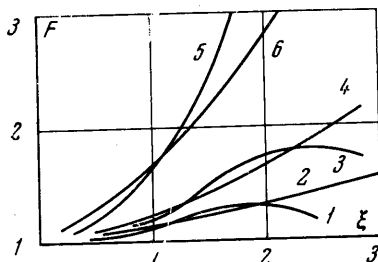


От ψ_2 , ζ_2 уравнения (5) перейдем к переменным ψ_3 , ζ_3 по формулам

$$\zeta_3 = f_1(\zeta_2), \quad \psi_3 = \psi_2 f_2(\zeta_2)$$

где функции f_1 и f_2 выбраны так, чтобы новое уравнение являлось уравнением типа Чаплыгина. Это преобразование применял Жермен к трансзвуковым течениям газа [6]. В полученном уравнении ($i = 3$)



Фиг. 2

$$\zeta_3 = \frac{c_1 \zeta_2}{c_1 + \zeta_2}, \quad f_2 = \frac{c_2}{c_1 + \zeta_2}$$

$$K_3(\zeta_3) = K_2(\zeta_2) \left(\frac{c_1 + \zeta_2}{c_1} \right)^4 \quad (7)$$

Здесь c_1 — существенная произвольная постоянная, которую используем для улучшения аппроксимации. Для упрощения вычислений будем сравнивать $\sqrt{K_1} / \sqrt{K_2}$ с $\sqrt{K_3} / \sqrt{K_2}$. На фиг. 2 кривые 1, 3, 5 изображают $\sqrt{K_1} / \sqrt{K_2}$ при h^2 равном 8, 10, 16, соответственно, а кривые 2, 4, 6, изображают $\sqrt{K_3} / \sqrt{K_2}$ при c_1 , равном 13, 9, 5.

Как можно заключить из этих графиков, преобразование (7) позволяет получить лучшее приближение к точному коэффициенту Чаплыгина, чем $\sqrt{K_2}$. Например, при $\kappa = 1.22$ ($h^2 = 10$) $\sqrt{K_1}$ и $\sqrt{K_3}$ близки в интервале $0 < \zeta < 2.3$, что соответствует $2 < M < \infty$. Формулы (7) и (4) позволяют по заданным краевым условиям для уравнения (5) ($i = 3$) поставить соответствующие краевые задачи для уравнения Дарбу, решение которого известно [3, 4]. Затем обратным переходом по тем же формулам определить искомые решения.

Поступило 20 IX 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Христьянович С. А. Приближенное интегрирование уравнений сверхзвукового течения газа. Прикл. матем. и механ., 1947, т. 11, № 2.
2. Фалькович С. В. Плоское движение газа при больших сверхзвуковых скоростях. Прикл. матем. и механ., 1947, т. 11, № 4.
3. Воробьев О. С. Приближенное аналитическое представление плоских сверхзвуковых течений газа. Докл. АН СССР, 1958, т. 122, № 5.
4. Державина А. И., Чуканова Т. И. Интегрирование уравнений плоскоизэнтропического движения газа с большими сверхзвуковыми скоростями. Инж. ж., т. 3, № 1, 1963.
5. P. Germain et M. Fenain. Sur une correspondance simple entre les solutions de deux équations aux dérivées partielles, et son application à l'étude approchée des écoulements transsoniques. C. Pr. Acad. Sci. Paris., 1952, 234, 6.

ОБ ЭФФЕКТЕ РАДИАЦИОННОГО ЭНТРОПИЙНОГО СЛОЯ

Е. А. РОМИШЕВСКИЙ (Москва)

В работе [1] рассмотрено гиперзвуковое обтекание затупленного тела в окрестности точки торможения с учетом «объемного высвечивания» воздуха за ударной волной. Было отмечено, что вблизи поверхности тела при этом образуется слой с пониженным, за счет излучения, значением энтропии газа и повышенным значением его плотности. Этот «радиационный энтропийный слой» от критической точки будет простирается вниз вдоль обтекаемой поверхности и будет влиять на конвективную теплопередачу к телу. Далее исследована структура этого слоя.

Рассмотрим уравнение энергии, содержащее в правой части член $E(i, \rho)$ — излучаемую с единицы объема энергию. Проведем оценку членов в этом уравнении отдельно для струйки газа 1, проходящей непосредственно вблизи оси симметрии, и для другой струйки 2, находящейся от нее на некотором расстоянии (см. фигуру). Отношение W характерных членов излучения к конвективным членам в первом и втором случаях соответственно будет

$$W_1 \approx \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} W_2, \quad W_2 \approx \frac{ER}{\rho_\infty u_\infty^3} \quad \left(\kappa = \frac{c_p}{c_v} \right)$$

Здесь c_p и c_v — удельные теплоемкости. Из оценок видно, что при гиперзвуковом обтекании затупленного тела может быть реализован случай, когда $W_2 \ll W_1 \sim 1$.

Указанное различие величин W_1 и W_2 обусловлено тем, что частицы, проходящие вблизи критической точки, движутся значительно медленнее, чем соседние, более удаленные от оси симметрии, и, следовательно, больше излучают. При этом в близкой к оси симметрии струйке газа происходит значительное изменение полной энтальпии, в то время как в остальной области обтекающего потока изменением этой величины можно пренебречь.

Изменение полной энтальпии вдоль струйки тока вблизи оси симметрии можно представить в виде

$$i + \frac{v^2}{2} \approx \frac{v_\infty^2}{2} - \int_0^\Delta \frac{E(i, \rho)}{\rho u} dx \quad (1)$$

Интегрирование производится от ударной волны до поверхности тела. Учитывая [1], что излучение почти не изменяет профиля скорости вблизи точки торможения, получим, что

$$\int_0^\Delta \frac{E(i, \rho)}{\rho u} dx \approx \int_{\Delta - \delta_r}^\Delta \frac{E(i, \rho)}{\rho u} dx = \Delta i_r \quad (2)$$

Под величиной δ_r будем в дальнейшем понимать характерный размер радиационного диссипативного слоя вблизи критической точки, а под величиной Δi_r — «потерянную» за счет излучения удельную энтальпию. Также будет выражаться и изменение удельной энтропии

$$\int_{\Delta - \delta_r}^\Delta \frac{E(i, \rho)}{\rho u T} dx = \Delta S_r \quad (3)$$

Общее изменение энтропии невозмущенного газа будет складываться из изменения энтропии в ударной волне ΔS_b и отмеченного уже изменения энтропии за счет излучения

$$\Delta S = \Delta S_b - \Delta S_r \quad (4)$$

Величины δ_r , Δi_r , ΔS_r могут быть вычислены по результатам расчета течения с излучением в окрестности точки торможения [1].

В силу тонкости ударного слоя давление в обтекающем газе почти не изменяется, поэтому уменьшение за счет излучения энтальпии должно привести к дополнительному сжатию газа в ударном слое и, следовательно, — к уменьшению величины Δ — расстояния от скачка до тела. Эти факторы, очевидно, приводят к уменьшению потока радиации к телу у точки торможения. Уменьшение энтальпии на внешней границе пограничного слоя у точки торможения также должно привести и к уменьшению конвективного теплового потока. «Радиационный энтропийный слой» от критической точки будет распространяться вниз вдоль обтекаемой поверхности тела и будет влиять на конвективную теплопередачу к телу и в этих областях течения.

Следует заметить, что рассмотренный эффект свойственен в той или иной мере всем многомерным неизэнтропическим течениям, где процессы диссипации связаны с характерным временем пребывания частицы среды в некоторой области потока [2, 3].

Рассмотрим далее, как будет формироваться «радиационный энтропийный слой» вдоль обтекаемой поверхности тонкого затупленного тела с образующей $y = y(x)$. Используя условия, что $W_2 \ll W_1 \sim 1$ и (2) — (4), а также метод, применяемый в работах [3, 4], получим для толщины слоя $\Delta y(x)$ выражение

$$\Delta y(x) \approx \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \frac{\delta_r^{2+\nu}}{\Delta} \exp \frac{-\Delta S_r}{c_p} [y'(x)^{2/\kappa} y(x)^\nu]^{-1} \left[\left(1 - \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \exp \frac{-\Delta S_r}{c_p} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times y'(x)^2 (\kappa - 1/\kappa) - \frac{2\Delta i_r}{u_\infty^2} \right)^{-1/2} \right] \quad (5)$$

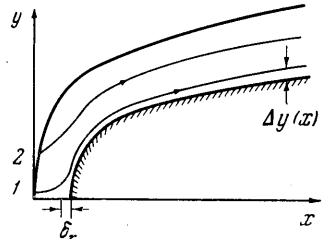
где $\nu = 0$ и 1 для плоского и осесимметричного случая соответственно.

Если считать, что $f(x) = Cx^n$, то при $n < 2 / (2 + \nu\kappa)$ толщина слоя будет увеличиваться по мере удаления от носика тела. Параметры обтекающего потока в слое будут иметь следующий вид:

$$\rho(x) \approx \rho_\infty u_\infty^2 y'^2(x), \quad \rho(x) \approx \rho_\infty \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \exp \frac{\Delta S_r}{c_p} [y'(x)]^{2/\kappa} \quad (6)$$

$$i(x) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p(x)}{\rho(x)} \approx \frac{\kappa}{\kappa + 1} u_\infty^2 \exp \frac{-\Delta S_r}{c_p} [y'(x)]^{2(\kappa - 1)/\kappa} \quad (7)$$

$$u^2(x) \approx u_\infty^2 \left(1 - \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \exp \frac{-\Delta S_r}{c_p} [y'(x)]^2 (\kappa - 1/\kappa) - 2\Delta i_r \right) \quad (8)$$



Считая, что при $W_2 \ll 1$ наличие излучения не изменяет заметно положения ударной волны на большом расстоянии от носка тела, и применяя уравнения сохранения массы и импульса [5], получим, что разность между сопротивлением тонкого затупленного тела длины x с учетом и без учета излучения газа в области критической точки можно выразить в виде

$$X_u - X = 2\pi \int_{Y(x)}^{Y(x)+\Delta y(x)} \rho_r u_r (u - u_r) y(x) dy \quad (9)$$

Здесь $Y(x)$ — уравнение тела, u — скорость без учета излучения, индекс r относится к величинам в «радиационном энтропийном слое». Из соотношений (9) и (8) видно, что $X_u - X > 0$, что совпадает с результатами точного решения, полученного в работе [6] для любого значения W_2 .

Поступило 5 V 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Ромишевский Е. А. Расчет течения вблизи критической точки затупленного тела с учетом излучения. Инж. ж., 1965, т. 5, № 3.
2. Жигулев В. Н. Об эффекте релаксационного пограничного слоя. Докл. АН СССР, 1962, т. 144, № 6.
3. Гладков А. А. Об эффекте релаксационного энтропийного слоя. ПМТФ, 1964, № 1.
4. Сычев В. В. К теории гиперзвуковых течений газа со скачками уплотнения степенной формы. ПММ, 1960, т. 24, вып. 3.
5. Никольский А. А. О силовом действии гиперзвукового потока на тонкие тела в условиях излучения газа в окрестности затупления. Инж. ж., 1961, т. 1, № 3.
6. Ромишевский Е. А. Обтекание тонких тел гиперзвуковым потоком газа с учетом излучения. Инж. ж., 1963, т. 3, № 1.

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА СФЕРЕ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ РАВНОВЕСНО ДИССОЦИИРУЮЩЕГО ВОЗДУХА

И. Н. МУРЗИНОВ (Москва)

В работе коротко изложен метод и приведены результаты численных расчетов ламинарного пограничного слоя на сфере, движущейся с гиперзвуковой скоростью. Предполагается, что воздух в пограничном слое находится в равновесно диссоциированном состоянии, но число Прандтля в большинстве расчетов полагается постоянным. Предположение о постоянстве числа Прандтля, как показали отдельные расчеты, практически не отражается на распределении тепловых потоков по сфере.

Распределение тепловых потоков по сфере для $M_\infty \geq 10$ и $i_w \ll i_0$ носит универсальный характер. Это позволило результаты расчетов аппроксимировать простой формулой.

1. В обычных предположениях уравнения количества движения, неразрывности и энергии для ламинарного пограничного слоя в условиях равновесно диссоциирующего воздуха можно записать в виде [1]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{R_\infty} \frac{\partial u}{\partial y} \right), & \frac{\partial (r^y \rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (r^y \rho v)}{\partial y} &= 0 \\ \rho u \frac{\partial i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial i}{\partial y} &= u \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\sigma R_\infty} \frac{\partial i}{\partial y} \right) + \frac{\mu}{R_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 & (R_\infty = \rho_\infty V_\infty R_0 / \mu_\infty) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь xR_0 , yR_0 — расстояния вдоль образующей и по нормали к ней; uV_∞ , vV_∞ — составляющие скорости газа по осям x и y соответственно; $\rho\rho_\infty$, $\mu\mu_\infty$, $p\rho_\infty V_\infty^2$, iV_∞^2 — соответственно плотность, вязкость, давление и энтальпия газа; $v = 0$ — для плоского и $v = 1$ — для осесимметричного движений; rR_0 — расстояние от оси симметрии до образующей тела; σ — эффективное число Прандтля, учитывающее перенос тепла посредством диффузии; ρ_∞ , V_∞ , μ_∞ — плотность, скорость и вязкость газа в набегающем потоке, R_0 — характерный размер тела (радиус сферы).