

О ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ЧИСЛАМИ СТРУХАЛЯ И РЕЙНОЛЬДСА ПРИ ПЛОСКОМ ОБТЕКАНИИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

С. Г. ПОПОВ

(Москва)

Структура течения в следе за круговым цилиндром, обтекаемым жидкостью либо газом перпендикулярно к его оси, экспериментально изучалась, в зависимости от параметров, многими исследователями разнообразными способами¹. При этом в большом интервале чисел Рейнольдса $R = Vd/\nu$ обнаружены дискретные вихри, в числе нескольких пар, образующие за цилиндром нечто вроде двухрядной дорожки с шахматным расположением; частота вихрей n_1 во многих опытах оказалась линейно зависящей от величины скорости V невозмущенного потока. Поэтому разыскивалась форма зависимости чисел Струхала $S = n_1 d / V$ от величин R и границы ее определения. Результаты нескольких авторов оказались несущественно отличающимися в докритической части кривой $S_x(R)$ для цилиндра; но критическая и закритическая области представлены противоречиво либо неверно. Поэтому сопоставим известные экспериментальные данные, дополним их новыми и составим представления о действительной зависимости $S(R)$ для кругового цилиндра. Выяснение этого вопроса существенно для теории спутной струи за обтекаемым профилем и для расчетов колебаний в потоках технических сооружений, в которых круговые цилиндры являются основными элементами (трубопроводы, провода, антенны, высокие дымовые трубы и т. п.).

Рассмотрим сперва опытные данные по неподвижному в потоке цилиндрам. Известная зависимость $S(R)$ приводится на фиг. 1 сплошной линией в том виде, в каком она дана в книге Гольдштейна [3] по опытам Рельфа и Симонса [4]. В несколько других старых исследованиях были получены близкие результаты; они представлены Ленертом [5] в виде полосы шириной до 0.04 S в интервале $1.5 \cdot 10^2 < R < 8 \cdot 10^4$. По всем этим данным можно положить приближенно

$$S \approx 0.2 \quad (1)$$

в интервале

$$2.5 \cdot 10^2 < R < 2.5 \cdot 10^5 \quad (2)$$

Как указано в [3], вправо от конца интервала (2) величины S сначала возрастают до 0.3 и даже более, а затем, при дальнейшем росте чисел R , исчезают всякие регулярные периодические изменения давления и скорости в следе за круговым цилиндром. Аналогичные тенденции возрастания чисел S в промежутке

$$2 \cdot 10^5 < R < 10^6 \quad (3)$$

представлены также в работах Дрешера [6], Фужино и др. [7], Итаи и Иасуда [8] — ввиду для неподвижных цилиндров.

Однако известны исследования вихрей за неподвижным круговым цилиндром, получившие другие результаты. Прежде всего, в сравнительно давней работе Г. И. Петрова и Р. И. Штейнберга [9] было получено приближенно соотношение (1) в интервале

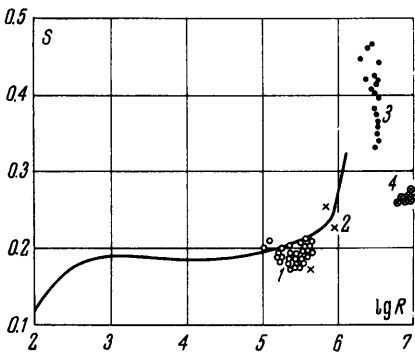
$$7 \cdot 10^4 < R < 3 \cdot 10^5$$

(1, фиг. 1); как показали авторы [9], при $3 \cdot 10^5 < R < 8 \cdot 10^5$ ими не были обнаружены периодические колебания с амплитудами, сравнимыми с зарегистрированными в первом интервале. В работе [9] было высказано также мнение, что экспериментальные точки, определяющие крутой подъем кривой Рельфа и Симонса в правой ее части, случайны и объясняются способом измерения пульсаций. Далее, Ю. Г. Захаров и Л. Х. Блюмина [10] изучали $S(R)$ у неподвижных и колеблющихся цилиндров в интервале

$$1.7 \cdot 10^5 < R < 1.33 \cdot 10^6 \quad (4)$$

и для неподвижных цилиндров получили величины S по частотам n_1 (2, фиг. 1), располагающиеся по обеим сторонам прямой (1) даже в критической области. Недавно Жерард получил также $S(R)$ в виде (1) в интервале $3.8 < \lg R < 5.3$ без роста чисел S в правой части этого интервала [11]. Для неподвижных цилиндров при закритиче-

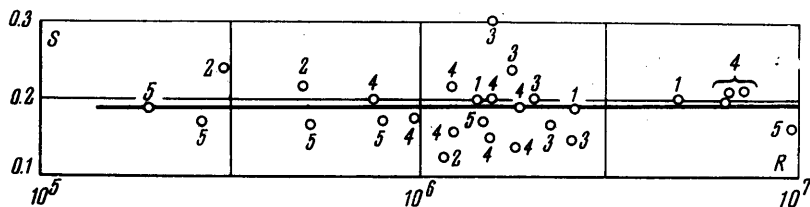
¹ До Струхала [1] начало различных таких исследований восходит к Леонардо да Винчи, по крайней мере, [2].



Фиг. 1

ских числах Рейнольдса в интервале $10^6 < R < 5 \cdot 10^6$. Фанг [12] привел результаты опытов Делини и Соренсена [13], где будто бы также получен разброс чисел Струхала в пределах S от 0.32 до 0.46, вычисленных по частотам n_1 , в узком интервале чисел R (3, фиг. 1). Но более тщательные исследования Рошко [14] для еще больших величин R дали величины чисел S , которые резко отличаются от данных [13], как видно на фиг. 1, 4; кроме того, Рошко отметил, что ему не удалось зарегистрировать при соответствующих величинах R те частоты вихрей n_1 и соответствующие величины S , которые приведены в [13]¹.

Итак, по данным приведенных основных работ можно сделать общий вывод для неподвижных цилиндров: при величинах R , меньших критических R_* , приближенно выполняется условие (1) в промежутке (2); при критических и закритических R известны данные об отклонении величин S от значения (1) — см. фиг. 1; но эти данные вызывают обоснованные сомнения.



Фиг. 2

Зависимость $S(R)$ в случае поперечных к потоку колебаний цилиндров принимает более определенный вид, чем для неподвижных, почти во всем интервале значений чисел R . Действительно, уже при $R < R_*$ несколькими исследователями применялся способ определения чисел S по частоте n_2 поперечных колебаний круговых цилиндров (стержней) в потоке при наибольшей амплитуде (см., например, работы Крюгера [15], Тома [16], Тилера [17]); при этом также было получено приближенное условие (1). Фужино [7] получил $S = 0.18$ для колеблющегося цилиндра, определяя его по частоте n_2 в том интервале (3), где им в той же работе получена поднимающаяся часть кривой $S(R)$ по измерениям частот вихрей n_1 за неподвижным цилиндром (фиг. 1)².

Наконец, здесь собраны и обработаны разрозненные данные по наблюдениям в натуре поперечных к ветру колебаний дымовых труб, представленные на фиг. 2, где точки 1 — Ден Гартог [19, 20]; 2 — Хаузнер [21], 3 — Оцкер [22], а также колебаний цилиндров — 4 — [10] и 5 — [7], составив $S(R)$ по этим величинам n_2 . Здесь опять видна группировка всех точек, в основном, по соотношению (1) в интервале

$$5 \cdot 10^5 < R < 10^7 \quad (6)$$

причем по данным [19–22] колебания наблюдались при условиях $n_2 \approx n_3$.

В работах [19–22] не применялись средства для визуализации вихрей и определения n_1 ; в [10] приведены данные о частотах n_1 , удовлетворяющие (4). Так как механизм возбуждения колебания дымовых труб тот же, что и при $R < R_*$, то поперечные колебания указанных труб должны сопровождаться сбрасыванием вихрей в крайних положениях размаха, поэтому и при закритических $R > R_*$ будет выполняться.

¹ Это несоответствие объясняется, по-видимому, именно техникой эксперимента, как предполагалось давно [9]: так, в опытах [14] термоанемометр для измерения частот располагался на расстоянии 7.3 диаметра от цилиндра, тогда как в [13] (так же, как в [4]) — на расстоянии от 1 до 2 диаметров. Так как вихри сформировываются на расстоянии нескольких диаметров от цилиндра из более мелких вихрей большей частоты, то отсюда видна возможность регистрации больших чисел S в [13]. Кроме того, при положении термоанемометра на оси струи возможна регистрация вихрей обоих рядов дорожки, т. е. удвоенной частоты вихрей.

² Детальные исследования связи частоты сбегаящих вихрей с неподвижного цилиндра n_1 , частоты колебаний цилиндра n_2 , собственной частоты n_3 колебаний и скорости потока V — также при $R < R_*$ — приведены в [18] (см. также [10]). Здесь строго установлено, что помимо вихрей Кармана с частотой n_1 , линейно зависящих от V по (1), при колебаниях цилиндра в каждом крайнем положении его поперечного размаха сходит вихрь. Наибольшие амплитуды колебаний получаются при выполнении (приблизленно) условия

$$n_2 \approx n_3 \approx n_1 \quad (5)$$

С ростом скорости V в некотором интервале величина n_1 может стать заметно больше n_2 и n_3 , хотя n_2 также растет с V , но очень медленно; при этом амплитуды падают почти до нуля, пока скорость V не достигает величины, при которой выполняется приближенное условие (5) со следующей собственной частотой n_3 — тогда опять амплитуды становятся большими и т. д.

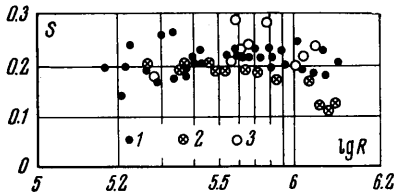
Интересным дополнением к приведенным данным могут быть результаты опытов Накагава и др. [23] в интервале

$$1.5 \cdot 10^5 < R < 1.5 \cdot 10^6 \quad (7)$$

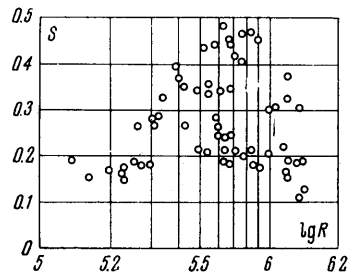
для четырех колеблющихся круговых цилиндров диаметром 0.5 м, из которых цилиндр 1 — гладкий, цилиндры 2 и 3 — с винтовой проволоочной навивкой соответственно из четырех и восьми проволок, и цилиндр 4 — гладкий, расположенный после турбулизирующей решетки. Колебания с наибольшими амплитудами получились у трех последних цилиндров и при значении S согласно (1), а цилиндр 1 дал разброс величин S от 0.15 до 0.3 — когда все числа S вычислялись по частоте n_2 . Соответствующие числа S по величинам частот n_1 для колеблющихся цилиндров 2, 3, 4 показаны на фиг. 3, а для цилиндра 1 получился большой разброс (фиг. 4).

Таким образом, в критической области получается большой разброс как по частотам колебаний n_2 , так и по частотам n_1 вихрей за колеблющимся цилиндром только у гладкой модели, где точка (линия) отрыва является неустойчивой; там, где осуществлялся закритический режим за счет проволоочной навивки (цилиндры 2 и 3), либо турбулизирующей решеткой (цилиндр 4), — разброс по n_2 и по n_1 становился малым, и все величины S даже в критическом интервале укладываются в приближенное условие (1). Но и для гладкого цилиндра 1 можно несколько грубо допустить условие (1), если учесть результаты по n_2 и распределение точек n_1 по интервалу (7).

Обобщая теперь данные из приведенной литературы по интервалам (3), (4), (7) и (6), для колеблющихся цилиндров (стерж-



Фиг. 3



Фиг. 4

ней, проводов) будем иметь приближенные условия (1) и (5) в интервале

$$2.5 \cdot 10^2 < R < 10^7 \quad (8)$$

Колебания цилиндра (стержня, провода) кругового профиля, таким образом, стабилизируют формирование вихрей, обуславливаясь ими, как во всякой автоколебательной системе.

Соотношения (1) и (5) могут служить для названных во вводной части расчетов колебаний при R в интервале (8) и, по-видимому, больших. Простейшим примером могут служить подтвердившиеся практикой расчеты колебаний дымовых труб при ураганах [24].

Поступило 20 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Strouhal V. Uber eine besondere Art der Tonerregung. Ann. Phys. und Chem. 1878, B.15, N 10, S. 216—261.
2. Birkhoff G., Fischer J. Do Vortex Roll Rend. Circolo Mat. Palermo, Ser. II 1959, t. 8, N 1, 77—90.
3. Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости, 2, 1948, под редакцией Гольдштейна (перевод с английского).
4. Relf E. F., Simmons L. F. G. The Frequency of the Eddies generated by the Motion of Circular Cylinders through a Fluid. Aeronaut. Res. Council Repts and Mem., 1924, N 917
5. Lehner R. Akustische Messungen an Wirbelstrassen hinter Kreiszyylinder und ebener Platte. Phys. Z. 1937, B38, S. 476—498
6. Drescher H. Messung der auf querangeströmte Zylinder ausgeübten zeitlich veränderten Drücke. Z. Flugwissenschaften, 1956, B. 4, N 1/2, S. 17—21
7. Fujino T., Takahashi T., Nakagawa K., Arita Y. The Dynamic Behavior of Tall Stacks under the Action of Wind. Proc. Seventh Japan Nat. Congr. Appl. Mech. 1957, p. 387—392.
8. Itaya S., Yasuda Y. Experiments on Strouhal's Number Bull. Japan Soc. Mech. Engr. 1961, vol. 4, N 14, p. 274—277.
9. Петров Г. И., Штейнберг Р. И. Исследование потока за плохо обтекаемыми телами. Тр. ЦАГИ, 1940, № 482.

10. Захаров Ю. Г., Блюмина Л. Х. Исследование колебания цилиндрических тел в воздушном потоке. Сб. № 5, ЦАГИ, 1954, с. 17—34.
11. Gerrard J. H. An experimental investigation of the oscillating lift and drag of a circular cylinder Shedding turbulent vortices. J. Fluid Mech, 1961, vol. 11, N 2, p. 244—256.
12. Fung Y. C. Fluctuating lift and drag acting on a cylinder in a flow at supercritical Reynolds Numbers. J. Aero. space Sci. 1960, vol. 27, N 11, p. 801 — 814.
13. Delany N. K., Sorensen N. E. Low speed drag of cylinders of various shapes. Nat. Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note, 1953, N 3038.
14. Roshko A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. J. Fluids Mechanics. 1961, vol. 10, N 3, p. 345—356.
15. Krüger F. Zur Hydrodynamik der Hieböne. Ann. Phys. 1919, vol. 60, N 19, p. 279—290.
16. Thom A. Eddies behind a circular cylinder. Aeronaut. Res. Council Rep. and Mem. 1930, N 1373.
17. Tyler E. Vortex Formation behind Obstacles of various Sections. Philos. Mag. J. Scie. 1934, vol. 11, N 72, p. 849—890.
18. Meier-Windhorst A. Flatterschwingungen von Zylinder im gleichmässigen Flüssigkeitsstrom. Mitt. Hydraulisch. Inst. Technischen Hochschule, München, 1939, N 9, S. 3—29.
19. Ден Гартог Д. Ж. Теория колебаний. гл. 7, 1942.
20. Den Hartog J. P. Recent Technical Manifestations of von Karman Vortex Wake Proc. Nat. Academy Sci. United States of America, 1954, vol. 40, N 3, p. 155—157.
21. Hauser G. Discussion of the paper by Price Peter «Suppression of the fluidinduced vibration of circular cylinds, J. Eng. Mech. Division Proc. Amer. Soc. Civil. Eng. 1956, N 4, p. 1091—13—1091—17.
22. Ozker M. S., Smith J. O. Factors Influencing the Dynamic Behavior of Tall Stacks under the Action of Wind. Trans. Amer. Soc. Mech., 1956, vol. 78, № 6, p. 1381—1391.
23. Nakagawa K., Fujino T., Arita Y., Ogatah Y., Masaki K. An Experimental Investigation of Aerodynamic Instability of Circular Cylinders at supercritical Reynolds Numbers, Proc. Nith Japan Nat. Congr. Appl. Mech. 1959, p. 235—240.
24. Kinoshita M., Ono K., Hirowatari T.. On the Vibration of Steel Stack. Proc. Fifth Japan Nat. Congr. Appl. Mech. 1956, p. 415—417.

К ТЕОРИИ ОДНОМЕРНЫХ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Л. А. МОВСЕЯН (Ереван)

Строится преобразование независимых переменных и искомых функций для уравнений импульса и неразрывности одномерных нестационарных движений идеального газа, относительно которых исходная система уравнений инвариантна.

При применении этого преобразования исходное уравнение состояния газа преобразуется в новое, содержащее произвольные параметры. Это может позволить выбором параметров аппроксимировать сложное уравнение состояния данной среды (в частности, — для газов с учетом происходящих в них равновесных реакций и, пользуясь указанным преобразованием, свести к задаче с более простым уравнением состояния, для которого соответствующая задача решается более просто.

Исследуемые преобразования не имеют особенностей и не предполагают каких-либо существенных ограничений на гидродинамические величины — они применимы как при переменной энтропии, так и при течениях с ударными волнами.

1. Преобразование уравнений движения. Одномерное неустановившееся движение идеальной сжимаемой жидкости в переменных Эйлера описывается системой уравнений [1]

$$\rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t_1} + \rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial p_1}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho_1 u_2) = 0 \quad (1.1)$$

Здесь x_1 — координата; t_1 — время; p_1 , ρ_1 , u_1 — давление, плотность и скорость движения газа.

Из второго уравнения системы (1.1) явствует, что существует функция $x_2(x_1, t_1)$, связанная с параметрами потока соотношениями

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = 1 + a\rho_1, \quad \frac{\partial x_2}{\partial t_1} = -a\rho_1 u_1 \quad (1.2)$$

где a — произвольная постоянная, причем $1/|a|$ имеет размерность плотности.