} M^2 u^2 \right]^{-1} \quad (2.13)$$

В частном случае, если числа Прандтля и Шмидта равны единице и для ламинарного подслоя, отношение плотностей получается в таком же виде, как в работах [2, 4].

Для определения коэффициента вязкости воспользуемся формулой

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \frac{1}{(\mu_2/\mu_1 - 1)c + 1} \left( \frac{T}{T_\infty} \right)^{0.75} \quad (2.14)$$

Константу  $A$ , а также параметры на границе ламинарного подслоя определим позднее, когда будет рассмотрен ламинарный подслой.

3. Полученные результаты можно без затруднений распространить на течение с умеренным продольным градиентом давления, для чего следует использовать интегральное соотношение количества движения (1.1).

Так как в уравнение (1.1) входит формпараметр  $\zeta$ , то, используя соотношение (2.4), получим для него выражение

$$\zeta = T^{-1} \int_0^1 \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_\infty} u \right) W(u) \left[ \int_0^u W(u) du + A \right]^{n-1} du \quad (3.1)$$

Для коэффициента трения, входящего в уравнение (1.4), используем соотношение (2.10), полученное, вообще говоря, без учета градиента давления. При помощи формул для идеально заторможенной изэнтропической струи преобразуем соотношение (2.10) к виду

$$\frac{c_f}{2} = \left\{ \frac{n}{[D(n)]^n} \frac{M^\circ}{M} \left( \frac{1 + 1/2(\gamma - 1) M^2}{1 + 1/2(\gamma - 1) M^{\circ 2}} \right)^\omega \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_w} \right)^{1/2} I \right\}^{\frac{2}{n+1}} R_{\delta^{**}}^{-\frac{2}{n+1}} \quad (3.2)$$

$$R_{\delta^{**}} = \frac{\rho_\infty^\circ U_\infty^\circ \delta^{**}}{\mu_\infty^\circ}, \quad \omega = \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} - 0.75$$

Решая уравнение (1.4) с учетом (3.1) и (3.2), получаем выражение для толщины потери импульса  $\delta^{**}$ , после чего можно определить коэффициент трения на криволинейной поверхности

$$\frac{c_f}{2} = \Phi^{\frac{2}{n+1}} \left\{ \frac{n+3}{n+1} \int_0^x (1+B) \Phi^{\frac{2}{n+1}} \left( \frac{r}{r^\circ} \right)^j \times \right. \\ \left. \times \exp \left( \int_{M^\circ}^M \frac{(2 - M^2 + \zeta) dM}{M [1 + 1/2(\gamma - 1) M^2]} \right) dR_x + R_{\delta^{**}0}^{\frac{n+3}{n+1}} \right\}^{-2/(n+3)} \quad (3.3)$$

$$\Phi = \frac{n}{[D(n)]^n} \frac{M^\circ}{M} \left( \frac{1 + 1/2(\gamma - 1) M^2}{1 + 1/2(\gamma - 1) M^{\circ 2}} \right)^\infty \frac{\mu_w}{\mu_\infty} \left( \frac{\rho_\infty}{\rho_w} \right)^{1/2} I \left( \frac{r}{r^\circ} \right)^j \times \\ \times \exp \left( \int_{M^\circ}^M \frac{(2 - M^2 + \xi) dM}{M [1 + 1/2(\gamma - 1) M^2]} \right), \quad R_x = \frac{\rho_\infty U_\infty x}{\mu_\infty}$$

4. Для того чтобы определить тепловой поток в стенку, а также параметры на границе ламинарного подслоя и константу  $A$ , рассмотрим течение в ламинарном подслое. Предполагается, что это течение одномерное. Если ввести безразмерную координату [9]

$$\eta = (\rho V)_w \int_0^y \frac{dy}{\mu} \quad (4.1)$$

то уравнения движения, сохранения концентрации, энергии, а также граничные условия можно представить в виде

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{d^2U}{d\eta^2}, \quad \frac{dc}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left( \frac{1}{S} \frac{dc}{d\eta} \right) \\ \frac{dH}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left( \frac{1}{P} \frac{dH}{d\eta} \right) + \frac{d}{d\eta} \left[ \frac{1}{S} \left( 1 - \frac{S}{P} \right) (h_1 - h_2) \frac{dc}{d\eta} \right] \quad (4.2) \\ \eta = 0, \quad U = 0, \quad \rho V = (\rho V)_w, \quad T = T_w, \quad (c_w - 1) = \left( \frac{1}{S} \frac{dc}{d\eta} \right)_w \\ \eta = \eta^*, \quad U = U^*, \quad c = c^*, \quad H = H^*$$

Интегрируя систему уравнений (4.2), получаем поля скорости, концентрации и теплосодержания в ламинарном подслое

$$\frac{U}{U^*} = \frac{e^\eta - 1}{e^{\eta^*} - 1}, \quad \frac{c - c_w}{c^* - c_w} = \frac{e^{S\eta} - 1}{e^{S\eta^*} - 1}, \quad \frac{He^{-P\eta} \varphi^{P/S-1} - H_w}{H^* e^{-P\eta^*} \varphi^{*P/S-1} - H_w} = \frac{\varphi^{P/S} e^{-P\eta} - 1}{\varphi^{*P/S} e^{-P\eta^*} - 1} \\ \left( \varphi = \frac{c_p}{c_{pw}}, \quad \varphi^* = \frac{c_p^*}{c_{pw}^*} \right) \quad (4.3)$$

Предположим, что на границе ламинарного подслоя

$$\left( \varepsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right)^* = \left( \mu \frac{\partial U}{\partial y} \right)^*, \quad \left( \rho D_\varepsilon \frac{\partial c}{\partial y} \right)^* = \left( \rho D \frac{\partial c}{\partial y} \right)^* \\ \left( \frac{\lambda_\varepsilon}{c_p} \frac{\partial H}{\partial y} \right)^* = \left[ \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\lambda}{c_p} \left( \frac{P}{S} - 1 \right) (h_1 - h_2) \frac{\partial c}{\partial y} \right]^* \quad (4.4)$$

Величины в левой части равенства (4.4) взяты со стороны турбулентного слоя, величины в правой части — со стороны ламинарного подслоя.

Если продифференцировать равенства (2.12) и воспользоваться соотношениями (4.3) и (4.4), а также граничным условием, то можно получить выражения для концентрации на поверхности, а также для скорости, концентрации и теплосодержания на границе ламинарного подслоя

$$c_w = 1 - \frac{e^{(1-S)\eta^*}}{1+B}, \quad u^* = \frac{e^{\eta^*} - 1}{B}, \quad c^* = 1 - \frac{e^{\eta^*}}{1+B} \\ \frac{H^*}{H_\infty} = \frac{e^{\eta^*} [1 - e^{-P\eta^*} \varphi^{*P/S}] + \varphi_{12} (1+B - e^{\eta^*}) h_2/H_\infty}{1+B + e^{-P\eta^*} \varphi^{*P/S} [-(1+B) + \varphi_1^* (1+B - e^{\eta^*})]} \\ \left( \varphi_{12} = \frac{c_{p1}}{c_{p2}}, \quad \varphi_1^* = \frac{c_{p1}}{c_{p^*}}, \quad \varphi^* = \frac{c_{p^*}}{c_{pw}} \right) \quad (4.5)$$

Далее, получим формулу для определения теплового потока в стенку. Определим число Стентона в виде

$$S_t = \frac{(\lambda \partial T / \partial y)_w}{\rho_\infty U_\infty (H_\infty - h_2)} \quad (4.6)$$

Здесь  $(\lambda \partial T / \partial y)_w$  — тепловой поток в стенку.

Раскрывая равенство (4.6), получаем, с учетом (4.3), (4.5), связь числа Стентона с коэффициентом трения в виде

$$\frac{S_t}{1/2 c_f} = \frac{B e^{(1-P)\eta^*} \Phi^{*P/S} \Phi_{12}}{e^{\eta^*} + \Phi_{12} (1 + B - e^{\eta^*}) - e^{(1-P)\eta^*} \Phi^{*P/S}} \quad (4.7)$$

Формулы (4.6) и (4.7) в совокупности дают выражения для теплового потока в стенку.

В частных случаях соотношение (4.7) упрощается

$$(1) \quad P = S = 1, \quad \frac{S_t}{1/2 c_f} = 1$$

$$(2) \quad \Phi_{12} = \frac{c_{p1}}{c_{p2}} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{P}{S} = 1, \quad \frac{S_t}{1/2 c_f} = \frac{B e^{(1-P)\eta^*}}{1 + B - e^{(1-P)\eta^*}}$$

$$(3) \quad B = 0, \quad \frac{S_t}{1/2 c_f} = \frac{1}{1 + (P-1)u^*}$$

Все величины, представляющие интерес, выражены пока через параметр вдува  $B$  и безразмерную толщину ламинарного подслоя  $\eta^*$ . Установим связь между величинами  $B$  и  $\eta^*$ , для этого воспользуемся соотношением (2.9).

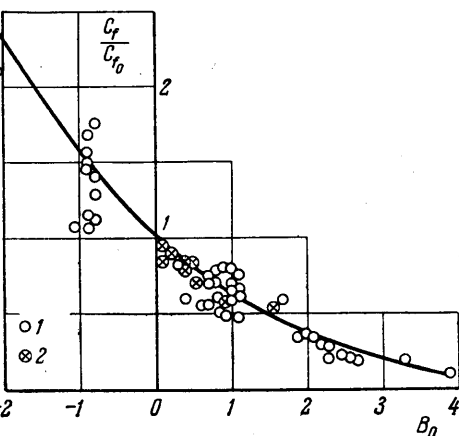
Из равенства (4.1) следует

$$y^* = \frac{1}{(\rho \bar{V})_w} \int_0^{\eta^*} \mu d\eta$$

Тогда из соотношения (2.9) можно получить

$$B = 2e^{\eta^*} \left( \frac{\rho^*}{\rho_\infty} \right)^{1/2} \int_0^{\eta^*} \frac{\mu}{\mu^*} d\eta \quad (4.8)$$

Соотношение (4.8) дает необходимую связь параметра вдува  $B$  с безразмерной координатой  $\eta^*$ .



Фиг. 1

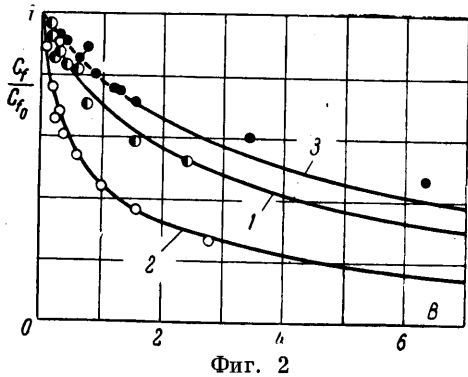
Наконец, для константы  $A$  можно получить следующее выражение:

$$A = \frac{e^{-\eta^*/2}}{2(1-\beta) \kappa R^*} \left[ R^* \left( \frac{\rho_w}{\rho^*} \right)^{1/2} \frac{\mu^*}{\mu_w} e^{-\eta^*/2} \right]^{1-\beta} \int_0^{\eta^*} W(u) du \quad (4.9)$$

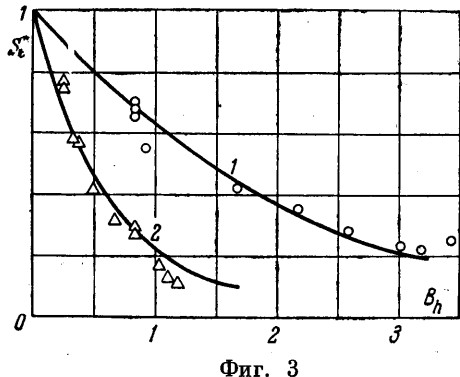
Таким образом, задачу расчета турбулентного пограничного слоя можно считать решенной. Коэффициент трения вычисляется по формулам (2.11) или (3.3) с учетом (2.13) и (4.9). Тепловой поток рассчитывается по формулам (4.6) и (4.7).

На фиг. 1 дана зависимость коэффициента трения от параметра вдува  $B_0$ , когда воздух вдувается в турбулентный воздушный поток; для сравнения приведены экспериментальные точки из работ [5] — светлые точки и из работы [6] — точки с крестиками. С ростом  $B_0$  коэффициент трения асимптотически стремится к нулю.

Сравнение значений коэффициента трения, вычисленных по предлагаемой теории, с экспериментальными данными работы [5] при вдуве газов



Фиг. 2



Фиг. 3

с различными молекулярными весами приведено на фиг. 2, где кривые 1, 2, 3 и экспериментальные точки соответствуют вдуву воздуха, гелия и фреона — 12 в воздух.

Сравнение вычисленных значений  $S_t^* = S_t / S_{t_{v=0}}$  с экспериментальными [7] приведено на фиг. 3, где кривые 1, 2 и точки соответствуют вдуву воздуха и гелия в воздушный поток.

Совпадение теоретических и экспериментальных значений удовлетворительное как по трению, так и по теплопередаче.

Поступило 9 XII 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dogra W. H., Dore F. J. The effect of mass transfer on the compressible turbulent boundary-layer skin friction and heat transfer. JAS, 1954, vol. 21, No. 6 (русс. перев.: Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1955, № 3).
2. Лапин Ю. В. Массо-теплоперенос при турбулентном течении сжимаемого газа и подводе инородного вещества. Ж. техн. физ., 1961, т. 31, № 11.
3. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой на пористой стенке. ПМТФ, 1962, № 1.
4. Мотулевич В. П. Турбулентный тепло- и массообмен на пластине при пористом отсосе и подаче различных газов. Инж.-физ. ж., 1963, № 1.
5. Parra S. C., Okuno A. F. Measurements of skin friction of the compressible turbulent boundary layer on a cone with foreign gas injection. JASS, 1960, vol. 27, No. 5.
6. Mickleу H., Ross R., Squyers A., Stewart W. Heat, mass and momentum transfer for flow over a flat plate with blowing or suction. NACA TN 3208, July, 1954.
7. Leadon B. M., Scott C. J. Transpiration cooling experiments in a turbulent boundary layer at  $M = 3$ . JAS, 1956, vol. 23, No. 8.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Изд. иностр. лит., 1956.
9. Сроссо L. An approximate theory of porous, sweat, or film cooling with reactive fluids. J. Amer. Rocket Soc., 1952, vol. 22, No. 6.