

РАСЧЕТ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКЕ ПЛОСКОГО КАНАЛА

В. М. ПАСКОНОВ, А. Е. ЯКУБЕНКО

(Москва)

В настоящее время имеется достаточно большое число работ, посвященных изучению движения электропроводящей жидкости в пограничных слоях, образующихся на электродах или на непроводящих стенках различных магнитогидродинамических устройств. Однако методы решений уравнений пограничного слоя в этих работах основываются на различного рода упрощающих предположениях, позволяющих свести задачу к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Так, в работе [1] на течение накладывается специальное магнитное поле $H \sim 1/\sqrt{x}$, что позволяет свести задачу к автомодельной, а в работах других авторов [2, 3] либо решение ищется в виде разложений по x , либо предполагается, что задача локально автомодельна [4]. В настоящей работе строится решение уравнений магнитогидродинамического пограничного слоя, полученное одним из численных методов, который уже давно применяется при решении уравнений пограничного слоя для непроводящей жидкости.

§ 1. Постановка задачи. Рассмотрим течение вязкого электропроводящего газа между двумя параллельными сплошными пластинами (фиг.1) заданной длины L в поперечном однородном магнитном поле H_0 .

Предположим, что пластины сделаны из идеального проводника, с которых индуцированный ток снимается на внешнюю нагрузку. При этом электрический потенциал пластин постоянен и определяется параметром нагрузки k , который можно однозначным способом связать с величиной внешней нагрузки R .

Кроме того, будем предполагать, что жидкость втекает в канал с постоянной по сечению скоростью u_0 , направленной вдоль оси x . Наличие стенок канала приведет к образованию на них пограничных слоев, которые будут расти по мере удаления от края канала. В дальнейшем будем считать, что поток газа разбивается на две области: область пограничного слоя и область ядра потока, в которой вязкостью и теплопроводностью можно пренебречь. Последнее обстоятельство будет справедливым только в случае выполнения двух условий

$$r_\infty \gg r, \quad h \gg \delta \quad \left(r_\infty = \frac{2h}{\sigma(T_\infty)}, \quad r = \int_0^\delta \frac{dy}{\sigma(T)} \right) \quad (1.1)$$

Здесь h — расстояние между пластинами, r_∞ — электрическое сопротивление ядра потока, r — электрическое сопротивление пограничного слоя, δ — толщина пограничного слоя.

Первое из предположений (1.1) позволяет пренебречь изменением потенциала в пограничном слое.

Естественно, что данное предположение может нарушаться, если пластина достаточно сильно охлаждена. В этом случае соотношение $r \ll r_\infty$ можно рассматривать как условие, определяющее расстояние между пластинами при прочих заданных условиях. Если высота канала задается при постановке задачи, то условие $r \ll r_\infty$ определяет, строго говоря, область применения полученного решения. Вне этой области полученное решение можно рассматривать как первое приближение в методе последовательных приближений.

Второе из условий (1.1) будет выполняться только в той области, где пограничные слои на пластинах достаточно тонкие и их влияние на ядро потока невелико. Очевидно, что условие $\delta \ll h$, так же как и условие $r \ll r_0$, связано с выбором высоты канала. При этом, если условие $r \ll r_0$ имеет место, то условие $\delta \ll h$ по существу связано с исследованием начального участка течения.

Все перечисленные выше предположения позволяют рассматривать задачу в ядре потока в одномерной постановке при заданной форме канала.

Из сказанного следует следующая постановка задачи.

1. Рассчитать все динамические характеристики в ядре потока, считая, что течение одномерное, а сечение канала заданное.

2. Рассчитать динамические и термодинамические характеристики в пограничном слое, предполагая характеристики в ядре потока заданными.

§ 2. Расчет течения в ядре потока. Для расчета характеристик в ядре потока воспользуемся одномерной теорией при следующих предположениях.

1. Все величины зависят от одной координаты x (фиг. 1).

2. Вязкостью и теплопроводностью газа пренебрегаем.

3. Магнитное число Рейнольдса мало.

4. Стенки канала предполагаем идеальными проводниками, с которых индуцированный ток снимается во внешнюю цепь. Кроме того, считаем, что потенциал стенок канала не зависит от координаты x (сплошные электроды). Сопротивлением пограничного слоя пренебрегаем.

5. Векторы скорости и напряженности электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны, и в системе координат, указанной на фиг. 1, имеет место соотношение

$$v_\infty = u_\infty(x) e_x, \quad H = H_0 e_z, \quad E = E_y e_y$$

Все величины, относящиеся к ядру потока, будем в дальнейшем обозначать со знаком ∞ .

Если расстояние между электродами постоянно ($2h = \text{const}$), то $E_y = E_0 = \text{const}$, а электрический ток в канале имеет только одну компоненту $j = j_y e_y$. Кроме того, из предположения, что сопротивление пограничного слоя мало, следует связь между константой E_0 и разностью потенциалов $\Delta\varphi = 2\varphi_0$ на стенках канала

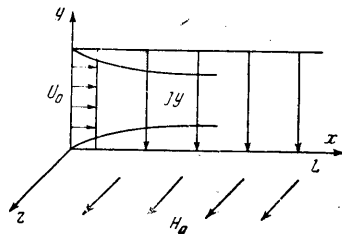
$$E_0 = \Delta\varphi / 2h = \varphi_0 / h$$

Здесь $\pm \varphi_0$ — потенциалы нижней и верхней стенок канала соответственно.

Сформулированные выше предположения позволяют выписать систему дифференциальных уравнений для определения характеристик в ядре потока

$$\begin{aligned} \rho_\infty u_\infty &= \rho_0 u_0 = \text{const}, \quad \rho_\infty u_\infty u_\infty' = -p_\infty' + c^{-1} H_0 j_y \\ \rho_\infty u_\infty c_p T_\infty' &= u_\infty p_\infty' + \sigma^{-1} (T_\infty) j_y^2 \\ p_\infty &= \rho_\infty R T_\infty, \quad j_y = \sigma (T_\infty) (E_0 - c^{-1} H_0 u_\infty) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Все входящие в систему обозначения общеприняты, а значком 0 будут обозначаться все величины при $x = 0$ (в начальном сечении).



Фиг. 1

Систему (2.1) удобно написать в безразмерной форме, вводя следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x}{L}, & u_\infty &= \frac{u_\infty}{u_0}, & \rho_\infty &= \frac{\rho_\infty}{\rho_0}, & T_\infty &= \frac{T_\infty}{T_*} \\ p_\infty &= \frac{p_\infty}{p_*}, & \sigma_\infty &= \frac{\sigma(T_\infty)}{\sigma(T_*)}, & j_y &= \frac{j_y c}{\sigma(T_\infty) H_0 u_0} \\ k &= \frac{cE_0}{u_0 H_0} = \frac{c\varphi_0}{u_0 H_0 h}, & S_* &= \frac{\sigma(T_*) H_0^3 L}{c^2 \rho_* a_*} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь k — параметр нагрузки, S_* — параметр взаимодействия, T_* , p_* , ρ_* — параметры торможения в начальном сечении, a_* — скорость звука, рассчитанная по T_* .

Предположим, что от ресивера до входа в канал движение происходит без потерь. Тогда при $x = 0$ для всех термодинамических величин имеют место соотношения

$$\begin{aligned} T_* &= T_0 [1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2] \\ p_* &= p_0 [1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{\gamma\kappa} & (\kappa = \frac{1}{\gamma - 1}) \\ \rho_* &= \rho_0 [1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^\kappa \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь γ — отношение теплоемкости, M_0 — число Маха при $x = 0$. Система уравнений (2.1) допускает один интеграл, который в безразмерных величинах имеет вид

$$\frac{u_\infty^2}{2} + \frac{1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2}{(\gamma - 1) M_0^2} T_\infty = k \left\{ u_\infty + \frac{[1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{\gamma\kappa}}{\gamma M_0^2} p_\infty \right\} + C \quad (2.4)$$

$$C = \frac{\kappa}{M_0^2} + 0.5 - k \left(1 + \frac{1}{\gamma M_0^2} \right) \quad (\kappa = \frac{1}{\gamma - 1}) \quad (2.5)$$

Таким образом, задачу об определении характеристик в ядре потока можно свести к решению одного обыкновенного дифференциального уравнения, например для скорости газа, которое запишем в безразмерной форме

$$u_\infty' = - \frac{S_* M_0 j_y}{1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2} \frac{\gamma u_\infty - k (\gamma - 1)}{p_\infty - M_0^2 u_\infty [1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{-\gamma\kappa}} \quad (2.6)$$

Здесь

$$j_y = \sigma_\infty (k - u_\infty), \quad T_\infty = p_\infty u_\infty [1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^\kappa \quad (2.7)$$

$$p_\infty = \frac{\gamma (\gamma - 1) M_0^2}{[1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{\gamma\kappa}} \frac{k u_\infty + C - 1/2 u_\infty^2}{\gamma u_\infty - k (\gamma - 1)}$$

Граничные условия для решения уравнения (2.6) будут зависеть от того, какая скорость на входе в канал — дозвуковая или сверхзвуковая.

Рассмотрим сначала первый случай. В силу определения безразмерной скорости имеем

$$u_\infty = 1 \quad \text{при } x = 0 \quad (2.8)$$

Так как возмущения в дозвуковом потоке распространяются во все стороны, то число Маха M_0 , входящее в правую часть уравнения (2.6), неизвестно. Для его определения надо поставить еще одно условие на другом конце канала.

В качестве такого условия потребуем условие запираания

$$M = 1 \quad \text{при } x = 1 \quad (2.9)$$

При течении газа в канале постоянного сечения это условие может выполняться только на входе или на выходе из канала [6]. Условие (2.9) позволяет найти зависимость числа Маха M_0 от параметров, входящих в систему (2.6), (2.7). Эти параметры будут перечислены ниже.

В случае сверхзвуковых скоростей на входе все величины при $x = 0$ можно считать заданными. Для удобства вычислений определим безразмерные величины иначе, чем это делалось формулами (2.2)

$$u_\infty = \frac{u_\infty}{u_0}, \quad \rho_\infty = \frac{\rho_\infty}{\rho_0}, \quad T_\infty = \frac{T_\infty}{T_0}, \quad P_\infty = \frac{P_\infty}{P_0}, \quad x = \frac{x}{L}$$

$$\sigma_\infty = \frac{\sigma(T_\infty)}{\sigma(T_0)}, \quad k = \frac{cE_0}{u_0 H_0}, \quad S = \frac{\sigma(T_0) H_0^2 L}{c^2 \rho_0 u_0}$$

Из уравнений (2.1) и (2.4)–(2.5) получим

$$u_\infty' = -SM_0^2 j_y \frac{\gamma u_\infty - k(\gamma - 1)}{p - M_0^2 u_\infty} \quad (2.10)$$

Здесь

$$j_y = \sigma_\infty (k - u_\infty)$$

$$P_\infty = \gamma(\gamma - 1) M_0^2 \frac{k u_\infty + C - 1/2 u_\infty^2}{\gamma u_\infty - k(\gamma - 1)} \quad (2.11)$$

$$T_\infty = u_\infty P_\infty, \quad C = \frac{1}{(\gamma - 1) M_0^2} + 0.5 - k \left(\frac{1}{\gamma M_0^2} + 1 \right) \quad (2.12)$$

В качестве граничных условий для уравнения (2.10) снова потребуем выполнения условий (2.8) и (2.9). Причем для удовлетворения условия (2.9) будем подбирать соответствующий параметр взаимодействия S , так как M_0 в данном случае — величина заданная.

Уравнения (2.6) и (2.10) решались численно. Закон изменения проводимости от температуры был взят из работы Керриброка [4]

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma(T_1)} = \exp \left[-\lambda \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right) \right], \quad \lambda = 7.5 \quad (2.13)$$

Входящая в (2.13) константа ионизации λ соответствует добавлению в поток легко ионизирующей присадки цезия.

Дозвуковой поток рассчитывался при следующих числовых значениях параметров:

$$S_* = 1, \quad \gamma = 1.4, \quad k = 0, \quad 0.1, \dots, 0.9, \quad 0.99, \quad \gamma = 7.5$$

Сверхзвуковой поток был рассчитан только для одного случая

$$k = 0.4, \quad M_0 = 3, \quad \gamma = 1.4, \quad \lambda = 7.5$$

Из условия (2.9) было получено в этом случае для значения параметра взаимодействия $S = 0.1$.

В результате расчетов были найдены зависимости u_∞ , P_∞ , T_∞ и j_y от x и k , а также связь между M_0 и k в случае дозвуковых течений (при расчете k менялось от 0, что соответствует короткому замыканию до 0.99, что соответствует почти разомкнутой цепи).

Полученные в результате зависимости u_∞ , P_∞ , T_∞ и j_∞ от x были использованы при расчете уравнений пограничного слоя. В заключение данного параграфа отметим, что при числе Маха $M_0 = 3$, начиная с $k = 0.5$, генератор будет с некоторого сечения $x = x_1$ работать как ускоритель. Причем, чем больше k , тем меньше значение x_1 , т. е. тем ближе к начальному сечению то сечение, в котором происходит смена режимов работы.

§ 3. Расчет течения в пограничном слое. Для определения характеристик течения в пограничном слое воспользуемся уравнениями в частных производных, которые при малых магнитных числах Рейнольдса имеют следующий вид [6]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - p_{\infty}' + \frac{1}{c} j_y H_0 \quad (3.1)$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c_p \mu}{P} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + u p_{\infty}' + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{j_y^2}{\sigma(T)}; \quad p_{\infty} = \rho R T$$

Здесь P — число Прандтля, v — скорость вдоль оси y . Как показано в работе [6], давление, магнитное поле и плотность электрического тока j_y поперек пограничного слоя не меняются, и их, следовательно, надо считать заданными функциями, определяемыми уравнениями в ядре потока.

Преобразуем уравнения (3.1) к новым переменным по формулам:

$$u = \frac{u}{u_{\infty}}, \quad \rho = \frac{\rho}{\rho_{\infty}}, \quad \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty} - T_w}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \left(\frac{u_0}{v_0 \xi} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_{\infty}} dy$$

$$\rho u = \frac{L}{(R_0)^{1/2}} \frac{\partial \sqrt{\xi} \psi}{\partial y}, \quad \rho v = - \frac{L}{(R_0)^{1/2}} \frac{\partial \sqrt{\xi} \psi}{\partial x} \quad (3.2)$$

Здесь L — длина канала, T_w — температура стенки канала, которую мы считаем постоянной. Для определения ψ , u и θ получим

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} = u, \quad \xi u \frac{\partial u}{\partial \xi} - \left(\frac{\psi}{2} + \xi \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(a \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) + \frac{u_{\infty}'}{u_{\infty}} \xi \left(\frac{1}{\rho} - u^2 \right) \quad (3.3)$$

$$\xi u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \left(\frac{\psi}{2} + \xi \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{a}{P} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{\xi u T_{\infty}'}{T_{\infty} - T_w} \left(\frac{1}{\rho} - \theta \right) +$$

$$+ A \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + B \xi \frac{j_y^2}{\sigma_{\infty}}$$

Здесь, предполагая, что

$$\frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} = \left(\frac{T}{T_1} \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

имеем

$$a = \frac{T_{\infty} \sqrt{1 + 1/2 (\partial - 1) M_0^2}}{\sqrt{(T_{\infty} - T_w) \theta + T_w}}, \quad \rho = \frac{T_{\infty}}{(T_{\infty} - T_w) \theta + T_w}, \quad T_w = \frac{T_w}{T_*}$$

$$A = \frac{(\partial - 1) M_0^2 u_{\infty}^2 T_{\infty}}{(T_{\infty} - T_w) \sqrt{[1 + 1/2 (\partial - 1) M_0^2] [(T_{\infty} - T_w) \theta + T_w]}} \quad (3.5)$$

$$B = \frac{M_0 (\partial - 1) [1 + 1/2 (\partial - 1) M_0^2]^{\partial}}{\rho (T_{\infty} - T_w)} \left[\frac{\sigma(T_{\infty})}{\sigma(T)} - u \right] \quad \left(\phi = \frac{3 - \gamma}{2(\gamma - 1)} \right)$$

$$\frac{\sigma(T_{\infty})}{\sigma(T)} = \exp \left\{ - \lambda \left[\frac{1}{T_{\infty}} - \frac{1}{(T_{\infty} - T_w) \theta + T_w} \right] \right\}$$

Систему дифференциальных уравнений (3.3) надо решать при следующих краевых условиях:

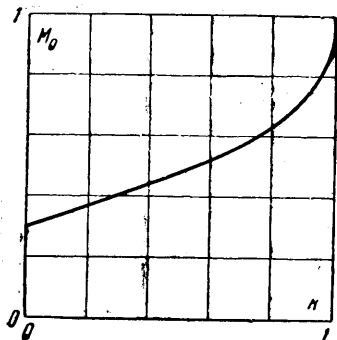
$$\psi = u = \theta = 0 \quad \text{при } \eta = 0, \quad u = \theta = 1 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty \quad (3.6)$$

$$u = u_0(\eta), \quad \theta = \theta_0(\eta) \quad \text{при } \xi = \xi_0$$

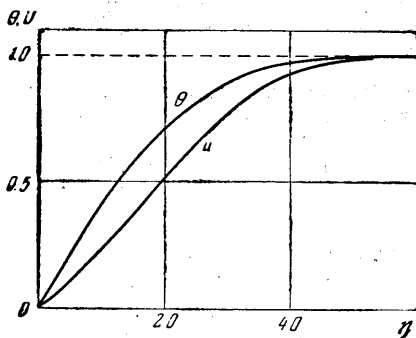
Для нахождения функций $u_0(\eta)$ и $\theta_0(\eta)$ надо воспользоваться тем фактом, что при малых ξ решение уравнений (3.3) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_0(\eta) + \psi_1(\eta)\xi + \dots, \quad u = u_0(\eta) + u_1(\eta)\xi + \dots \\ \theta &= \theta_0(\eta) + \theta_1(\eta)\xi + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

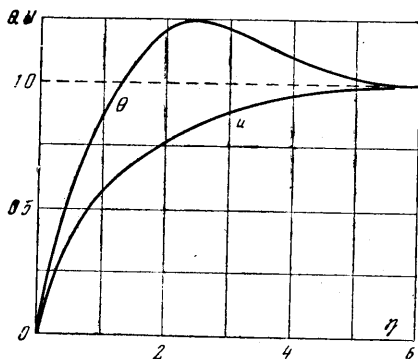
В данной работе в качестве последнего граничного условия в (3.6) использовались решения второго и третьего уравнений (3.3), в которых



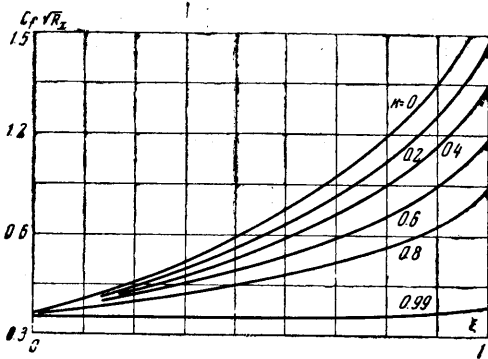
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

были опущены члены $\xi du / d\xi$, $\xi d\psi / d\xi$, $\xi d\theta / d\xi$ (метод локального подобия). Легко показать, что при достаточно малом ξ эти решения будут мало отличаться от нулевых членов разложения в формулах (3.7).

Уравнения (3.3) с граничными условиями (3.6) решались численно методом конечных разностей [7] на ЭВМ «Стрела» с использованием стандартной программы [8].

Расчеты проводились при следующих числовых параметрах:
для дозвуковых течений

$$S_* = 1; \quad \gamma = 1.4; \quad k = 0, 0.1, \dots, 0.9, 0.99; \quad T_w = 0.5; \quad \lambda = 7.5; \quad P = 0.72$$

$$\Delta\xi = 0.01; \quad \Delta\eta = 0.05$$

для сверхзвуковых течений

$$S = 0.1, \quad M_0 = 3, \quad \gamma = 1.4, \quad k = 0.4, \quad T_w = 0.5, \quad \lambda = 7.5, \quad P = 0.72$$

$$\Delta\xi = 0.01, \quad \Delta\eta = 0.05$$

Зависимость числа Маха от параметра нагрузки k для дозвуковых течений приведена на фиг. 2. В результате расчетов были получены профили скорости, температуры и ψ как функции координат ξ , η и параметра нагрузки k . Так как характер профилей для всех ξ и k одинаковый, то на фиг. 3 и 4 даны профили для скорости и температуры только для одного набора параметров. Для дозвукового потока фиг. 3 взяты $k = 0.5$ и $\xi = 0.5$, а для сверхзвукового $\xi = 0.3$, $k = 0.4$.

По профилям скорости и температуры были вычислены характеристики, описывающие тепловой поток и силу сопротивления на поверхности проводящей стенки канала. В качестве таких характеристик были взяты числа Нуссельта N и коэффициент сопротивления c_f согласно формулам

$$c_f = \frac{\mu_w (\partial u / \partial y)_w}{\rho_\infty u_\infty^2} = \frac{[1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{0.25} T_\infty^{0.75} (\partial u / \partial \eta)_w}{\sqrt{T_w} \sqrt{R_x}} \quad (3.8)$$

$$N = \frac{x q_w}{\lambda_w (T_\infty - T_w)} = \frac{x (\partial T / \partial y)_w}{T_\infty - T_w} = \frac{[1 + 1/2 (\gamma - 1) M_0^2]^{0.25} T_\infty^{1.25} (\partial \theta / \partial \eta)_w}{T_w} \sqrt{R_x}$$

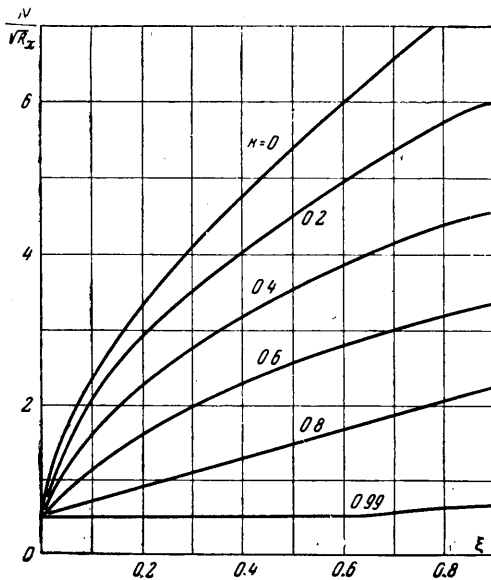
Здесь R_x — число Рейнольдса, выраженное через текущие параметры в ядре потока, а λ — теплопроводность газа

$$R_x = \frac{u_\infty x \rho_\infty}{\mu(T_\infty)}, \quad \lambda = \frac{c_p \mu(T)}{P} \quad (3.9)$$

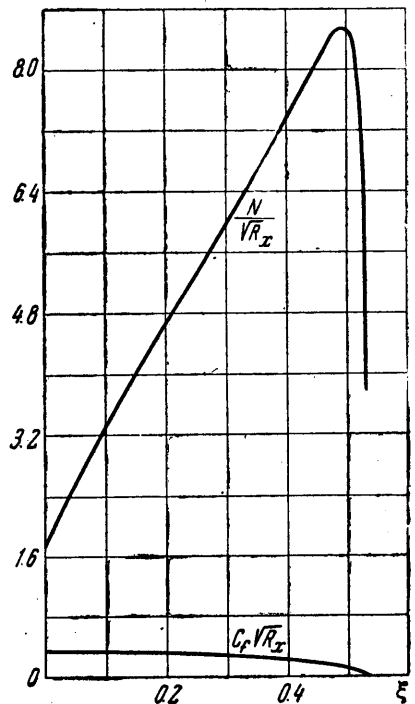
На фиг. 5 и 6 приведены графики функций $c_f \sqrt{R_x}$ и $N / \sqrt{R_x}$ как функции ξ для различных параметров нагрузки.

Из графиков видно, что с ростом ξ тепловые потоки и сила сопротивления сильно растут. Особенно сильный рост происходит вблизи точки замирания $\xi = 1$, что связано с сильным ростом градиентов температуры и скорости в ядре потока.

На фиг. 7 приведены графики функций $c_f \sqrt{R_x}$ и $N / \sqrt{R_x}$ для сверхзвукового течения с $M_0 = 3$ и $k = 0.4$. Величина $c_f \sqrt{R_x}$, как видно из графика, падает с ростом x , причем примерно в центре канала ($x \approx 0.53$) становится отрицательной. Последнее обстоятельство означает, что происходит отрыв пограничного слоя от стенки



Фиг. 6



Фиг. 7

канала. Отрыв пограничного слоя можно объяснить тем, что при сверхзвуковом течении проводящего газа в канале постоянного сечения скорость падает, а давление растет. Давление поперек пограничного слоя не меняется, поэтому вблизи стенки появляется сила, направленная против течения, что и приводит к отрыву пограничного слоя.

В заключение остановимся на вопросе о сопротивлении пограничного слоя. Согласно работе [9], это сопротивление определяется выражением

$$r = \int_0^{\delta} \frac{dy}{\sigma(T)}$$

Здесь δ — толщина пограничного слоя. В безразмерных координатах получим

$$\frac{r\sigma(T_{\infty})}{2h} = \frac{L}{2h} \sqrt{\xi} \frac{1}{\sqrt{R_0}} \int_0^{\eta_{\delta}} \frac{d\eta}{\rho\sigma(T)} \quad (3.10)$$

Интеграл, стоящий в формуле (3.13), был вычислен для значений $\xi = 0.4$ и $\xi = 0.6$ при дозвуковом течении с $k = 0.5$. Подставляя численное значение интеграла (3.10), получим

$$\begin{aligned} \frac{r\sigma(T_{\infty})}{2h} &= \frac{L}{2h} \sqrt{0.4} \frac{63.94}{\sqrt{R_0}} && \text{при } \xi = 0.4 \\ \frac{r\sigma(T_{\infty})}{2h} &= \frac{L}{2h} \sqrt{0.6} \frac{42.78}{\sqrt{R_0}} && \text{при } \xi = 0.6 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Формула (3.11) показывает, что при $R_0 \sim 10^6$ отношение $L/2h$ должно быть порядка единицы, чтобы можно было пренебречь сопротивлением пограничного слоя r по сравнению с сопротивлением ядра потока $r_{\infty} = 2h/\sigma(T_{\infty})$. В противном случае необходимо учитывать сопротивление пограничного слоя при расчете течения в ядре потока.

Поступила 9 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Bush W. B. Compressible flat-plate boundary-layer flow an applied magnetic field.— JAS, 1960, v. 27, No 1.
2. Ройд М., Сесс Р. Д. Приближенное исследование ламинарного магнитогидродинамического течения в начальном участке плоского канала. Прикладная механика, серия Е, 1962, № 1.
3. Rosso V. U. On flow of electrically conducting fluids a flat plate in presence of a transvers magnetic field. NASA, 1957, No 3971.
4. Кеггеброк J. L. Electrode boundary layers in direct plasma accelerator. JAS, 1961, v. 28, No 8.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Изд. 2-е, М., Гостехиздат, 1954.
6. Любимов Г. А. К постановке задачи о магнитогидродинамическом пограничном слое. ПММ, 1962, т. 26, вып. 5.
7. Браиловская И. Ю., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. В кн. Вычислительные методы и программирование. М., Изд-во МГУ, 1962, 1.
8. Пасконов В. М. Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. В кн. Численные методы в газовой динамике, М., Изд-во МГУ, 1963, 2.
9. Любимов Г. А. О вязком пограничном слое на электроде при переменной электропроводности среды. ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.