

функций $g_t(\tau)$ (фиг. 3, а) и $G_t(\tau)$ (фиг. 3, б), рассчитанных для песка со средним диаметром зерен $d = 0.0436$ см. Плотность распределения промежутка $g_f(\varphi)$ (фиг. 4) была найдена по данным измерения 798 промежутков на шлифе песка под микроскопом. Для изготовления шлифа песок был закреплен бальзамом.

Поступило 25 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. М. Гутман. К исследованию фильтрационного переноса в капиллярно-пористых системах. «Инженерно-физ. ж.», 1958, т. I, № 10.
2. Э. М. Гутман. Влияние геометрической структуры на капиллярные свойства дисперсных систем. «Инженерно-физ. ж.», 1958, т. I, № 12.
3. Н. У. Койда. Статистический метод описания структуры неоднородного материала. «Информационный бюллетень по общетехническим вопросам», Белорусский институт инженеров железнодорожного транспорта, Гомель, 1958, № 3.
4. А. Ф. Богомолова, Н. А. Орлова. Количественная характеристика структуры порового пространства. ПМТФ, 1961, № 4.

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР. СЕМИНАРЫ¹

Общий семинар Института проблем механики под руководством А. Ю. Ишлинского и Г. И. Баренблатта.

Двенадцатое заседание семинара 9 XII 1965 г. С. К. Годунов (Москва). *Термодинамика и корректность постановки задач математической физики.*

Известные уравнения для обратимых процессов (уравнения газовой динамики, гидродинамики, электродинамики и др.) могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial L_{q_i}}{\partial t} + \frac{\partial M_{q_i}}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

где L_{q_i} и M_{q_i} — частные производные некоторых функций L и M искомых переменных $q_1(t, x)$, $q_2(t, x)$, ..., $q_n(t, x)$ по i -й переменной. Например, для газовой динамики нужно принять

$$q_0 = \frac{1}{T}, \quad q_1 = \frac{u}{T}, \quad q_2 = \frac{E - TS - \frac{1}{2}u^2}{T}, \quad L = \frac{p}{T}, \quad M = \frac{up}{T}$$

(здесь использованы обычные обозначения). Умножая уравнения (1) на q_i и суммируя по всем i , можно получить равенство

$$\frac{\partial}{\partial t} (L_{q_i} q_i - L) + \frac{\partial}{\partial x} (M_{q_i} q_i - M) = 0 \quad (2)$$

выражающее некоторый дополнительный закон сохранения.

Именно существование этого закона сохранения является определяющим. Если, например, рассмотреть систему

$$\frac{\partial A_k(u_1, u_2)}{\partial t} + \frac{\partial B_k(u_1, u_2)}{\partial x} = 0 \quad (k = 1, 2) \quad (3)$$

и потребовать, чтобы после умножения первого уравнения на некоторую функцию $q_1(u_1, u_2)$, второго — на $q_2(u_1, u_2)$ и суммирования получался закон сохранения (обычный способ получения законов сохранения в механике и физике), то это приведет к тому, что в переменных q_1, q_2 система должна иметь вид (1).

Для необратимых процессов имеются соотношения Онзагера, общим выражением которых являются уравнения вида

$$\frac{\partial L_{q_i}}{\partial t} + \frac{\partial M_{q_i}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(b_{ik} \frac{\partial q_k}{\partial x} \right) \quad (4)$$

Чтобы уравнения (4) отвечали диссипативному процессу, матрица b_{ik} должна быть положительно определенной, что и предполагается выполненным.

Из указанной записи уравнений вытекает корректность постановки задачи Коши. Для этого нужно, чтобы L была выпуклой функцией, т. е. матрица $L_{q_i q_k}$ была положительно определенной.

¹ Подробности о содержании семинаров, отмеченных *, см. журнал «Механика твердого тела», 1966, № 3.

Далее было рассказано о стационарных решениях диссипативных систем вида (4), т. е. решений, для которых $q_i = q_i(\tau)$, $\tau = t + \alpha z$. В пространстве q_i кривая $q_i(\tau)$, отвечающая решению задачи, должна идти ортогонально линиям уровня некоторой функции $\Lambda(q_1, \dots, q_n)$, причем ортогональность понимается в смысле квадратичной формы, зависящей от способа введения диссипации в систему. Задаваясь вязкостью по-разному, можно получить предельные решения, идущие по разным путям.

Тринадцатое заседание семинара 16 XII 1965. Г. И. Баренблатт (Москва). *Эффекты малых вибраций при деформировании полимеров**.

Четырнадцатое заседание семинара 23 XII 1965. Л. М. Мархашов (Москва). *О конформно-инвариантном законе инерции**.

Пятнадцатое заседание семинара 6 I 1966. Д. Д. Ивлев (Воронеж). *О современном состоянии теории идеальной пластичности**.

Шестнадцатое заседание семинара 20 I 1966 Л. И. Седов (Москва). *Вариационные методы построения моделей сплошных сред**.

Семнадцатое заседание 10 II 1966. А. И. Лурье (Ленинград). *Способ построения нелинейных теорий упругости**.

Восемнадцатое заседание семинара 1 марта 1966 г. было посвящено 60-летию Н. В. Зволинского. После краткого вступительного слова А. Ю. Ишлинского были заслушаны доклады С. С. Григоряна (Москва). *Новые проблемы современной механики грунтов* и Н. В. Зволинского (Москва). *О плоских упруго-пластических волнах**.

Семинар по механике сплошной среды под руководством Л. А. Галина.

Седьмое заседание семинара 19 IX 1965. А. Т. Листров (Воронеж). *Устойчивость течений некоторых ньютоновских жидкостей, стекающих по наклонной плоскости*.

Исследовалась устойчивость течения слоя ньютоновской жидкости, стекающей под действием силы тяжести по неограниченной наклонной плоскости в предположении, что на поверхность слоя атмосфера оказывает только нормальное давление.

Рассмотрены ньютоновские жидкости с симметричным и несимметричным тензорами напряжений. Показано, что для жидкости модели Рейнера — Ривлина может не иметь места теорема Сквайра. Исследована устойчивость течения слоя вязкоупругой жидкости. Установлено, что релаксационные свойства жидкости оказывают дестабилизирующее влияние на устойчивость течения.

Рассмотрен также вариант модели вязкой релаксирующей жидкости с внутренними моментными напряжениями. В двух предельных случаях получены точные решения, соответствующие течению слоя, и исследована их устойчивость.

Восьмое заседание семинара 26 XI 1965. В. М. Багин (Москва). *О течении тяжелой несжимаемой жидкости через плотину и некоторые другие задачи движения тяжелой жидкости*.

Рассмотрены три задачи плоского установившегося движения тяжелой идеальной несжимаемой жидкости: первая задача — об истечении тяжелой жидкости через плотину в форме клина с углом раствора 120° ; вторая и третья задачи — истечение из точечного источника, расположенного в вершине клина с углом раствора 120 и 60° .

Задачи решаются приближенным методом, основанным на свойстве аналитической функции Φ , введенной Дэвисом, которая имеет вид

$$\Phi = \frac{iv}{3\chi} \frac{d\chi}{dw} + \frac{l}{\chi}, \quad v = \frac{c^3}{g}, \quad \chi = c^2 \left(\frac{dw}{dz} \right)^3, \quad w = \varphi + i\psi, \quad z = x + iy \quad [(1)]$$

где l — постоянная, c — характерная скорость, g — ускорение силы тяжести, w — комплексный потенциал скоростей, z — комплексная координата в физической плоскости. Функция Φ при условии, что модуль угла наклона касательной к свободной поверхности жидкости к оси x меньше $1/6\pi$ или ненамного превышает это значение, приближенно, недостаточно точно описывает движение тяжелой жидкости. При этом остается еще возможность посредством выбора постоянной l точно удовлетворить уравнению Бернулли в двух точках свободной поверхности жидкости.

Функция Φ обладает следующими свойствами: $\text{Im } \Phi = 0$ на свободной поверхности жидкости, $\text{Re } \Phi = 0$ на твердой границе жидкости, которая состоит из прямолинейных отрезков, наклоненных к оси x под углами $1/6\pi$ и $1/3\pi$.

Эти два условия позволяют построить функцию Φ по ее особенностям в области комплексного потенциала скорости w или в любой другой характеристической плоскости, конформное отображение которой на плоскость w известно.

Если функция $\Phi(w)$ известна, то из дифференциальных зависимостей (1) определяется $\chi = \chi(w)$, а следовательно, и $z = z(w)$.

Девятое заседание семинара 3 XII 1965. А. П. Филин (Ленинград). *Приближенный метод решения краевой задачи на примере пространственной задачи теории упругости для произвольной области* *.

Десятое заседание семинара 10 XII 1965. В. А. Жалнин (Воронеж). *Некоторые вопросы теории нелинейных вязко-упругих сред* *.

Одиннадцатое заседание семинара 17 XII 1965. Ш. С. Асланов (Баку). *Исследование вопросов массопереноса при движении газа и газоконденсатных систем в пористой среде*; Н. И. Бережной (Баку). *Экспериментальные исследования фильтрации газожидкостных систем*.

В первом докладе рассматривались некоторые возможные причины, приводящие к увеличению коэффициента продуктивности скважин при разработке газовых и газоконденсатных месторождений на истощение.

Были изложены результаты экспериментального исследования процесса сорбции при фильтрации через пористую среду с учетом остаточной водонасыщенности.

В результате экспериментальных исследований было замечено, что при снижении давления в процессе фильтрации проницаемость образца существенно увеличивается.

Проводилось газогидродинамическое исследование процесса сушки связанной воды при изотермической фильтрации газа в плоскорадиальном пласте.

Было проведено также экспериментальное исследование испарения остаточной воды при фильтрации газа в пористой среде.

Второй доклад был посвящен экспериментальному изучению некоторых особенностей фильтрации двухфазных систем.

В первой части доклада изложена методика проведения опытов по получению экспериментальных кривых восстановления давления и их анализ. Во второй — экспериментальные исследования механизма фильтрации газоконденсатных систем.

Было установлено, что при снижении давления до атмосферного во время фильтрации газоконденсатной системы через насыщенный адсорбированным газом образец проницаемость увеличивается и достигает некоторого постоянного значения.

Двенадцатое заседание семинара 24 XII 1965 В. С. Синельщиков (Новосибирск). *Профиль концентраций пузырьков воздуха и скорости жидкости в турбулентном аэрированном потоке*.

В случае взвешенного турбулентного потока плотность ρ этой жидкости зависит от объемной концентрации S частиц взвеси. Выписываются простейшие уравнения стационарного, равномерного и плоского течения в направлении оси x при переменных в поперечном направлении y параметрах течения

$$\rho g_x + \frac{d}{dy} \left(\rho N \frac{dv}{dy} \right) = 0, \quad S \omega_y - D \frac{dS}{dy} = 0, \quad \rho = \rho_0 + (\rho_* - \rho_0) S$$

Здесь N и D — вихревые коэффициенты поперечной вязкости и диффузии, g_x и ω_y — компоненты векторов ускорения силы тяжести и гравитационного оседания частиц. Эти уравнения описывают, в частности, поперечный профиль скорости и концентрации пузырьков воздуха в аэрированном потоке на большом удалении от места возникновения аэрации.

Для решения задачи необходимо установление выражений N , D , а также выяснение постановки задач подобного рода (величины g , ω , ρ_0 , ρ_* считаются заданными константами). Полуэмпирическим образом доказано, что величину N можно считать постоянной по поперечному сечению потока в основной части течения вне пристенного слоя малой толщины.

В связи с этим оказывается целесообразным обратиться к концепции Буссинеска и произвести описание турбулентного потока гидродинамическими уравнениями ньютоновской жидкости с постоянным по сечению коэффициентом вихревой вязкости, а полученное в результате «теоретическое» значение N откорректировать в пристенном слое в соответствии с известными полуэмпирическими результатами.

Тринадцатое заседание семинара 24 XII 1965. А. А. Аббасов (Баку). *Элементы гидродинамики бурения и нефтедобычи*.

В докладе рассмотрены некоторые задачи о движении вязких и вязко-пластических жидкостей в плоской и круглой трубах, а также между двумя вращающимися цилиндрами. Задача о нестационарном движении вязко-пластических жидкостей сводится к решению краевой нестационарной задачи с подвижными границами, которая приводится к системе интегральных уравнений.

Задачи решались приближенными методами. В основном был применен способ Слезкина — Тарга. Были получены также некоторые автомоделльные решения.

Рассматривалась задача о движении двух и трех вязких и вязко-пластических жидкостей в вертикальной круглой цилиндрической трубе. Использовался прибли-

женный метод решения (аналогичный методу, основанному на движении по слоям), применяемого в подземной гидродинамике при исследовании перемещения границы раздела двух жидкостей.

Четырнадцатое заседание семинара 14 I 1966. А. Б. Ефимов (Москва, МГУ). *Осесимметричная контактная задача для вязко-упругого тела* (см. ж-л «Механика твердого тела», 1966, № 3).

Пятнадцатое заседание семинара 28 I 1966. В. П. Шидловский (Москва, ВЦ АН СССР). *Некоторые задачи динамики разреженного газа*.

С целью анализа различных приближенных методов решения задач динамики разреженного газа рассматривается задача о плоском течении Куэтта при различных температурах пластин в двух вариантах ее постановки. Первый вариант относится к случаю слабо разреженного газа и связан с решением системы уравнений Навье — Стокса с условиями скольжения и температурного скачка на границах. Дается полное аналитическое решение задачи Куэтта в такой постановке, которое сравнивается с аналогичным решением для плотного газа.

Другой вариант решения той же задачи представляет собой приближенный способ решения уравнения Больцмана. Этот метод сводится к замене уравнения Больцмана шестью моментными уравнениями при представлении функции распределения в форме «двухпоточной максвелловской функции». Теоретически результаты такого решения справедливы при любой степени разрежения. Сравнение, проведенное при прочих равных условиях с первым вариантом приближенного решения этой задачи, в случае малой степени разрежения (мало число Кнудсена) обнаруживает хорошее согласование между двумя методами. Последний метод дает также правильные результаты и в предельном случае свободно-молекулярного течения.

Шестнадцатое заседание семинара 4 II 1966. Ф. П. Кочанов (Москва, ВИА им Дзержинского). *Упругий контакт цилиндров близких радиусов**.

Семнадцатое заседание семинара 11 II 1966. А. С. Григорьев (Москва, Институт физики Земли). *Об устойчивости в условиях растяжения**.

Восемнадцатое заседание семинара 18 II 1966. Б. В. Дерягин и Л. П. Смирнов (Москва, Институт физической химии). *Об безынерционном осаждении частиц аэрозоля на сфере, обтекаемой вязким потоком под действием электростатических и Ван-дер-Ваальсовых сил**.

Рассматривается задача о безынерционном осаждении частиц аэрозоля на сфере, обтекаемой вязким потоком. Получены уравнения критической траектории вблизи обтекаемой сферы при двух различных условиях: 1) под влиянием зеркальных сил между слабо заряженными частицами и проводящей сферой; 2) при наличии сил притяжения Ван-дер-Ваальса и учета сопротивления сближению тел со стороны вязкого слоя между частицей и сферой.

Для обоих случаев получены аналитические выражения коэффициентов захвата, справедливых в определенных условиях. Формула для коэффициента захвата в случае Ван-дер-Ваальсова притяжения частиц, размеры которых заключены в определенном диапазоне, показывает увеличение коэффициента при уменьшении размера частиц и уменьшении скорости потока. Осаждение частиц при отсутствии какого-либо поверхностного притяжения невозможно из-за существования вязкого сопротивления прослойки между сферой и подходящей к ней частицей.

Деятнадцатое заседание семинара 25 II 1966. Д. И. Цельник (Москва, МИИТ). *Симметричные формы контакта струи с поверхностью тяжелой жидкости*.

Рассматривалась плоская линеаризованная задача о косом натекании невесомой струи на поверхность тяжелой жидкости. Изучались течения, симметричные относительно вертикальной оси, помещенной посередине участка контакта. Задача свелась к отысканию собственных чисел интегрального уравнения с симметричным, положительно определенным ядром. Предельным переходом получено интегральное уравнение для бесконечно тонкой струи конечной интенсивности.

Для случая струи произвольной ширины собственные числа и собственные функции интегрального уравнения могут быть найдены заменой ядра на вырожденное с использованием разложения $\ln |(x+y)/(x-y)|$ по многочленам Чебышева.

Предельные случаи ($b = \infty$, $\theta_\infty = 0$, где b — толщина струи, θ_∞ — угол натекания в бесконечности) могут быть истолкованы как течения по дну специальной формы.

Двадцатое заседание семинара 4 III 1966. Г. А. Мартынов и А. Л. Мулер (Москва, Институт физической химии). *Статистическая теория адсорбции*.

Предложен подход к теории адсорбции, основанный на применении метода коррелятивных функций распределения, позволяющий избежать деления адсорбирующегося вещества на объемную и поверхностную фазы.

Исходное уравнение развизаемой теории — уравнение Боголюбова для функции распределения I_a . Предложена такая аппроксимация бинарной функции, которая достаточно хорошо описывает поведение I_{ab} на больших и на малых расстояниях между частицами, что позволило свести уравнение Боголюбова к некоторому приближенному уравнению для $I_a(z)$.

В качестве примера рассмотрена адсорбция твердых шариков диаметра r_0 на поверхность стенки, воздействие которой на частицы описывается прямоугольной потенциальной ямой. В этом случае решение интегро-дифференциального уравнения (1) может быть сведено к решению системы трех трансцендентных уравнений. Однако при малом заполнении поверхности адсорбирующимися частицами трансцендентные уравнения могут быть линеаризованы.

В результате решения линеаризованных уравнений найдено выражение для числа адсорбированных частиц на единице площади поверхности.

Объединенный семинар по механике полимеров под руководством Г. И. Баренблатта, Л. А. Галина, Г. Л. Слонимского.

Девятое заседание семинара 11 I 1966. Л. А. Галин (Москва). *Двумерные задачи о действии вибрационной нагрузки на полимерные материалы**.

Семинар по механике оболочек и пластин под руководством С. А. Алексева, А. Л. Гольденвейзера, В. И. Феодосьева.

Четвертое заседание семинара 3 XI 1965. В. Д. Бордюга (Москва). *К расчету тонких неупругих оболочек**.

Пятое заседание семинара 17 XI 1965. У. К. Нигул (Таллин). *Динамические переходные процессы деформации плит и оболочек**.

Шестое заседание семинара 1 XII 1965. Г. Н. Чернышев (Москва). *Расчет оболочек положительной кривизны на сосредоточенные нагрузки методом асимптотического интегрирования**.

Седьмое заседание семинара 8 XII 1965. С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатурян (Ереван). *Уравнения теории упругости для материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию**.

Восьмое заседание семинара 22 XII 1965. И. И. Ворович, В. Ф. Зипатова (Ростов-на-Дону). *Некоторые задачи нелинейной теории устойчивости упругих тонких оболочек**.

Девятое заседание семинара 5 I 1966. В. Л. Бидерман и Б. Л. Бухин (Москва). *Уравнения равновесия безмоментной сетчатой оболочки**.

Десятое заседание семинара 19 I 1966. В. В. Новицкий (Москва). *Экспериментальное исследование изгиба пластин методом муаров**.

Семинары по динамике сплошной среды под руководством С. С. Григоряна, Н. В. Зволинского, Г. С. Шапиро.

Седьмое заседание семинара 1 VI 1965. З. В. Нарожная (Москва). *Распространение плоских взрывных волн в слоистых грунтах**.

Восьмое заседание семинара 15 VI 1965. Б. В. Костров (Москва). *Дифракция упругой волны на клине при отсутствии трения**.

Девятое заседание семинара 29 VI 1965. Н. Кристеску (Румынская Народная республика). *О распространении волн в неупругих нитях и стержнях**.

Десятое заседание семинара 6 XI 1965. Ю. Я. Волошенко (Москва). *О динамическом пределе текучести**.

Одиннадцатое заседание семинара 20 XII 1965. В. Д. Кубенко (Киев). *О концентрации напряжений вокруг отверстий в пластинках при динамическом нагружении.*

Двенадцатое заседание семинара 3 I 1966. Р. С. Подъяпольский (Москва). *Образование волны цунами при землетрясениях**.

Тринадцатое заседание семинара 28 II 1966. В. В. Викторов, В. П. Добровольский, Г. С. Шапиро (Москва). *Об экспериментальном определении динамических свойств полимерных нитей**.

Четырнадцатое заседание семинара 14 III 1966. Н. В. Зволинский и К. Н. Шхинек (Москва). *Об определении волны разгрузки в одном частном случае; И. В. Симонов и Л. М. Флянтман (Москва). Отскок жесткого шара, падающего на упругое полупространство**.