

## ОТРЫВ ТРЕХМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

В. С. АВДУЕВСКИЙ, К. И. МЕДВЕДЕВ

(Москва)

Линия отрыва трехмерного пограничного слоя на произвольной криволинейной поверхности есть особая линия тока на поверхности тела, отделяющая область отрыва и являющаяся линией стекания для предельных линий тока. Исходя из условия равенства нулю силы трения в проекции на нормаль к линии отрыва, выведены выражения для критериев трехмерного отрыва. Положение линии отрыва определяется из решения обыкновенного дифференциального уравнения. Проведен анализ различных случаев отрыва на поверхности цилиндра со скольжением и на поверхности острых конусов, обтекаемых сверхзвуковым потоком под углом атаки. Положение линий отрыва экспериментально определялось по стеканию тонких жидких пленок, наносимых на поверхность. Показано, что отрыв на остром конусе возникает на линии  $z = \pi$  при значениях параметра  $K = -0.85$ .

## Обозначения

$x, z$ — ортогональные криволинейные координаты на поверхности;	$p$ — статическое давление;
$h_1, h_2$ — коэффициенты Ламе;	$\rho$ — плотность;
$y$ — координата по нормали к поверхности;	$T$ — температура;
$\alpha, \beta$ — координаты, связанные с линиями тока идеальной жидкости;	$\mu$ — коэффициент вязкости;
$h_1', h_2'$ — соответствующие им коэффициенты Ламе;	$\tau$ — напряжение трения;
$U$ — полная скорость;	$\delta$ — толщина пограничного слоя;
$u, w$ — компоненты скорости по осям $x$ и $z$ ;	$\theta$ — полуугол при вершине конуса;
	$\gamma$ — угол между предельной линией тока на поверхности и линией тока идеальной жидкости;
	$K$ — параметр трехмерности на конусе под углом атаки;
	$R$ — число Рейнольдса;
	$\Gamma_0$ — критерий отрыва.

Индексы:  $w$  — условия на поверхности тела; 1 — условия на границе пограничного слоя.

1. Двухмерный отрыв. Положение точки отрыва двухмерного пограничного слоя определяется из условия равенства нулю напряжения трения на поверхности или эквивалентного условия равенства нулю производной скорости

$$\tau_w = 0, \quad (du/dy)_{y=0} = 0 \quad (1.1)$$

При использовании (1.1) часто предполагается, что в точке отрыва профиль скорости принимает строго определенную «отрывную» форму. Это условие отрыва применяется при построении приближенных методов расчета, основывающихся на использовании однопараметрических семейств профилей скорости.

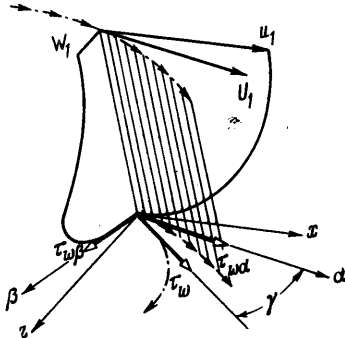
Для определения двухмерного отрыва можно использовать также условие отклонения предельной линии тока у поверхности с нулевым расходом внутрь пограничного слоя.

В зависимости от характера течения область отрыва, образующаяся при этом, может быть или замкнутой, или разомкнутой с прорывом жидкости из пограничного слоя во внешний поток.

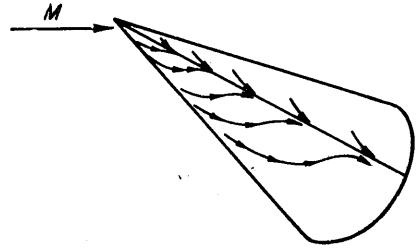
При наличии отрыва течение в вязкой области должно зависеть от условий вниз по потоку от рассматриваемой точки.

Такое течение не может быть описано уравнениями пограничного слоя параболического типа, и в строгой постановке необходимо использовать уравнение Навье — Стокса. Исходя из этого, точку отрыва можно определить как границу области, в которую поступает информация от точек, лежащих вниз по потоку.

2. **Определение трехмерного отрыва.** При течении вдоль произвольной криволинейной поверхности линии тока идеальной жидкости искривляются, и направление градиента давления не совпадает с направлением вектора скорости идеальной жидкости  $U_1$ . Под действием этого же градиента давления ча-



Фиг. 1



Фиг. 2

стицы газа внутри пограничного слоя отклоняются сильнее, чем вне его, и возникают так называемые «вторичные течения».

При наличии вторичных течений вектор силы трения на поверхности тела отклоняется на некоторый угол  $\gamma$  от направления вектора скорости идеальной жидкости (фиг. 1). Предельные линии тока, являющиеся огибающими векторов силы трения на поверхности, имеют геодезическую кривизну большую, чем геодезическая кривизна линий тока идеальной жидкости.

При определенных условиях предельные линии тока отклоняются настолько сильно, что образуются области, в которые они не проникают. Особые линии тока, ограничивающие такие области на поверхности тела, являются линиями отрыва. К линиям отрыва предельные линии тока стекают с обеих сторон (фиг. 2). Подобное определение линии отрыва и экспериментальное подтверждение для случая несжимаемой жидкости содержится в работе [1].

В области до линии отрыва на характеристики пограничного слоя влияет предыстория развития слоя от линий и точек растекания. В области отрыва характеристики слоя зависят как от предыстории слоя до линии отрыва, так и от развития вязкого слоя от точек растекания за линией отрыва. Уравнения пограничного слоя при этом не применимы.

Для определения линий трехмерного отрыва непригодно большинство признаков, указанных для случая двухмерного течения.

Условие  $\tau_w = 0$  в общем случае несправедливо, поскольку сила трения при трехмерном течении вдоль линии отрыва отлична от нуля. Значения  $\tau_w = 0$  и соответственно все определения двухмерного отрыва справедливы только в особых точках пересечения линий отрыва с линиями стекания и растекания идеальной жидкости.

Форма профилей скорости при трехмерном течении зависит от выбора системы координат на поверхности. «Отрывной» профиль можно получить, например, проектируя распределение скорости на плоскость, нормальную к предельной линии тока на поверхности тела (фиг. 3).

Семейство предельных линий тока на поверхности находится из следующего условия:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\tau_{w\alpha}}{\tau_{w\beta}} = \frac{h_2' d\beta}{h_1' d\alpha} \quad (2.1)$$

где  $\tau_{w\alpha}$  и  $\tau_{w\beta}$  — составляющие по осям  $\alpha$  и  $\beta$ .

Линией отрыва будет та линия семейства (2.1), которая проходит через особые точки отрыва, где  $\tau_w = 0$ . Отсюда следует, что в случае трехмерного течения по локальным характеристикам пограничного слоя невозможно установить наличие отрыва.

**3. Поверхность отрыва.** При отрыве двухмерного пограничного слоя от линии отрыва внутрь слоя под некоторым углом отходит поверхность тока. Расход газа в сечении пограничного слоя между поверхностью тела и этой поверхностью тока равен нулю, что связано с наличием возвратных течений. В случае отрыва трехмерного пограничного слоя существование поверхности тока, отходящей внутрь слоя, не очевидно. Рассмотрим условия, при которых такая поверхность может возникнуть.

Положение поверхности тока в трехмерном пограничном слое определяется условием непроницаемости, т. е. равенства нулю расхода через эту поверхность. В системе криволинейных ортогональных координат это условие имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ h_1 \int_0^y \rho w dy \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ h_2 \int_0^y \rho u dy \right] = 0 \quad (3.1)$$

Если распределение скорости и плотности внутри пограничного слоя известно, то из уравнения (3.1) можно определить семейство поверхностей тока

$$y = F(x, y, C) \quad (3.2)$$

Поверхность тока, проходящую через линию отрыва, будем в дальнейшем называть поверхностью отрыва.

Рассмотрим в качестве примера уравнение (3.1) на линии растекания, где

$$w = 0, \quad h_1 = 1, \quad dF/dz = 0$$

Переходя к переменной  $\eta$ , получим

$$\rho_w \int_0^\eta \frac{\partial w}{\partial z} d\eta + \frac{\partial}{\partial x} h_2 \rho_w \int_0^\eta u d\eta = 0 \quad \left( \eta = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_w} dy \right) \quad (3.3)$$

Распределение скоростей при малых  $\eta$  представим в виде рядов

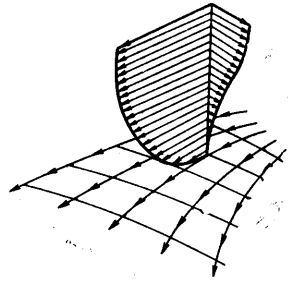
$$u = \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \eta + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right)_{\eta=0} \eta^2 + O(\eta^3) \quad (3.4)$$

Тогда с учетом, что  $\left( \frac{\partial}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = \left( \frac{\partial}{\partial y} \right)_{\eta=0}$ , получаем

$$u = \frac{\tau_{wx}}{\mu_w} \eta + \frac{1}{2\mu_w} \left( \frac{\partial \tau_{wx}}{\partial y} \right)_{\eta=0} \eta^2 \quad (3.5)$$

Аналогично

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tau_{wz}}{\partial z} \right)_{\eta=0} \eta + \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial^2 \tau_{wz}}{\partial z \partial y} \right)_{\eta=0} \eta^2 \quad (3.6)$$



Фиг. 3

Совмещая точку  $x = 0$  с точкой отрыва, будем искать поверхность отрыва в окрестности этой точки в виде  $\eta = ax$ . Кроме того, в окрестности этой точки

$$\partial\tau_{wz} / \partial x = b \quad (3.7)$$

где  $a$  и  $b$  — константы. После подстановки в (3.5), пренебрегая степенями  $\eta$  выше второй и сокращая на  $a$  (отыскивается решение  $a \neq 0$ ), получаем при  $T_w = \text{const}$

$$a = - \left( 3 \frac{\partial\tau_{wx}}{\partial x} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial\tau_{wz}}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial\tau_{wx}}{\partial y} \right)^{-1} \quad (3.8)$$

В случае двумерного течения

$$a = - 3 \frac{\partial\tau_{wx} / \partial x}{\partial\tau_{wx} / \partial y} \quad (3.9)$$

В точке отрыва

$$\frac{\partial\tau_{wx}}{\partial x} < 0, \quad \frac{\partial\tau_{wx}}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} > 0$$

и поверхность отрыва всегда отходит от поверхности тела под конечным углом. В случае трехмерного отрыва условием отхода поверхности отрыва внутрь слоя является

$$3h_2 \frac{\partial\tau_{wx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{wz}}{\partial z} < 0 \quad (3.10)$$

Первый член (3.10) всегда меньше нуля. Второй член на линии растекания больше нуля, так как трение растет при удалении от линии растекания. При больших значениях  $\partial\tau_{wz} / \partial z$  поверхность отрыва не отойдет от поверхности тела, т. е. любая поверхность, выходящая из точки отрыва, является проницаемой для линий тока.

На линии стекания  $\partial\tau_{wx} / \partial z$  отрыв всегда сопровождается отходом поверхности тока от поверхности тела.

4. Критерии подобия. Использование условия, что в точке отрыва  $\tau_w = 0$ , или условия, что профиль скорости принимает вполне определенную «отрывную» форму, дает возможность установить критерии отрыва для двумерного течения.

Из анализа уравнений двумерного ламинарного слоя следует критериальная зависимость

$$C_f \sim \frac{1}{\sqrt{R}} f(M, T_w / T_e, \varepsilon, P) \quad (4.1)$$

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_1^2}, \quad R = \frac{u_1 \rho L}{\mu}, \quad M = \frac{u_1}{a}, \quad \varepsilon = \frac{L}{\rho u_1^2} \frac{dp}{dx}$$

Если ввести предположение, что профиль скорости в пограничном слое и напряжение трения в некоторой точке поверхности целиком определяются условиями в данном сечении, то в качестве характерного линейного размера можно принять толщину слоя  $\delta$ . Имея в виду, что

$$\frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{R}} \quad \text{или} \quad \frac{L}{\delta} \sim R_\delta \quad (4.2)$$

получаем из (4.1)

$$\zeta = f_1(M, T_w / T_e, P, \Gamma) \quad \left( \Gamma = \frac{\delta}{\rho u_1^2} \frac{dp}{dx}, \quad R_\delta = \frac{\delta^2}{\mu u_1} \frac{dp}{dx}, \quad \zeta = \frac{\tau_w \delta}{\mu u_1} \right) \quad (4.3)$$

При установлении этой зависимости пренебрегается влиянием производных от толщины пограничного слоя по координате  $x$ , а также влиянием

производных второго и более высоких порядков от давления по координате  $x$ . Критериальная зависимость (4.3) связывает  $\zeta$  с параметром  $\Gamma$  в каждом сечении слоя. В точке отрыва  $\tau_w = 0$ ,  $\zeta = 0$  и

$$\Gamma_{0l} = \frac{\delta^2}{\mu u_1} \frac{dp}{dx} = \Phi(M, T_w/T_e, P) \quad (4.4)$$

Значение  $\Gamma_{0l}$  часто называют критерием отрыва ламинарного пограничного слоя. Для турбулентного слоя зависимость (4.4) сохраняет тот же вид, если вместо молекулярной вязкости подставить некоторую эффективную турбулентную вязкость

$$\zeta_{0l} = \frac{\tau_w \delta}{\mu' u_1} = f(M, T_w/T_e, P, \Gamma_{0l}) \quad \left( \Gamma_{0l} = \frac{\delta^2}{\mu' u_1} \frac{dp}{dx} \right) \quad (4.5)$$

Эффективная вязкость  $\mu'$  находится из соотношения  $\tau_w = \mu' u_1 / \delta$ . Из экспериментов для турбулентного слоя [2] следует, что  $\tau_w \sim \rho u_1^2 / R_\delta^N$ . Отсюда  $\mu'$  и критерий подобия

$$\zeta_{0l} = \frac{\tau_w}{\rho u_1^2} R_\delta^N, \quad \Gamma_{0l} = \frac{\delta}{\rho u_1^2} \frac{dp}{dx} R_\delta^N \quad (4.6)$$

Значение  $N$  на пластине ( $dp/dx = 0$ ) равно  $1/4$  при  $R_x \approx 10^6$  и уменьшается при увеличении числа Рейнольдса.

При приближении к точке отрыва профиль скорости стремится к виду, близкому к виду профилю в свободной струе, и условия в пограничном слое становятся близкими условиям в струе. При этом молекулярная вязкость выпадает из числа определяющих параметров, и, следовательно, можно принять, что  $N = 0$ . Отсюда в точке отрыва

$$\Gamma_{0l} = \frac{\delta}{\rho u_1^2} \frac{dp}{dx} = \Phi_2(M, T_w/T_e, P) \quad (4.7)$$

Критерии подобия, выполняющиеся на линии трехмерного отрыва, могут быть получены из предположения, что профили скоростей в проекции на плоскость, нормальную к линии отрыва, принимают отрывную форму, соответствующую определенному значению  $\Gamma$ . Совмещая ось  $m$  с линией отрыва и ось  $n$  с нормалью к этой линии, получаем для ламинарного течения

$$\Gamma_{0l} = \frac{\delta^2}{\mu w_{1n}} \frac{\partial p}{\partial n} = \Phi_3 \left( M, \frac{T_w}{T_e}, P, \frac{\partial p / \partial n}{\partial p / \partial m}, \frac{w_{1n}}{U} \right) \quad (4.8)$$

Здесь  $w_{1n}$  — компонента скорости в проекции на ось  $n$ . Для турбулентного слоя получаем аналогично из (4.6)

$$\Gamma_{0l} = \frac{\delta^2}{\mu' w_{1n}} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (4.9)$$

Значение эффективной турбулентной вязкости определяется полным вектором скорости  $U_1$

$$\mu' = \frac{\rho U_1 \delta}{R_\delta^N} \quad \left( R_\delta = \frac{\rho U_1 \delta}{\mu} \right) \quad (4.10)$$

Отсюда

$$\Gamma_{0l} = \frac{\delta}{\rho U_1 w_{1n}} \frac{dp}{dn} R_\delta^N = \Phi_4 \left( M, \frac{T_w}{T_e}, \frac{\partial p / \partial n}{\partial p / \partial m}, \frac{w_{1n}}{U_1} \right) \quad (4.11)$$

Значение  $N$ , в отличие от двухмерного случая, не стремится к нулю при приближении к линии отрыва, поскольку значение  $\tau_w$  на этой линии не равно нулю. По мере удаления от особых точек отрыва, где  $\tau_w = 0$ , значение  $N$  изменяется от нуля до значения  $N \approx 0.25$ , соответствующего течению на пластине.

Для приближенного расчета при определении значений  $\Gamma_{0l}$  и  $\Gamma_{0t}$  можно воспользоваться результатами исследований двухмерного течения, предположив, что влияние  $(\partial p/\partial n)/(\partial p/\partial m)$  и  $w_{1n}/U_1$  на значение критерия отрыва невелико. При этом течение вдоль линии отрыва будет оказывать влияние через распределение плотности, зависящее от числа  $M$  течения в данной точке. В случае турбулентного течения критерий подобия  $\Gamma_{0t}$  существенно зависит от значения полного вектора скорости  $U_1$ , определяющего турбулентный перенос.

5. Уравнение линии отрыва. Используя выражения для критериев отрыва, получим выражения для угла  $\gamma$  между линией тока на поверхности тела и на внешней границе пограничного слоя. Из фиг. 4 следует

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{h_1'} \frac{\partial p}{\partial \alpha} \sin \gamma + \frac{1}{h_2'} \frac{\partial p}{\partial \beta} \cos \gamma \quad (5.1)$$

$$w_{1n} = U_1 \sin \gamma \quad (5.2)$$

Формпараметры связаны между собой следующим соотношением

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_n \frac{w_{1n}}{U_1} \frac{1}{h_1'} \frac{\partial p/\partial \alpha}{\partial p/\partial n} \quad (5.3)$$

Используя (5.1) и (5.3), получим (5.4)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h_2' d\beta}{h_1' d\alpha} = \left( \frac{1}{h_2'} \frac{dp}{d\beta} \right) \left( \frac{1}{h_1'} \frac{dp}{d\alpha} \right)^{-1} \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_0 - \Gamma_\alpha}$$

Здесь

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_{\alpha l} = \frac{\delta^2}{\mu U_1} \frac{\partial p}{h_1' \partial \alpha} \quad (\text{для ламинарного течения})$$

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_{\alpha t} = \frac{\delta}{\rho U_1^2} \frac{\partial p}{h_1' \partial \alpha} R_\delta N \quad (\text{для турбулентного течения})$$

Полученная формула (5.4) дает возможность определить семейство предельных линий тока в координатах  $\alpha, \beta$ . Для отыскания линий отрыва необходимо найти точки  $\tau_w = 0$  на линиях стекания или растекания, через которые и проходит линия отрыва.

6. Расчет при известном направлении линии отрыва. Рассмотрим течение на поверхности бесконечного цилиндра со скольжением и острого конуса под углом атаки, обтекаемого сверхзвуковым потоком. Пусть ортогональная криволинейная система координат построена так, что линия  $z = \text{const}$  совпадает с образующей тела.

Уравнения трехмерного пограничного слоя преобразуются в этих случаях к двум переменным. Отрыв наступает при некотором значении  $z = \text{const}$ , и линия отрыва совпадает с одной из образующих.

На фиг. 5 приведена фотография картины течения на поверхности острого конуса  $\theta = 15^\circ$ , обтекаемого сверхзвуковым потоком (число  $M = 3.6$ ) под углом атаки  $\alpha = 30^\circ$ . Визуализация течения осуществлялась при помощи нанесения краски. Положение линии отрыва фотографировалось кинопулеметом во время пуска. Как видно из фотографии, линия отрыва на конусе прямолинейна и совпадает с одной из образующих. Значение угла  $\gamma$  на линии отрыва равно углу между линией тока идеальной жидкости и образующей ( $z = \text{const}$ )

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{w_1}{u_1}, \quad \sin \gamma = \frac{w_1}{U_1}, \quad \cos \gamma = \frac{u_1}{U_1} \quad (6.1)$$

Кроме того, вдоль линии тока

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{1}{h_1'} \frac{\partial p}{\partial \alpha} = \frac{1}{h_2'} \frac{\partial p}{\partial z} \sin \gamma, \quad \frac{1}{h_2'} \frac{\partial p}{\partial \beta} = \frac{1}{h_2'} \frac{\partial p}{\partial z} \cos \gamma \quad (6.2)$$

На цилиндре коэффициента Ламе  $h_1 = h_2 = 1$ , на конусе  $h_1 = 1, h_2 = R_0 = x \sin \theta$ . Подставляя (6.2) в (5.4), получим, что на линии отрыва

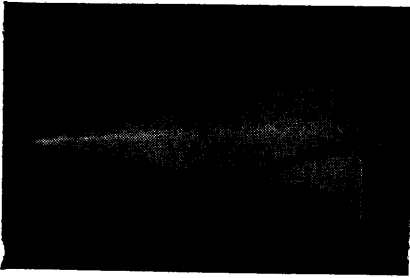
$$\Gamma_\alpha = \Gamma_0 w_1^2 / U_1^2 \quad (U_1^2 = u_1^2 + w_1^2) \quad (6.3)$$

Следовательно, отрыв на конусе под углом атаки и на цилиндре со скольжением возникает на образующих, на которых значение критерия подобия  $\Gamma_\alpha$  вдоль линии тока меньше, чем  $\Gamma_0$ .

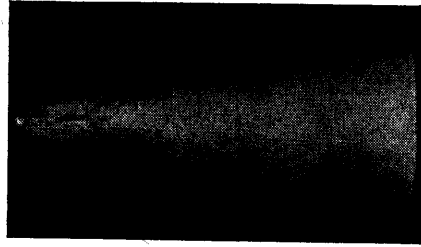
Если перейти к значениям градиента давления по окружности, то отрыв на цилиндре со скольжением при ламинарном режиме течения наступает при

$$\frac{\delta^2}{\mu w_1} \frac{1}{h_2} \frac{\partial p}{\partial z} = \Gamma_{0l}, \quad \Gamma_{0l} = f(M, T_w / T_e, P) \quad (6.4)$$

Этот результат для течения несжимаемой жидкости можно получить непосредственно, так как уравнения пограничного слоя в этом случае не зависят от скорости сколь-



Фиг. 5



Фиг. 6

жения. При этом отрыв определяется так же, как и при двухмерном обтекании поперечно стоящего цилиндра, что согласуется с формулой (6.4).

В случае турбулентного режима течения формула (6.3) преобразуется к виду

$$\frac{\delta}{\rho U_1^2} \frac{1}{h_1'} \frac{\partial p}{\partial x} R_\delta^N = \Gamma_{0l} \frac{w_1^2}{U_1^2} \quad (6.5)$$

или, переходя к значениям градиента давления на окружности, имеем

$$\frac{\delta}{\rho U_1 w_1} \frac{1}{h_2} \frac{\partial p}{\partial z} R_\delta^N = \Gamma_{0l} \quad (6.6)$$

Полученное выражение, в отличие от (5.8), для ламинарного течения существенно зависит от скорости скольжения, так как полный вектор скорости

$$U_1 = \sqrt{u_1^2 + w_1^2}, \quad \Gamma_{0l} = f(M, T_w / T_e, P)$$

**7. Отрыв на линии стекания.** Линиями стекания или растекания называются линии тока на поверхности тела, имеющие геодезическую кривизну, равную нулю. На телах, обтекаемых под углами атаки, они совпадают с образующими, распадающимися в плоскости симметрии. При этом на наветренной — линия стекания.

Отрыв на линии стекания возникает при обтекании осесимметричных тел, начная с некоторого угла атаки. В проекции на нормаль к линии стекания, совпадающей с осью  $x$ , имеем

$$-\frac{1}{\rho h_2} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{w_1}{h_2} \frac{\partial w_1}{\partial z} + \frac{u_1 w_1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} \quad (7.1)$$

Подставляя в (6.4), имеем условие отрыва для ламинарного течения

$$\Gamma_{0l} = -\frac{\rho u_1 \delta^2}{\mu h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} \left( \frac{\partial w_1 / \partial z}{u_1 \partial h_2 / \partial x} + 1 \right) = -\frac{\delta^2 R_x}{x} \frac{\partial h_2}{h_2} \frac{\partial x}{\partial x} \left( \frac{\partial w_1 / \partial z}{u_1 \partial h_2 / \partial x} + 1 \right) \quad (7.2)$$

На теле с криволинейной образующей отрыв на линии стекания может быть двух типов. При наличии положительного градиента давления вдоль образующей, совпадающей с линией стекания, отрыв возникает в точке  $\Gamma_{0l} = \Gamma_{0l}$ . Точка отрыва на линии стекания будет особой точкой, в которой  $\tau_w = 0$  и угол  $\gamma = 1/2\pi$ , т. е. линия отрыва будет отходить по нормали от линии стекания.

На фиг. 6 представлена картина течения и на фиг. 7 зафиксирована линия отрыва на поверхности затупленного конуса  $\theta = 10^\circ$  при  $M = 2.9$  и  $R = 7.8 \cdot 10^6$  и угле атаки  $\alpha = 20^\circ$ . Как видно из фиг. 6, 7, линия отрыва отходит от линии стекания ( $z = \pi$ ) под углом  $\gamma = 1/2 \pi$ .

Если значение формпараметра в направлении  $z$  достигает отрывного значения раньше, чем значение  $\Gamma_\alpha$ , то возникает отрыв в поперечном направлении. Если значение формпараметра достигнет отрывного значения сразу в двух направлениях, то возникает точка стекания ( $\tau_w = 0$ ).

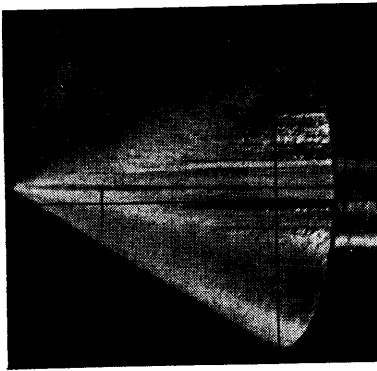
Частным случаем отрыва на линии стекания является отрыв на линии стекания остроуго конуса под некоторым углом атаки. При этом отрыв образуется сразу по всей образующей конуса. Для ламинарного отрыва условие отрыва определяется из уравнения (7.2).

$$\Gamma_{0l} = -\frac{3}{2} \frac{\delta^2 R_x}{x^2} \left( K + \frac{2}{3} \right) \quad \left( K = \frac{2}{3} \frac{\partial w_1 / \partial z}{u_1 \sin \theta} \right) \quad (7.3)$$

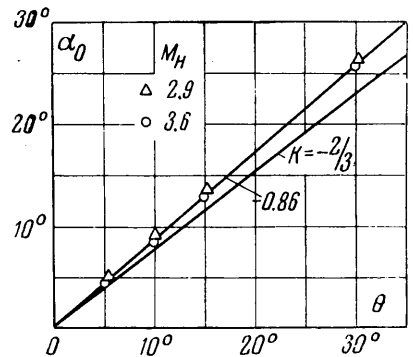
Здесь  $K$  — параметр трехмерности. На конусе из условия автомодельности имеем

$$\frac{\delta^2 R_x}{x^2} = \delta^\circ(K), \quad \Gamma_{0l} = -\frac{3}{2} \delta^\circ \left( K + \frac{2}{3} \right) \quad (7.4)$$

Отсюда следует, что момент возникновения отрыва не зависит от  $R_x$  и возникает при значениях  $K < -2/3$ . Следует заметить, что слабая зависимость от числа  $R_x$  будет все же иметь место за счет влияния толщины вытеснения на распределение давления и соответственно — на параметр  $K$ , особенно при небольших  $R_x$ .



Фиг. 8



Фиг. 9

На фиг. 8 приведена фотография картины течения на поверхности конуса в окрестности линии стекания.

При  $\theta = 30^\circ$ ,  $M = 6$  и угле атаки  $\alpha = 20^\circ$  значение  $K \approx -2/3$ .

Как видно из фиг. 8, линии тока при этом примерно параллельны друг другу.

Поскольку  $d^2 p / dz^2 = 0$  при  $K = -2/3$ , то течение в окрестности линии стекания близко по характеру течению на плоской пластине.

При увеличении угла атаки линии тока стекаются к линии  $z = \pi$ .

При некотором значении  $\alpha = \alpha_0$  возникает область отрыва, расширяющаяся в обе стороны от линий  $z = \pi$  при  $\alpha > \alpha_0$ .

На фиг. 9 представлены экспериментально определенные значения  $\alpha_0$  в зависимости от  $\theta$  при  $M = 2.9, 3.6$  и  $R_x \approx 10^6$ , там же приведены расчетные кривые значений угла атаки, соответствующие значениям параметра  $K = -2/3$  и  $K = -0.85$ , полученные экстраполяцией расчетных данных работы [3]. Как видно, отрыв наступает при  $K = -0.85$ . При этом линия отрыва находится на наветренной поверхности конуса.

Поступило 8 V 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Eichelbrenner E., Oudart A. Observations sur un critere de decollement laminaire dans la couche limite tridimensionnelle Rech., aeronaut; 1954, No 40.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Изд. иностр. лит., 1956.
3. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. Изд-во «Наука», 1964.