О ВЛИЯНИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИСТЕНОЧНОГО СЛОЯ В КОЛЬЦЕВОМ ДВУХФАЗНОМ ТЕЧЕНИИ

Ю. А. БУЕВИЧ, Ю. П. ГУПАЛО

(Москва)

В предлагаемой заметке рассмотрено кольцевое течение в вертикальной трубе, когда газовый поток в центральной части трубы отделен от ее стенок кольцевым слоем жидкости. Трение на поверхности раздела может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на устойчивость такого режима течения по отношению к малым возмущениям поверхности раздела. Толщина жидкого слоя предполагается малой, что позволяет непосредственно использовать при исследовании устойчивости результаты работы [1].

Рассмотрение пригодно для случаев ламинарного и развитого турбулентного движений газа; движение жидкости, образующей слой, в обоих случаях предполагается ламинарным.

Будем рассматривать невозмущенное одномерное двухфазное течение, соответствующее постоянному градиенту давления. Для определенности рассматриваем случай вертикальной трубы (фиг. 1). Если движение в областях *1* и *2* на фиг. 1 ламинарно, то скорости u_{i*} газа и жидкости удовлетворяют уравнениям с граничными условиями

$$\frac{d^2u_{i*}}{d\rho_*^2}+\frac{1}{\rho_*}\frac{du_{i*}}{d\rho_*}=-\frac{1}{\mu_i}(n+d_ig),\qquad n=-\frac{\partial p_{i*}}{\partial x_*}\tag{1}$$

$$u_{1*}(R_*)=0,\qquad u_{2*}(\rho_*)<\infty\qquad (0\leqslant\rho_*\leqslant r_*)$$

$$u_{1*}(r_*)=u_{2*}(r_*),\qquad \mu_1\frac{du_{1*}}{d\rho_*}=\mu_2\frac{du_{2*}}{d\rho_*},\qquad \rho_*=r_*$$

Здесь μ_i и d_i — вязкость и плотность веществ в областях *1* и *2* ($\mu_1\gg\mu_2$, $d_1\gg d_2$). Решение (1), удовлетворяющее выписанным граничным условиям, представляет естественное обобщение решения Пуазейля

$$u_{1*}(\rho_*)=-\frac{r_*^2g}{2\mu_1}(d_1-d_2)\ln\frac{\rho_*}{R_*}+\frac{R_*^2}{4\mu_1}(n+d_1g)\left(1-\frac{\rho_*^2}{R_*^2}\right)$$

$$u_{2*}(\rho_*)=-\frac{r^2g}{2\mu_1}(d_1-d_2)\ln\frac{r_*}{R_*}+\frac{R_*^2}{4\mu_1}(n+d_1g)\left(1-\frac{r_*^2}{R_*^2}\right)+$$
$$+\frac{r_*^2}{4\mu_2}(n+d_2g)\left(1-\frac{\rho_*^2}{r_*^2}\right),\qquad p_{2*}=p_{1*}+\frac{\sigma}{r_*}$$

Здесь σ — коэффициент поверхностного натяжения на поверхности раздела. Касательное напряжение на этой поверхности равно

$$\tau_*=-\mu_1\frac{du_{1*}}{d\rho_*}\bigg|_{\rho_*=r_*}=\frac{r_*}{2}[n+g(2d_1-d_2)]\approx\frac{r_*}{2}(n+2d_1g)\tag{2}$$

Будем предполагать, что

$$h_*=R_*-r_*\ll r_*\tag{3}$$

Тогда можно приближенно рассматривать движение в жидком слое как плоское и по результатам работы [1] сразу же записать

$$u(y) \approx a(1 - y^2) + \tau(1 - y) \tag{4}$$

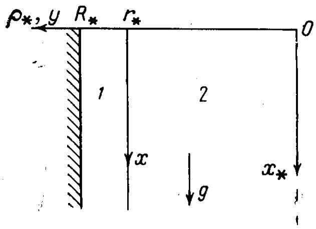
Здесь введены безразмерные переменные и параметры

$$(x, \rho, r, R) = (x_*, \rho_*, r_*, R_*) / h_*, \qquad y = \rho - r, \qquad u = u_{1*} / u^\circ \tag{5}$$

$$a = (n + d_1 g) h_*^2 / 2\mu_1 u^\circ, \qquad \tau = \tau_* h_* / \mu_1 u^\circ$$

Величина τ_* в (5) определяется из (2), а u° представляет некоторую характерную скорость. Разумеется, этот же результат (5) можно получить и непосредственно из выражения для $u_{1*}(\rho_*)$ с учетом неравенства (3).

Второй возможный случай соответствует развитому турбулентному движению газа в области 2; движение жидкости в слое по-прежнему предполагаем ламинарным. В этом случае профиль скорости газа можно приближенно описать известным выражением, справедливым для турбулентного течения в круглой трубе радиуса r_* с гладкими стенками. В этом случае касательное напряжение выражается как



Фиг. 1

$$\tau_* \approx d_2 (u^*)^2 \approx {}^1/_2 r_* n$$

где u^* — динамическая скорость трения. Формально это выражение совпадает с (2), если в последнем пренебречь $d_1 g$ по сравнению с $|n|$.

Таким образом, независимо от типа движения газа в области (2) выражение для скорости ламинарного течения жидкости можно представить в виде (4) с a и τ из (2) и (5).

Предположим, что число Рейнольдса R, определенное для жидкого слоя, намного меньше единицы. Это означает, что либо мала характерная скорость u° (для определенности будем подразумевать под u° максимальную абсолютную величину скорости жидкости в слое), либо же при произвольной u° мала толщина пленки h_*. Тогда для исследования устойчивости можно использовать условие, полученное в работе [1] и справедливое с точностью до членов порядка R включительно. В пренебрежении малой величиной r^{-2} это условие имеет вид

$$Tk^2 > a\left(\frac{9}{2}\tau + 7a\right), \qquad T = \frac{\sigma}{d_1 h_* (u^\circ)^2} \tag{6}$$

где k — безразмерное волновое число малого возмущения поверхности раздела между газом и жидкостью.

Необходимые условия справедливости (6) заключены в неравенствах

$$r \gg 1, \qquad R = u^\circ h_* d_1 / \mu_1 \ll 1 \tag{7}$$

которые в дальнейшем будем предполагать выполняющимися.

Подставляя a и τ в условие (6), получаем

$$k^2 > d_1 h_*^5 (n + d_1 g)(4\mu_1\sigma)^{-1} [7(n_1 + d_1 g) + {}^9/_2 r (n + 2d_1 g)]$$

Ввиду (7) легко увидеть, что за исключением частного случая, когда n отрицательно и по абсолютной величине весьма близко к $2d_1 g$, второе слагаемое в квадратных скобках всегда намного больше первого.

Исключая для простоты указанный частный случай из рассмотрения, получим условие устойчивости в виде

$$k^2 > Ar(1+\gamma)(1+2\gamma), \quad \gamma = \frac{d_1 g}{n}, \quad A = \frac{9}{8}\frac{d_1 n^2 h_*^5}{\sigma\mu_1^2} \tag{8}$$

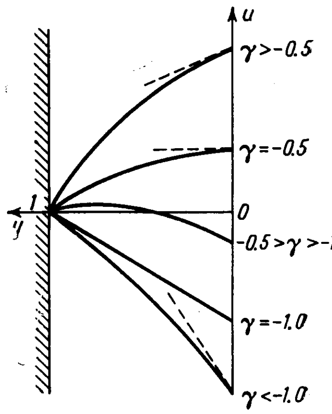
Параметр γ характеризует отношение сил давления и тяжести, параметр A — соотношение сил давления с силами, обусловленными вязкостью и поверхностным натяжением.

Из (8) видно, что в зависимости от знака параметра γ характеристики кольцевого течения могут быть весьма различны. Наоборот, параметр A оказывает лишь количественное влияние на устойчивость.

В случаях $\gamma > -0.5$ и $\gamma < -1.0$ величина в правой части в первом выражении (8) положительна. Это свидетельствует о появлении неустойчивости к малым возмущениям с длинами волн, больших критической

$$\lambda_0 = 2\pi / k_0 = 2\pi\,[Ar(1+\gamma)(1+2\gamma)]^{-1/2}$$

Таким образом, устойчивость жидкой пленки, обтекаемой потоком газа, ухудшается по сравнению с устойчивостью свободной жидкой пленки (формально последнему случаю соответствует $A \equiv 0$ в (8)), т. е. гидродинамическое трение на поверхности раздела играет в указанных случаях дестабилизирующую роль.



Фиг. 2

В случае $-0.5 > \gamma > -1.0$ величина в правой части в первом выражении (8) отрицательна, и в рассматриваемом приближении кольцевое течение оказывается устойчивым по отношению к малым возмущениям поверхности раздела. Этот случай соответствует отрицательному касательному напряжению τ_* (направленному вверх на фиг. 1), а также отрицательной силе, действующей на элементарный объем жидкости в слое. Представляет интерес сравнить полученные характеристики устойчивости с изменением скорости жидкости по сечению слоя. Профили скорости в слое, отвечающие рассмотренным значениям параметра γ, построены на фиг. 2. Интересно, что для тех γ, для которых течение устойчиво, скорость жидкости достигает экстремума внутри слоя.

По сути дела, предлагаемое рассмотрение ограничено требованием малости r^{-2}, т. е. рассматриваются значения $k \ll 2\pi r$. Поэтому для анализа точных границ области устойчивости и поведения течения при значениях параметров, лежащих вблизи этих границ, необходимо, вообще говоря, рассматривать в условии (6) члены порядка r^{-2}. Однако уже приведенное простейшее рассмотрение позволяет сделать важный вывод о двойственной роли касательного напряжения в устойчивости жидкой пленки по отношению к малым возмущениям.

Поступило 11 IX 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Буевич Ю. А., Гупало Ю. П. Устойчивость ламинарного течения жидкой пленки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.