

ОБТЕКАНИЕ ТОНКОГО КЛИНА В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С ЧАСТИЧНО ПЕРФОРИРОВАННЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ БОЛЬШИХ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Э. Г. ШИФРИН

*(Москва)

Рассматривается задача обтекания тонкого плоского клина потоком большой дозвуковой скорости в аэродинамической трубе с частично перфорированными стенками при малом расходе отсасываемого газа.

Решение этой модельной задачи может использоваться для определения оптимальных параметров отсасывающей системы, при которых аэродинамические характеристики в трубе наиболее близки к аэродинамическим характеристикам в безграничном потоке.

Будем считать, что стенки плоской аэродинамической трубы параллельны, клин тонкий, удельный расход через перфорированную часть стенки мал, течение мало отличается от прямолинейного звукового течения. Уравнения движения в этом случае, как известно, могут быть представлены в виде

$$uu_x - v_y = 0, \quad u_y + v_x = 0, \quad u = 1 - M^2, \quad v \approx (\kappa + 1) \theta \quad (1)$$

Здесь θ — угол наклона вектора скорости к оси симметрии, κ — показатель адиабаты. В плоскости годографа система (1) имеет вид

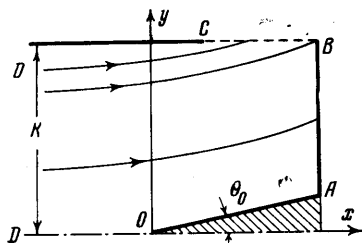
$$uy_v - x_u = 0, \quad x_v + y_u = 0 \quad (2)$$

и сводится к уравнению Трикоми

$$y_{uu} + uy_{vv} = 0$$

В дальнейшем вместо u используется переменная $r = \frac{2}{3}u^{3/2}$, при этом уравнение Трикоми преобразуется к виду

$$y_{rr} + y_{vv} + \frac{1}{3r}y_r = 0 \quad (3)$$



Фиг. 1

Будем искать решение уравнения (3), в котором прямая звуковая линия проходит ортогонально оси симметрии от угловой точки на клине до стенки трубы («схема Коула» — [1, 2]).

Решение отыскивается в дозвуковой области течения, ограниченной осью симметрии DO , стенкой клина OA , звуковой линией AB , стенкой трубы BD , часть которой BC перфорирована (фиг. 1).

А. А. Никольский в 1951 г. показал, что если перфорация выполнена в виде поперечных к потоку щелей, то вблизи перфорированной стенки, если основной поток около стенки дозвуковой, имеет место условие

$$\theta = u^{1/2} \operatorname{tg} (1/2\pi\sigma) = (3/2r)^{1/2} \operatorname{tg} (1/2\pi\sigma)$$

Здесь $\sigma(x)$ — коэффициент перфорации.

Таким образом, принимается, что вдоль BC имеет место условие $v = f(x)$, где функция $f(x)$ определяется законом перфорации и распределением скорости. Будем считать, что $f(x)$ непрерывна. Соответствующую зависимость в плоскости годографа обозначим $v = \varphi(r)$. После того как

решение будет найдено и зависимость $x = x(r)$ на BC определена, сможет быть определен и закон перфорации $\sigma(x)$.

Пусть в бесконечно удаленной точке D поток равномерный и прямолинейный. Обозначим $r_D = r_0$, $v_0 = (\kappa + 1)\theta_0$, θ_0 — полуугол раствора клина, $2K$ — ширина трубы. Искомое решение $Y(r, v)$ должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} Y &= 0 \quad \text{при } v = v_0, 0 \leq r < \infty && \text{(клин тонкий)} \\ Y_r &= 0 \quad \text{при } v_1 \leq v \leq v_0, r = 0 && \text{(вдоль звуковой линии } x_v = 0) \\ Y &= 0 \quad \text{при } v = 0, r_0 \leq r < \infty && \text{(ось симметрии)} \end{aligned} \quad (4)$$

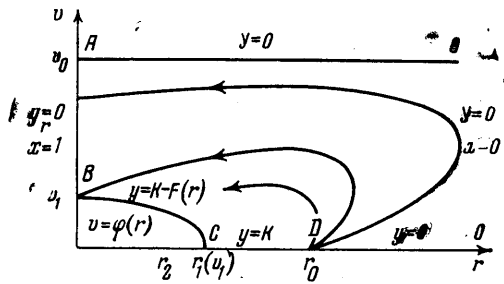
$$\begin{aligned} Y &= K \quad \text{при } v = 0, r_c = r_1 \leq r \leq r_0 \text{ (непроницаемая стенка трубы)} \\ Y &= K - F(r) \quad \text{при } v = \varphi(r), 0 \leq r \leq r_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Образ области $OABCD$ в плоскости годографа показан на фиг. 2. Здесь $v_1 < v_0$, $r_1 < r_0$ — некоторые постоянные, функция $F(r)$ характеризует количество газа, отсосанного на перфорированном участке трубы между текущей точкой и точкой C (как известно, $y \approx \psi$, где ψ — функция тока).

Функция $F(r)$ не может быть задана произвольно: вдоль BC при $\varphi(r) \ll 1$ имеем (фиг. 3)

$$-dy = dF = \frac{v}{\kappa + 1} dS = \frac{v}{\kappa + 1} dx$$

$$F(r) = \frac{1}{\kappa + 1} \int_{r_1}^r \varphi(r) \frac{dx}{dr} \Big|_{v=\varphi(r)} dr \quad (6)$$



Фиг. 2

Функция dx/dr при $v = \varphi(r)$ связана формулами (2) с решением $Y(r, v)$ и поэтому зависит от граничного условия (5); легко видеть, что (6) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода.

Пусть клин имеет единичную длину, а именно

$$x = 1 \quad \text{при } v_1 \leq v \leq v_0, \quad x = 0 \quad \text{при } r = \infty, 0 \leq v \leq v_0 \quad (7)$$

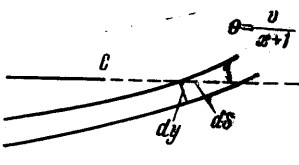
(точка $r = \infty$ соответствует, как обычно принимается, точке торможения $M = 0$, поскольку при $r \rightarrow \infty$ уравнение (3) переходит в уравнение Лапласа).

Пусть $\varphi(r)$ имеет вид

$$\begin{aligned} v = \varphi(r) &= v_1 (1 - r/r_1(v_1))^{\alpha(v_1)} \\ &\text{при } 0 \leq r \leq r_1(v_1), 0 \leq v_1 \leq v_0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$0 < r_1(v_1) < r_0$$

$$0 = \alpha(0) \leq \alpha(v_1) \leq \alpha(v_0) = 1$$



Фиг. 3

Здесь $\alpha(v_1)$ и $r_1(v_1)$ — непрерывные возрастающие функции. При $v_1 \rightarrow 0$ имеем

$$\frac{v}{v_1} = \frac{\varphi(r)}{v_1} \rightarrow 1 \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_1(0)$$

При малых значениях v_1 выражение для коэффициента перфорации получим в виде

$$\sigma \approx v_1 \frac{d\sigma}{dv_1} \Big|_{v_1=0} = \frac{2v_1}{\pi(\kappa+1)} \left(\frac{2}{3r}\right)^{1/3}$$

Среднее значение коэффициента перфорации определится по формуле

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{v_1}{r_1(0)} \int_0^{r_1(0)} \frac{d\sigma}{dv_1} \Big|_{v_1=0} dr = \frac{2v_1}{\pi(\kappa+1)} \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} r_1^{-1/3}(0)$$

Решение $Y(r, v)$ при малых v_1 ищется в виде

$$Y(r, v) \approx y^* + v_1 y \quad (9)$$

Здесь $y = dY/dv_1$ при $v_1 = 0$; $y^* = Y$ при $v_1 = 0$ — решение, описывающее течение около клина в трубе с непроницаемыми стенками [2]

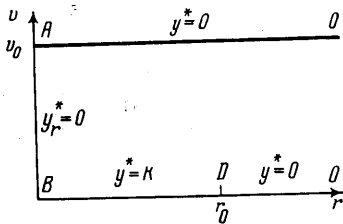
$$y^* = Kr_0^{1/3} r^{1/3} \int_0^\infty J_{2/3}(\lambda r_0) J_{-1/3}(\lambda r) \operatorname{sh} \lambda (v_0 - v) \operatorname{csch} \lambda v_0 d\lambda$$

($J_\nu(z)$ — Функция Бесселя действительного аргумента).

Граничные условия, которым удовлетворяет решение y^* , показаны на фиг. 4. Решение y будем искать в той же области $OABDO$, что и y^* . Граничные условия для него получим, представив y в виде

$$y = \lim (Y - y^*) / v_1 \text{ при } v_1 \rightarrow 0$$

Вычислим выражение $(Y - y^*) / v_1$ на границе области $OABDCDO$ (фиг. 2) при малых v_1 , используя граничные условия (4), (5). Получим



Фиг. 4

$$(Y - y^*) / v_1 = 0 \text{ на } AODC$$

$$(Y_r - y_r^*) / v_1 = 0 \text{ на } AB$$

На BC вместо (5) будет

$$\begin{aligned} \frac{Y - y^*}{v_1} &= \frac{1}{v_1} [K - F(r) - y^*(r, \Phi(r))] = \\ &= \frac{1}{v_1} [K - F(r) - K - y_v^*|_{v=0} \Phi(r) - O(v_1^2)] \\ &\text{при } 0 \leq r \leq r_1(v_1) \end{aligned} \quad (10)$$

В пределе при $v_1 \rightarrow 0$ первые условия не изменятся, за исключением того, что точка B будет иметь координаты $(0, 0)$, а (10) примет вид

$$y = -y_v^*|_{v=0} - \lim_{v_1 \rightarrow 0} \frac{F(r)}{v_1} \text{ при } 0 \leq r \leq r_1(0), v = 0 \quad (11)$$

Далее будем писать r_2 вместо $r_1(0)$.

В связи с тем (8), что $v \leq v_1$ на BC , из (6) можно получить оценку для $F(r)$

$$0 \leq F(r) \leq v_1 (x_B - x_C(v_1)) = v_1 L(v_1)$$

Ограничимся рассмотрением течений, в которых $L(v_1) = O(K)$. Используя разложение [3]

$$\operatorname{cth} \lambda v_0 = \frac{1}{\lambda v_0} + \frac{2\lambda}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\lambda^2 + \left(\frac{k\pi}{v_0}\right)^2 \right]^{-1}$$

преобразуем условие (11) к виду

$$y = \frac{K}{v_0} + \frac{2Kr_0^{2/3}r^{1/3}}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\pi}{v_0} K_{2/3}\left(\frac{k\pi r_0}{v_0}\right) I_{-1/3}\left(\frac{k\pi r}{v_0}\right) - O(K) \text{ при } 0 \leq r \leq r_2 < r_0, v = 0$$

Так как $v_0 \ll K$, то последним членом здесь можно пренебречь. Физически это означает, что рассматриваемое течение мало изменится, если перфорированный участок стенки заменить соответствующим образом искривленным непроницаемым участком.

Итак, граничные условия для $y(r, v)$ таковы:

$$\begin{aligned} y &= 0 & \text{при } v = v_0, 0 \leq r < \infty \\ y_r &= 0 & \text{при } r = 0, 0 \leq v \leq v_0 \\ y &= 0 & \text{при } v = 0, r_2 < r < \infty \end{aligned} \tag{12}$$

$$y = \frac{K}{v_0} + \frac{2Kr_0^{2/3}r^{1/3}}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} k p_0 K_{2/3}(k p_0 r_0) I_{-1/3}(k p_0 r) \quad \text{при } v = 0, 0 \leq r < r_2$$

Решение $y(r, v)$ будем искать в виде

$$y(r, v) = y^{(1)}(r, v) + \begin{cases} y^{(2)}(r, v) + y^{(3)}(r, v) & \text{при } 0 \leq r \leq r_2 \\ y^{(4)}(r, v) & \text{при } r_2 \leq r < \infty \end{cases} \tag{13}$$

$$y^{(1)}(r, v) = \frac{Kr_2^{2/3}r^{1/3}}{v_0} \int_0^{\infty} J_{2/3}(\lambda r_2) J_{-1/3}(\lambda r) \frac{\text{sh } \lambda(v_0 - v)}{\text{sh } \lambda v_0} d\lambda$$

$$y^{(2)}(r, v) = \frac{2Kr_0^{2/3}r^{1/3}p_0}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_{-1/3}\left(\frac{\Lambda_k r}{r_2}\right) \text{sh } \frac{\Lambda_k(v_0 - v)}{r_2} \text{csch } \frac{\Lambda_k v_0}{r_2}, \quad J_{-1/3}(\Lambda_k) = 0$$

$$y^{(3)}(r, v) = \frac{2Kr_0^{2/3}r^{1/3}p_0}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} b_k I_{-1/3}(k p_0 r) \sin k p_0 v, \quad p_0 = \frac{\pi}{v_0}$$

$$y^{(4)}(r, v) = \frac{2Kr_0^{2/3}r^{1/3}p_0}{v_0} \sum_{k=1}^{\infty} c_k K_{1/3}(k p_0 r) \sin k p_0 v$$

Обозначения соответствуют [4].

Легко видеть, что $y(r, v)$ удовлетворяет граничным условиям (12), если

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{J_{2/3}(\Lambda_k)} \sum_{m=1}^{\infty} m K_{2/3}(m p_0 r_0) \int_0^1 J_{-1/3}(\Lambda_k t) t I_{-1/3}(m p_0 r_2 t) dt = \\ &= \frac{2\Lambda_k}{J_{2/3}(\Lambda_k)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{\Lambda_k^2 + (m p_0 r_2)^2} K_{2/3}(m p_0 r_0) I_{-1/3}(m p_0 r_2) \end{aligned}$$

Для того чтобы $y(r, v)$, определяемое формулами (13), было решением краевой задачи, необходимо и достаточно, по теореме Коши-Ковалевской ($y(r, v)$ и $y_r(r, v)$ при $r = r_2, 0 < v < v_0$ аналитичны), чтобы при $r = r_2, 0 < v < v_0$ выполнялись условия

$$y^{(2)} + y^{(3)} = y^{(4)}, \quad y_r^{(2)} + y_r^{(3)} = y_r^{(4)} \tag{14}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 b_m &= c_m K_{1/2}(m p_0 r_2) / I_{-1/2}(m p_0 r_2) \quad (15) \\
 c_m &= \frac{2m p_0 r_2^2}{v_0} I_{-1/2}(m p_0 r_2) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{\Lambda_k^2 + (m p_0 r_2)^2} \Lambda_k J_{1/2}(\Lambda_k) = \\
 &= \frac{2m^2 r_2}{v_0} I_{1/2}(m p_0 r_2) \sum_{l=1, l \neq m}^{\infty} \frac{l}{m^2 - l^2} K_{1/2}(l p_0 r_0) I_{-1/2}(l p_0 r_2) - \frac{2m r_2}{v_0} I_{-1/2}(m p_0 r_2) \times \\
 &\quad \times \sum_{l=1, l \neq m}^{\infty} \frac{l^2}{m^2 - l^2} K_{1/2}(l p_0 r_0) I_{1/2}(l p_0 r_2) + \frac{m^2 r_2^2 p_0}{v_0} K_{1/2}(m p_0 r_0) \times \\
 &\quad \times [I_{1/2}^2(m p_0 r_2) - I_{-1/2}^2(m p_0 r_2)] - \frac{2}{3} \frac{m r_2}{v_0} K_{1/2}(m p_0 r_0) I_{1/2}(m p_0 r_2) I_{-1/2}(m p_0 r_2)
 \end{aligned}$$

Здесь при выкладках использовалась формула, получаемая из разложения бесселевой функции в бесконечное произведение [4]

$$I_{\nu+1}(z) / I_{\nu}(z) = 2z \sum_{m=1}^{\infty} (\Lambda_m^2 + z^2)^{-1}, \quad J_{\nu}(\Lambda_m) = 0 \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (16)$$

Решения $Y(r, v)$ и $y^*(r, v)$ имеют источник в точке $r = r_0, v = 0$; $y(r, v)$ — в точке $r = r_2, v = 0$, поэтому эта точка должна находиться вне области определения решения $Y(r, v)$, т. е. $r_1(v_1) > r_2$ при $v_1 > 0$. Так как (8) $d\varphi(r) / dr = \infty$ в точке $r = r_1(v_1), v = 0$, из (5) получим уравнение для определения $r_C = r_1(v_1)$

$$y_v^* + v_1(y_v^{(1)} + y_v^{(4)}) = 0 \quad \text{при } v = 0, r = r_1(v_1)$$

Обратная функция имеет вид

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{0.5(r_0/r_1)^{1/2} + \sum_{k=1}^{\infty} k K_{1/2}(k p_0 r_0) I_{-1/2}(k p_0 r_1)}{\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^{1/2} \sum_{k=1}^{\infty} k I_{1/2}(k p_0 r_2) K_{1/2}(k p_0 r_1) + \pi \sum_{k=1}^{\infty} k c_k K_{1/2}(k p_0 r_1)}$$

Так как $c_k > 0$ ($k = 1, 2, \dots$), имеем $v_1 / v_0 \geq 0$.

Входящие в это выражение ряды равномерно сходятся при $r_2 < r_1 < r_0$; $v_1/v_0 \rightarrow 0$ при $r_1 \rightarrow r_2$ и $v_1/v_0 \rightarrow \infty$ при $r_1 \rightarrow r_0$. В силу непрерывности $x(r, v)$ (выражение для $x(r, v)$ приводится ниже), отсюда следует, что при достаточно малом v_1 условие $L(v_1) = O(K)$ имеет место. Определим $x(r, v)$. Из второго уравнения (2) имеем $x_v = -Y'_v = -(\frac{3}{2}r)^{1/2} Y_r$, откуда

$$\begin{aligned}
 x &= -\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} r^{3/2} K \int_0^{\infty} J_{1/2}(\lambda r) \operatorname{ch} \lambda (v_0 - v) \operatorname{csch} \lambda v_0 \times \\
 &\quad \times [r_0^{2/2} J_{1/2}(\lambda r_0) + (v_1/v_0) r_2^{2/2} J_{1/2}(\lambda r_2)] d\lambda + \\
 &+ \left\{ \begin{aligned} &C_1(r) - \frac{v_1}{v_0} 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} r_0^{2/2} r^{2/2} K p_0 \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_{1/2}\left(\frac{\Lambda_k r}{r_2}\right) \operatorname{ch} \frac{\Lambda_k (v_0 - v)}{r_2} \operatorname{csch} \frac{\Lambda_k v_0}{r_2} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} b_k I_{1/2}(k p_0 r) \cos k p_0 v \right\} \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_2 \\ &C_2(r) - \frac{v_1}{v_0} 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} r_0^{2/2} r^{2/2} K p_0 \sum_{k=1}^{\infty} c_k K_{1/2}(k p_0 r) \cos(k p_0 v) \quad \text{при } r_2 \leq r < \infty \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Используя первое уравнение (2), можно показать, что $C_1(r)$ и $C_2(r)$ — постоянные. Рассмотрим $x(r, v)$ при $r = r_2$.

Из второго уравнения (2) и второго условия (14) следует, что x_v непрерывна при $r = r_2$, поэтому для непрерывности x необходимо и достаточно, чтобы было $x(r_2 - 0, v_0) = x(r_2 + 0, v_0)$, откуда получим, используя (14), (15) и формулу $K_{\nu+1}(z)I_\nu(z) + K_\nu(z)I_{\nu+1}(z) = z^{-1}$:

$$\begin{aligned} \frac{(2/3)^{1/3} (C_1 - C_2) v_0}{v_1 K r_0^{2/3} r_2^{2/3} p_0} &= \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_{3/2}(\Lambda_k) \operatorname{csch} \frac{\Lambda_k v_0}{r_2} - \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{c_k}{k p_0 r_2 I_{-1/3}(k p_0 r_2)} = \\ &= \frac{1}{\pi} R(r_0/r_2, r_2/v_0), \quad R\left(\frac{r_0}{r_2}, \frac{r_2}{v_0}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} K_{3/2}(k p_0 r_0) I_{3/2}(k p_0 r_2) \end{aligned} \quad (17)$$

Из граничных условий (7) следует, что $C_1 = 1$, а

$$C_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^{4/3} \frac{K}{v_0} \left[r_0^{4/3} + \frac{v_1}{v_0} r_2^{4/3} \right]$$

Подставляя эти значения в (17), получим

$$\frac{K r_0^{4/3}}{v_0} \approx 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} \left\{ 1 - \frac{v_1}{v_0} \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^{4/3} \left[1 + \frac{4}{3} \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^{2/3} R \right] \right\} \quad (18)$$

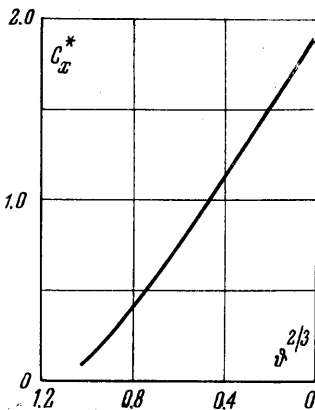
Это условие существования решения обобщает соответствующее условие работы [2]. Обозначим

$$K_0 = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} \frac{v_0}{r_0^{4/3}}, \quad K_1 = -2 \left(\frac{2}{3}\right)^{4/3} \frac{v_0}{r_0^{4/3}} \left[1 + \frac{4}{3} \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^{2/3} R \right] \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^{4/3}$$

При пользовании формулами для x и Y вместо K следует подставить $K_0 + (v_1/v_0)K_1$ и отбросить члены порядка $(v_1/v_0)^2$. Для вычисления аэродинамической характеристики C_x используется формула работы [1]

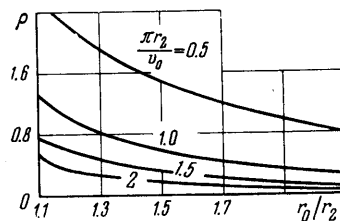
$$C_x = \frac{2}{\kappa+1} \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} \theta_0 \left(r_0^{2/3} + \int_0^{\infty} r^{2/3} \frac{\partial x}{\partial r} \Big|_{v=v_0} dr \right) \quad (19)$$

Обозначим через $C_x^\circ(3r_0/2v_0)$ коэффициент сопротивления клина в непроницаемой трубе при числе $M = M_0$ в бесконечно удаленной точке D ;



Фиг. 5

$$C_x^* \left(\frac{3r_0}{2v_0}\right) = \frac{(\kappa+1)^{1/3}}{\theta_0^{5/3}} C_x^\circ \left(\frac{3r_0}{2v_0}\right)$$



Фиг. 6

График зависимости $C_x^* (3r_0 / 2v_0)$, взятый из [2], приведен на фиг. 5, где

$$\vartheta = \frac{3r_0}{2v_0} = \frac{(1 - M_0^2)^{3/2}}{(\kappa + 1) \theta_0}$$

Из (19) получим

$$\begin{aligned} C_x^* = C_x (\kappa + 1)^{1/2} \theta_0^{-5/2} = C_x^* (3r_0 / 2v_0) + \frac{v_1}{v_0} \left\{ 2 \left(\frac{3r_0}{2v_0} \right)^{2/3} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_0} \right)^{2/3} \right] \frac{K_1}{K_0} + \right. \\ \left. + \frac{K_1}{K_0} C_x^* \left(\frac{3r_0}{2v_0} \right) + \left(\frac{r_2}{r_0} \right)^{1/3} C_x^* \left(\frac{3r_2}{2v_0} \right) \right\} - \\ - \frac{v_1}{v_0} \left\{ \frac{16}{3^{3/2} \pi^{1/2} \Gamma(2/3)} \left(\frac{2v_0}{3r_0} \right)^{2/3} \sum_{k=1}^{\infty} c_k (-1)^k k^{-4/3} K_{1/3}(k p_0 r_2) I_{-1/3}^{-1}(k p_0 r_2) + \right. \\ \left. + \frac{32 (2)^{1/2} \pi}{9 \Gamma(2/3)} \left(\frac{3r_0}{2v_0} \right)^{2/3} \left(\frac{r_2}{r_0} \right)^{1/3} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \Lambda_k^{-4/3} \operatorname{csch} \frac{\Lambda_k v_0}{r_2} \right\} \end{aligned}$$

Рассмотрим случай $r_0 \gg r_2 > 0$. Пользуясь асимптотическим представлением функций $K_\nu(z)$, $I_\nu(z)$, получим, что последнее условие (11) может быть записано в виде

$$y = K v_0^{-1} \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_2 \ll r_0, \quad v = 0$$

Все формулы при этом упрощаются, поскольку $a_k = b_k = c_k \equiv 0$, а условие (18) принимает вид

$$K r_0^{1/3} v_0^{-1} = 2 (2/3)^{4/3} [1 - (v_1 / v_0) (r_2 / r_0)^{2/3}]$$

Таким образом, погрешность этой аппроксимации мала, если (фиг. 6)

$$\rho = \frac{4}{3} \left(\frac{r_0}{r_2} \right)^{2/3} R \ll 1 \quad \left(\frac{r_0}{r_1} = \left(\frac{1 - M_0^2}{1 - M_2^2} \right)^{3/2}, \quad \frac{\pi r_2}{v_0} = \frac{2\pi}{3} \frac{(1 - M_2^2)^{3/2}}{(\kappa + 1) \theta_0} \right)$$

При вычислениях использовались таблицы [5].

В заключение автор благодарит Е. М. Калинина, предложившего изучить рассмотренную задачу.

Поступило 23 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Cole J. D. Drag of a finite wedge at high subsonic speeds. J. Math. Phys., 1951 vol. 30 (русс. перев.: Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1952, № 4).
2. Helliwell J. B. Two-dimensional flow at high subsonic speeds past wedges in channels with parallel walls. J. Fluid Mech., 1958, vol. 3, № 4.
3. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гостехиздат, 1951.
4. Ватсон, Г. Н. Теория бесселевых функций. Изд. иностр. лит., 1949.
5. Таблицы функций Бесселя дробного индекса. ВЦ АН СССР, 1959.