

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРОТКИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЕЛ

Л. В. ГОГИШ

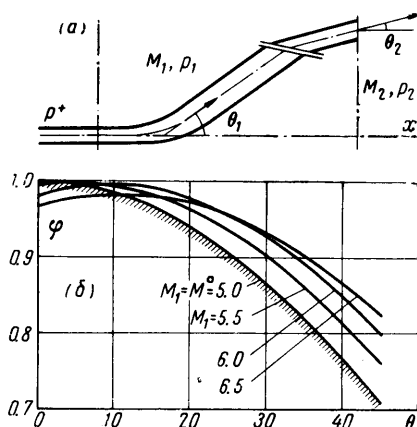
(Москва)

Задача профилирования контура сопла, обеспечивающего максимальную тягу при заданных условиях, например при заданных длине контура L и радиусе выходного сечения R , рассмотрена в ряде работ. В работе [1] показано, что с достаточной для многих приложений точностью вместо решения вариационной задачи можно просто использовать один из контуров семейства кратчайших осесимметричных сопел с равномерной характеристикой, проходящих через заданную точку с координатами L и R . Полученные в настоящее время численные решения вариационных задач [2, 3], относящиеся к изэнтропическим течениям, характеризуются тем, что область существования этих решений в физической плоскости ограничена [4], т. е. построение очень коротких осесимметричных сопел оказывается не всегда возможным. При этом для коротких сопел получается решение с изэнтропическим разрывом, т. е. наличием участка течения торможения в сопле, при котором ударная волна начинается на границе области влияния. Это позволяет предполагать, что при еще большей степени укорочения целесообразно использовать сопла со слабыми скачками уплотнения, получающимися вследствие дальнейшего увеличения кривизны контура сверхзвуковой части сопла, по сравнению с контуром укороченного идеального сопла с равномерной характеристикой.

1°. Сопла со скачками уплотнений. Целесообразность применения сопел с некоторым перерасширением потока и скачками уплотнения можно просто показать в рамках одномерной теории на примере течения в струйке тока некоторого сопла. В этой струйке (фиг. 1, а) газ с заданными параметрами торможения p^+ изэнтропически расширяется до некоторого заданного числа M_1 с направлением скорости под заданным углом θ_1 к оси x . Затем поток проходит слабый косой скачок уплотнения, в котором давление повышается до заданного давления $p_2 > p_1$ (число Маха становится равным $M_2 < M_1$), причем угол θ_2 становится меньше θ_1 . Коэффициент импульса такой струйки («косого» сопла) определим величиной φ — отношением полного импульса (в проекции на ось x) к импульсу идеального сопла с тем же отношением давлений в сопле

$$\varphi = \frac{z(M_2) \cos \theta_2}{z(M^\circ)}$$

Фиг. 1. Одномерное течение в струйке тока с перерасширением и скачком уплотнения при заданном отношении давлений: а) схема течения, б) зависимость коэффициента импульса струйки от начального угла наклона ($p^+ / p_2 = 530$, $k = 1.4$, $M_0 = 50$)

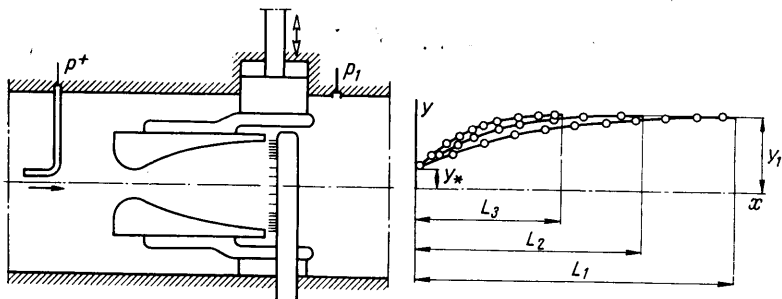


Здесь M° — расчетное значение числа M , соответствующее отношению давлений

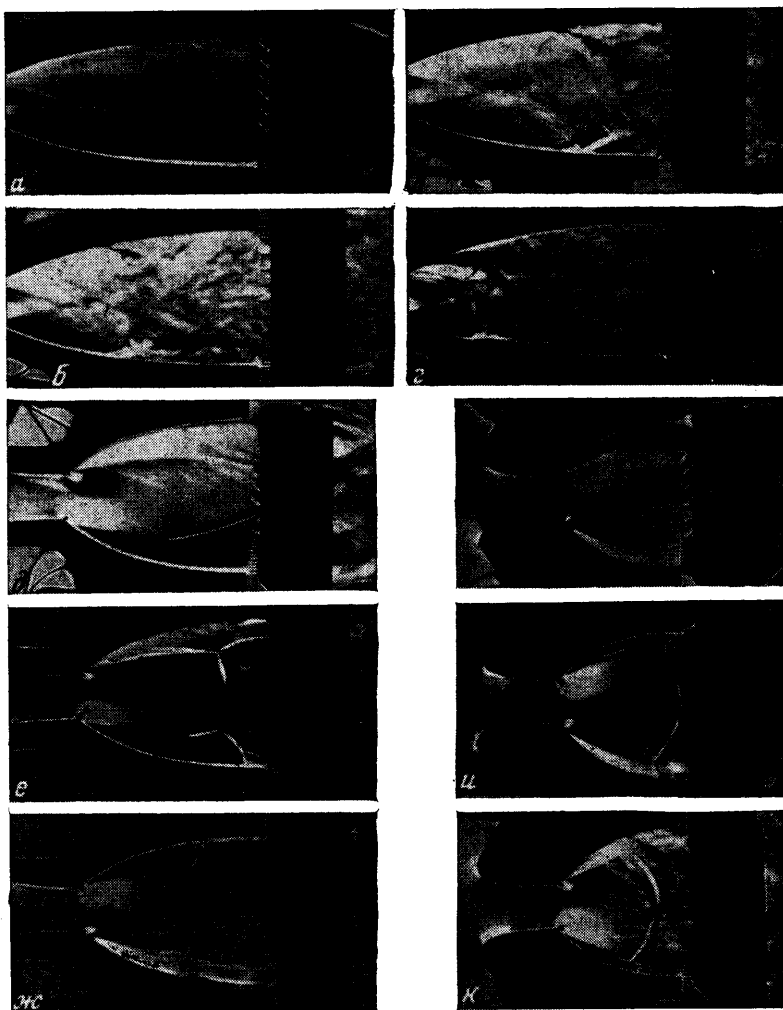
$$\frac{p_2}{p^+} = \pi(M^\circ), \quad z = \lambda + \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{M \sqrt{1/2(k+1)}}{\sqrt{1 + 1/2(k-1)M^2}}$$

В предельном случае изэнтропического сопла без скачка $M_1 = M^\circ$ и $\varphi = \cos \theta$. Результаты расчета коэффициента импульса по приведенной формуле, изображенные на фиг. 1, показывают, что при каждом данном угле $\theta > 0$ рассматриваемое сопло со скачком оказывается выгоднее, чем изэнтропическое; причем существует наилучшая степень перерасширения или число $M_1 > M^\circ$, которое тем больше, чем больше θ_1 . Отметим, что при этом угол $\theta_2 > 0$, т. е. газ выходит из сопла не в осевом направлении. Преимущества сопла со скачком возрастают с ростом θ_1 , т. е. с сокращением длины сопла.

Проведенное элементарное рассмотрение наглядно показывает целесообразность сопел со скачками уплотнения. Можно полагать, что этот результат, полученный в одномерной постановке, качественно справедлив и в общем случае двухмерных сопел.

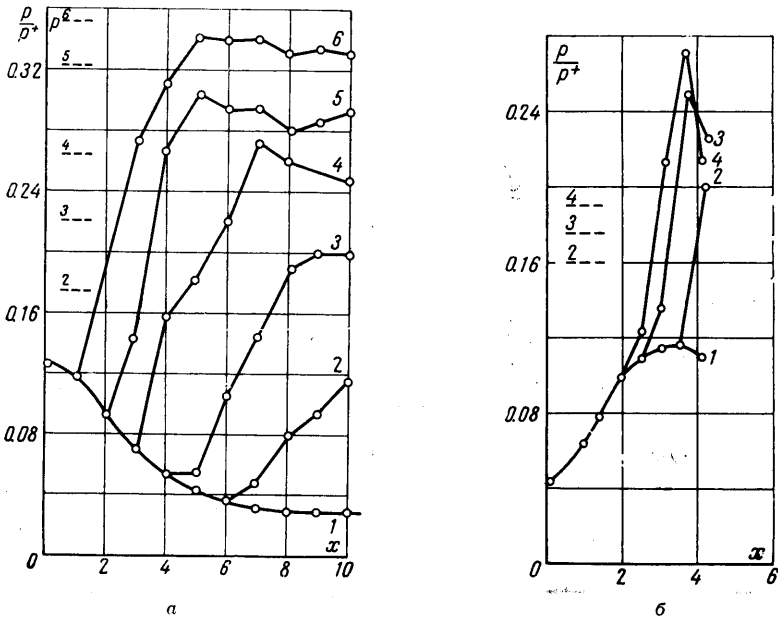


Фиг. 2. Схема рабочего участка установки и контуры сверхзвуковых частей сопел с указанием точек измерения давления



Фиг. 3. Фотографии потока в сопле (горизонтальное положение оптического ножа). Идеальное сопло 1 ($M^0 = 3.12$); а) расчетный режим; б) $p^+ / p_1 = 5.7$; в) $p^+ / p_1 = 3.8$; г) $p^+ / p_1 = 2.8$. Укороченное сопло 2 ($y^* / y_1 = 0.285$); д) расчетный режим; е) $p^+ / p_1 = 4.4$; ж) $p^+ / p_1 = 3.7$. Укороченное сопло 3 ($y^* / y_1 = 0.285$); з) расчетный режим и) $p^+ / p_1 = 3.9$; к) $p^+ / p_1 = 3.1$

2°. Модели и эксперимент. Экспериментальное исследование производилось на плоских соплах с угловой точкой и кратчайшим профилем сверхзвуковой части с однородным потоком на выходе и с профилями, аффинно укороченными вдоль оси x ; в последних соплах на расчетном режиме вследствие увеличения угла поворота в узком сечении и возрастания кривизны стенок заведомо существовали скачки уплотнения.



Фиг. 4. Распределение давлений на стенке сверхзвуковой части сопел: а) идеальное сопло 1; б) укороченное сопло 3.1 ($\gamma_* / \gamma_1 = 0,19$); штрих-отметки—давление внешней среды.

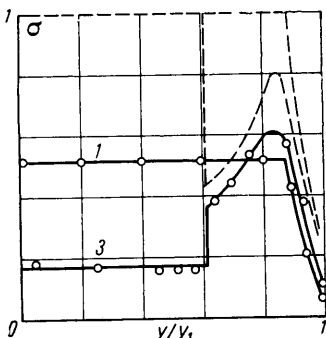
Использование оптического метода наблюдения позволило изучить расположение и форму скачков уплотнения, а также взаимодействие их с пограничным слоем. Отметим, что в случае осевой симметрии течение в пристеночных областях, поперечный размер которых мал по сравнению с расстоянием от оси, должно быть качественно аналогично рассмотренному плоскому течению. Исследовали три плоских профилированных сопла. Дозвуковая часть всех сопел была спрофилирована по линии тока течения несжимаемой жидкости в насадке Борда, что обеспечивает практически плоскую поверхность перехода $M = 1$ в критическом сечении. Профиль сверхзвуковой части идеального сопла 1 с угловым входом и равномерной характеристикой был построен для числа $M^* = 3.12$ по методу характеристик. Профили сверхзвуковой части сопел 2 и 3 были получены пропорциональным уменьшением продольной координаты x идеального сопла соответственно в $2/3$ и $1/2$ раза при сохранении координаты y (фиг. 2). Тангенс угла наклона стенки сверхзвуковой части сопла в угловой точке увеличивался соответственно в $3/2$ и 2 раза, что приводило к перерасширению потока за угловой точкой.

На поверхности верхней и нижней стенок сопел в средней плоскости располагалось по 11 точек измерения статического давления. Модели сопел устанавливались в канале прямоугольного сечения с шириной (расстоянием между оптическими стенками) 90 мм. В верхнем сечении располагалась гребенка насадков полного давления. Нижняя стенка сопла закреплялась неподвижно, верхняя стенка сопла могла перемещаться в вертикальном направлении, что обеспечивало возможность получения трех семейств сопел, каждое с постоянным профилем стенки, но с различными степенями расширения. При экспериментах верхняя стенка сопла располагалась на заданном расстоянии от нижней. Отношение давлений p^+ / p_1 устанавливалось таким, чтобы сверхзвуковое течение заполняло все сопло. В последующем отношение давлений уменьшалось, причем стачки, наблюдаемые визуально, постепенно входили в сопло. На каждом установленном режиме производилось искровое фотографирование потока при помощи прибора ИАБ-451, а также регистрировались статические давления вдоль стенок сопел и профили давлений, измеряемых гребенкой.

3°. Результаты. Полученные фотографии потока в соплах, распределения статического давления вдоль сверхзвуковой части и полного давления в выходном сечении сопел дают представление о характере расширения газа в исследованных моделях.

Несколько типичных фотографий потока, полученных с горизонтальным положением оптического потока, приведено на фиг. 3. В идеальном сопле 1 изменение параметров на расчетном режиме происходит непрерывным образом. Из-за небольшого относительного смещения верхней и нижней стенок сопла, возникавшего во время эксперимента, из угловых точек исходят линии малых возмущений — крайние характеристики веера разрежения (фиг. 3, а). При уменьшении располагаемого отношения давлений в сопло входит скачок уплотнения, взаимодействие которого с пограничным слоем вызывает возникновение λ -образных скачков близ стенок сопла и отрыв пограничного слоя (фиг. 3, б, в, г).

Иной характер имеет течение в укороченных соплах 2 и 3. На фотографиях фиг. 3, д, э отчетливо видны возникающие пристеночные слои сжатия, которые



начинаются непосредственно от угловой точки. В слое сжатия на некотором конечном расстоянии от стенки возникает ударная волна, не взаимодействующая с пограничным слоем. При уменьшении перепада давлений в сопле возникает сильная криволинейная ударная волна, взаимодействующая с пристеночным скачком уплотнения. Возникающий в результате взаимодействия отраженный косой скачок вызывает отрыв пограничного слоя.

Фиг. 5. Распределение полного давления в выходном сечении сопел 1 и 3.1 ($y_*/y_1 = 0.19$); шлошные линии с точками — показания насадков сопла, штриховые линии — расчетное значение полного давления в невозмущенном потоке.

На фиг. 4 представлены распределения статических давлений вдоль стенок сверхзвуковой части сопел 1 и 3. На расчетном режиме течения в идеальном сопле 1 происходит монотонное изэнтропическое расширение, в сопле 3, в пристеночной струйке тока, — монотонное изэнтропическое сжатие, не вызывающее отрыва пограничного слоя. При нерасчетных режимах течения, когда в сопле возникает сильная ударная волна, давление на стенке за областью отрыва в идеальном сопле 1 всегда ниже, а в укороченном сопле 3 — выше давления внешней среды.

На фиг. 5 показано распределение полного давления в выходном сечении идеального сопла 1 и укороченного сопла 3, полученные по формуле Рейля, по показаниям гребенки насадков полного давления и измеренному статическому давлению на стенке. Характерное уменьшение полного давления в случае сопла 3 с пристеночным скачком объясняется, по-видимому, потерями полного давления в этом скачке уплотнения.

4° **Приближенный способ расчета пристеночных скачков.** Расчет неравномерного сверхзвукового течения с криволинейным скачком даже в плоском случае представляет собой достаточно сложную задачу. Основное предположение, позволяющее существенно упростить построение такого течения, состоит в том, что направление потока между скачком и стенкой параллельно стенке, поскольку относительная толщина слоя сжатия (по сравнению с радиусом кривизны контура) невелика. Так как пристеночный скачок слабый, сначала можно рассмотреть изэнтропическое сжатие.

а) **Изэнтропический слой сжатия.** Считая поток вне пристеночного слоя внешним, параметры которого известны из расчета течения расширения, и пренебрегая потерями полного давления при сжатии, определим изменение числа M потока на границе слоя сжатия (обозначенной на схеме фиг. 6, а, буквой с) по обычной формуле Прандтля — Майера (см. фиг. 6, а)

$$v(M_0) - v(M_1) = \varepsilon \quad (\varepsilon = \theta_0 - \theta_1) \quad (1)$$

Здесь M_0 и M_1 — числа M внешнего потока и соответственно в слое сжатия на его границе; $v(M)$ — функция Прандтля — Майера; ε — угол поворота потока на границе слоя сжатия.

В соответствии с основным предположением вдоль характеристики первого семейства в слое сжатия направление потока параллельно стенке, тогда $\theta_1 = \theta_2$, а следовательно, и $\alpha_1 = \alpha_2$, т. е. эта характеристика прямолинейна и направление ее дается формулой $dy/dx = \operatorname{tg}(\theta_1 + \alpha_1)$.

Толщина слоя сжатия определяется из уравнения неразрывности

$$\frac{q(M)}{M} \frac{y_2 - y_1}{\sin(\theta_1 + \alpha_1)} = \psi_0 \quad \left(q(M) = \frac{\rho w}{(\rho w)_*} = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1}} M \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1}} \right) \quad (2)$$

Здесь y_1, y_2 — ординаты концов прямолинейной характеристики первого семейства в слое сжатия, $q(M)$ — приведенный расход, ψ_0 — значение функции тока на границе слоя сжатия, полученное из расчета внешнего течения. Из выражений (1), (2) путем последовательных приближений находят значения параметров вдоль прямолинейных характеристик первого семейства в слое сжатия и граница слоя сжатия. Все вычисления весьма просты, и практически достаточно трех приближений. Практически уже первое приближение, которое дается формулой (1), применяемой непосредственно на заданном контуре сопла в области невозмущенного течения, дает качественно верные результаты.

б) *Пристеночный скачок уплотнения.* При более точном рассмотрении необходимо воспользоваться формулами косога скачка и учесть изменение полного давления. Предполагая по-прежнему параметры внешнего невозмущенного потока перед скачком θ_0, α_0 известными, по заданной величине угла поворота линии тока в скачке ε определяются параметры потока за ним и местный угол наклона ударной волны β к линиям тока.

Вдоль характеристики первого семейства за скачком уравнение совместности имеет вид

$$dv - d\theta + \frac{\sin 2\alpha}{2k(k-1)} d \ln \varphi = 0$$

$$\left(\varphi = \frac{p}{\rho^k} \right) \quad (3)$$

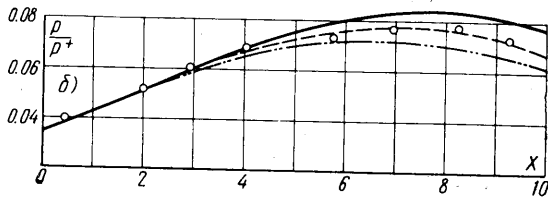
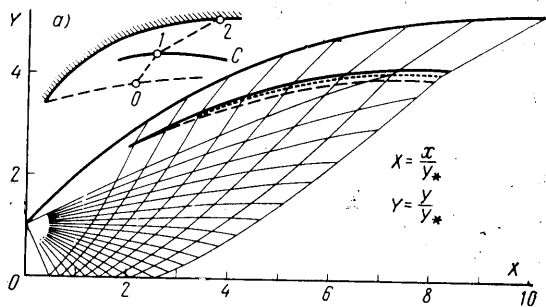
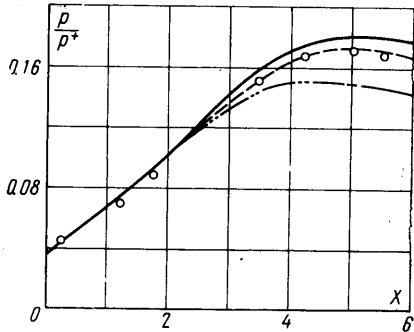
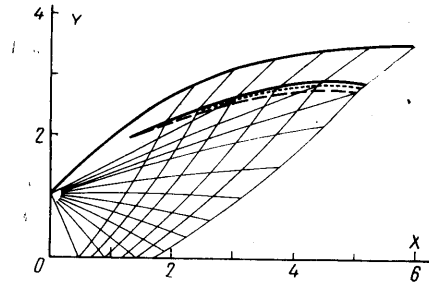
Записывая его в конечных разностях и считая $\theta_2 = \theta_1$, получим уравнение, определяющее величину числа M_2 на стенке

$$v(M_2) = v(M_1) - \frac{\sin 2\alpha_1}{2k} \ln \sigma$$

$$\left(\sigma = \frac{p_1^+}{p_0^+} \right) \quad (4)$$

Здесь σ — коэффициент потерь полного давления в скачке уплотнения.

При расчете толщины слоя сжатия действительное распределение параметров вдоль характеристики первого семейства в слое приближенно заменяется линейным, а средние значения параметров вдоль характеристики, обозначаемые плюс внизу, принимаются приближенно равными полусумме их значений на концах прямолинейной характеристики¹



Фиг. 6. Расчет пристеночных скачков уплотнения: а) схема расчета; б) распределение давлений на контуре укороченного сопла $3.1(y_* / y_1 = 0.19)$ и форма пристеночного скачка; в) распределение давлений на контуре укороченного сопла $3.4(y_* / y_1 = 0.285)$ и форма пристеночного скачка. Сплошные линии — изэнтропический слой сжатия, формулы (1) — (3); штриховые линии — пристеночный скачок, формулы (5) — (7); штрих-линии с точками — расчет изэнтропического сжатия в первом приближении; пунктирная линия — видимая линия скачка по фотографиям; точки — экспериментальные данные

¹ Более точно можно считать поток в слое двумерным с сохранением полных давлений вдоль линий тока.

Расчет толщины слоя сжатия производится по уравнению неразрывности

$$\frac{q(M^+)}{M^+} \frac{y_2 - y_1}{\sin(\theta + \alpha_+)} \frac{\sigma + 1}{2} = \psi_0 \quad (5)$$

которое отличается от выражения (2) множителем $1/2(\sigma + 1)$, учитывающим средние потери полного давления в слое, и тем, что $M_+ = 1/2(M_1 + M_2)$. При этом

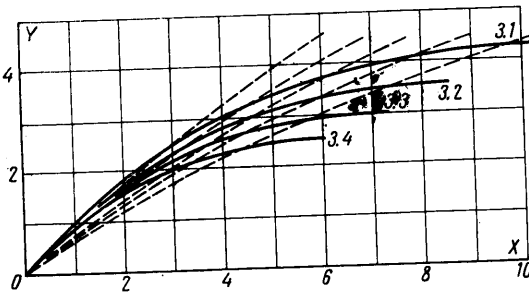
$$y_2 - y_1 = \operatorname{tg}(\theta + \alpha_+)(x_2 - x_1) \quad (6)$$

Расчеты производятся путем последовательных приближений с использованием таблиц косых скачков [5]. На фиг. 6, б и в, результаты расчетов по предлагаемому методу сравниваются с экспериментом. Расчеты, в которых учитываются действительные потери полного давления, хорошо совпадают с экспериментальными данными.

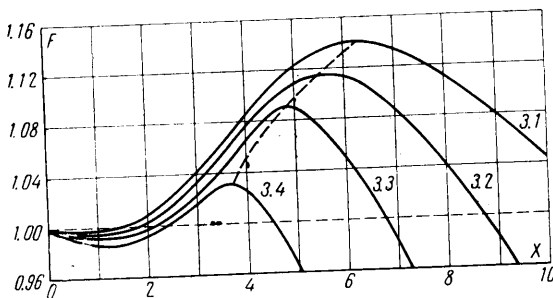
Предположение об изэнтропическом сжатии приводит к погрешности в определении давления примерно в 10% в области, где интенсивность скачка становится уже значительной.

5°. Сравнение укороченных идеальных сопел и сопел с контуром увеличенной кривизны. Для практической оценки сопел с профилем увеличенной кривизны экспериментально полученные значения тяги сверхзвуковой части укороченных сопел сравнивались с расчетными величинами тяги сверхзвуковой части укороченных идеальных сопел с равномерной характеристикой. На фиг. 7, а, показаны приведенные к сравнимому виду контуры серии сопел, полученные при раздвижении сопла 3, и пересекающие их контуры идеальных сопел.

Путем интегрирования распределения давлений вдоль этих контуров p/p^+ была определена тяга F сверхзвуковой части сопел.



а



б

Фиг. 7. а) Контуры укороченных сопел со скачками, полученные при раздвижении стенок сопла 3, сплошные линии и контуры кратчайших идеальных сопел (штриховые линии), при этом кривые 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 соответствуют значениям $u_2/u_1 = 0.19, 0.22, 0.25, 0.285$.
б) Зависимость отношения тяги сверхзвуковой части сопла со скачком к тяге укороченного идеального сопла, приходящего в заданную точку контура сопла со скачком

На фиг. 7, б, приведены зависимости отношения F тяги сверхзвуковой части сопла со скачком к тяге укороченного идеального сопла (приходящего в заданную точку контура сопла со скачком) от длины x контура сопла. Характер этих эмпирических зависимостей свидетельствует, что существует определенная область размеров сопел, при которых сопла с увеличенной кривизной контура оказываются выгоднее укороченных идеальных сопел. При этом угол наклона контура сопла со скачком в выходном сечении не равен нулю, а интенсивность скачка в области влияния мала, поскольку распределение давлений на контуре при длинах, соответствующих максимумам кривых фиг. 7, б, хорошо описывается изэнтропическими соотношениями.

Автор благодарит Г. Ю. Степанова за постановку задачи и указания.
Поступило 27 VIII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Ahlberg T. H., Hamilton S., Migdald., Nilson E. N. Truncated Perfect Nozzles in Optimum Nozzle Design. ARS Journal, 1961, vol. 31, No 5.
2. Стернин Л. Е. К расчету осесимметричного сопла наименьшего веса. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
3. Шмыглевский Ю. Д. Вариационные задачи для сверхзвуковых тел вращения и сопел. ПММ, 1962, том XXVI, вып. I.
4. Крайко А. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д. К построению тел оптимальной формы в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1964, т. 28, вып. I.
5. NASA, Rep. 1135, Equations, Tables and Charts for Compressible Flow.