РАСЧЕТ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН, ДРЕНИРУЮЩИХ ЗАМКНУТЫЙ ГАЗОВЫЙ ПЛАСТ

Е. М. МИНСКИЙ, А. С. МАЛЫХ

(Москва)

Задача о работе системы скважин, дренирующих замкнутый газовый пласт, приводится к решению нелинейного дифференциального уравнения второго порядка в частных производных относительно давления (уравнение Лейбензона [1]) при определенных начальном и граничных условиях. Начальным условием является распределение давления на газовом месторождении в момент времени, от которого ведется расчет процесса истощения. Граничные условия представляют собой задания давлений или дебитов (расходов) газа на стенках скважин и задание отсутствия протекания газа через внешний контур пласта (газовый режим истощения).

Процесс фильтрации газа в пласте является физическим процессом, происходящим в трехмерном пространстве (давление в газовой залежи является функцией трех пространственных координат x, y, z и времени t).

Однако обычно мощность газоносных пластов значительно меньше их размеров в плане, поэтому процесс фильтрации можно считать приближенно двумерным и рассматривать двумерное уравнение фильтрации.

Ниже приводятся некоторые результаты численных расчетов, выполненных на электронных цифровых вычислительных машинах (ЭЦВМ) при численном интегрировании уравнения двумерной фильтрации газа.

Для численного интегрирования применяется метод конечных разностей.

Ввиду того что наиболее резкое падение давления происходит непосредственно вблизи скважин, необходимо около скважин иметь достаточно мелкую сетку интегрирования по пространственным переменным. Построение такой сетки потребовало бы для расчета очень большого количества ячеек «оперативной памяти» вычислительной машины, которое превосходит «память» используемых современных ЭЦВМ.

Необходим такой подход к решению задачи о совместной работе многих скважин, который бы позволил получить вначале распределение давления по полю залежи, исключая прискважинные (призабойные) зоны. Падение же давления вблизи скважин можно после этого определять отдельными расчетами. Например, имея в виду, что течение газа в непосредственной близости к скважинам является практически стационарным, распределение давления в призабойной зоне можно рассчитать по формулам для стационарного фильтрационного движения.

Исключение прискважинных зон позволяет проводить расчет при достаточно крупной равномерной прямоугольной сетке.

Значительное упрощение задачи может быть получено, если граничные условия на скважинах (предполагается, что на скважинах задаются расходы газа) ввести в уравнение фильтрации. Это можно сделать, распределив дебит каждой скважины на некоторую область пласта, окружающую скважину. Такой метод решения задачи уместно назвать методом распределенного дебита.

В основе расчета лежит уравнение движения газа в пористой среде с учетом отбора или притока газа в некоторых областях пласта.

Уравнение неразрывности в данном случае запишется в виде:

$$\operatorname{div}(\gamma \mathbf{V}) + m\frac{\partial\gamma}{\partial t} + \frac{dq}{d\omega} = 0 \tag{1}$$

Здесь γ — удельный вес газа, $\mathbf{V}$ — вектор скорости, m — пористость пласта, t — время, dq — бесконечно малый весовой дебит газа, отбирающийся из бесконечно малого объема пористой среды $d\omega$.

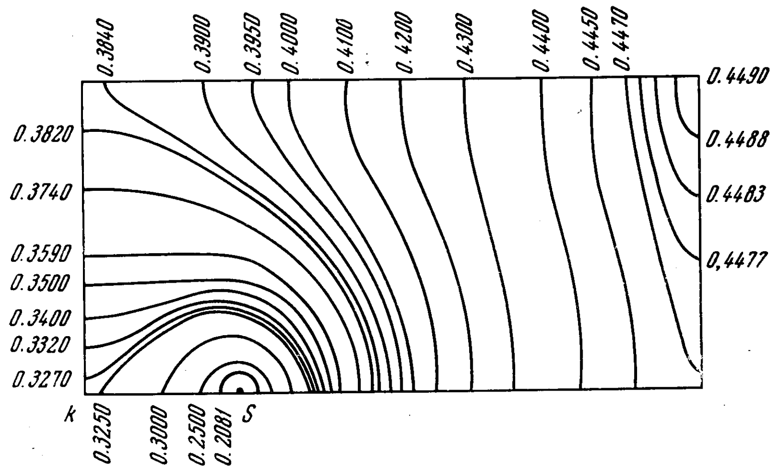
Это уравнение неразрывности аналогично уравнению неразрывности, предложенному ранее Л. С. Лейбензоном [2]. Уравнение типа (1) рассматривалось также для задач нефтяной фильтрации [3, 4].

Используя обычное уравнение линейного фильтрационного сопротивления (закон Дарси) и уравнение состояния с учетом сжимаемости газа, получим из (1) уравнение фильтрации в виде:

$$2m(x, y)\,h(x, y)\frac{\partial}{\partial t}\frac{p}{\zeta} = \frac{\zeta}{\mu}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[k(x, y)\,h(x, y)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\zeta}\right)^2\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial}{\partial y}\left[k(x, y)\,h(x, y)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p}{\zeta}\right)^2\right]\right\} + \frac{p^\circ}{\gamma^\circ}\beta(x, y, t) \tag{2}$$

Здесь p — пластовое давление, p° — атмосферное давление, γ° — удельный вес газа при атмосферных условиях, ζ — коэффициент сжимаемости в уравнении состояния, μ — вязкость газа, h — мощность пласта, k — проницаемость пласта, β — заданная функция распределения дебита по площади залежи.

В общем случае необходимо считать, что ζ и μ — функции давления. Однако при истощении газовой залежи давление по ее площади не очень резко отличается от средневзвешенного давления (за исключением малых призабойных зон). Поэтому можно полагать, что ζ и μ зависят только от среднего пластового давления.



Фиг. 1

После введения безразмерных переменных

$$H = \frac{h}{h_0}, \quad m^\circ = \frac{m}{m_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad P = \frac{p}{p_0}$$

$$M = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad K = \frac{k}{k_0}, \quad X = \frac{x}{x_0}, \quad Y = \frac{y}{x_0}, \quad Q = \frac{q}{q_0}$$

где индексом 0 отмечены масштабы рассматриваемых величин, уравнение (2) перепишется в безразмерной форме так:

$$Hm^\circ \frac{\partial}{\partial \tau}\frac{P}{\zeta} = \frac{\zeta}{M}\left\{\frac{\partial}{\partial X}\left[KH\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{P}{\zeta}\right)^2\right] + \frac{\partial}{\partial Y}\left[KH\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{P}{\zeta}\right)^2\right]\right\} + \Phi(X, Y, \tau) \quad (3)$$

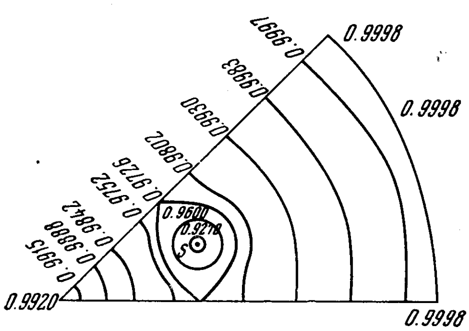
Масштабы для всех величин, кроме масштабов для времени t_0 и дебита газа d_0, произвольны. Величины t_0 и q_0 через остальные величины выражаются следующим образом:

$$t_0 = \frac{2m_0\mu_0 x_0^2}{k_0 p_0}, \quad q_0 = \frac{k_0 p_0^2 h_0 \gamma^\circ \pi}{2\mu_0 p^\circ} \quad (4)$$

$\Phi(X, Y, \tau)$ — безразмерная функция распределения дебита по площади залежи.

Нами были решены различные методические задачи двумерной фильтрации (для пластов с однородными характеристиками). Методом конечных разностей на электронной цифровой вычислительной машине интегрировалось уравнение

$$\frac{1}{2P}\frac{\partial P^2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 P^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial Y^2} + \Phi(X, Y, \tau) \quad (5)$$



Фиг. 2

при задании на контуре пласта Г отсутствия протекания газа:

$$\left.\frac{\partial P^2}{\partial n}\right|_{\Gamma} = 0$$

где n — нормаль к контуру пласта.

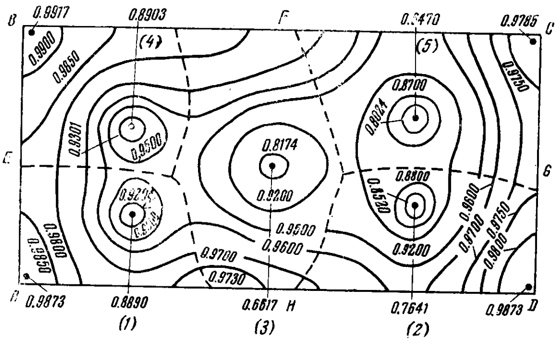
В начальный момент времени ($\tau = 0$) принималось $P(x, y, 0) \equiv \mathrm{const} = 1$. Для расчета применялась конечно-разностная схема Дугласа, рассмотренная в работе [5].

На фиг. 1 показана карта изобар для пласта, квадратного в плане, при работе эксцентрично расположенной в нем скважины (в силу симметрии карта нарисована для половины квадрата). Карта изобар соответствует относительному отбору $\sigma = 60\%$. Безразмерный дебит скважины $Q = 0.1$. Карта изобар для пласта, представляющего в плане круговой сектор (фиг.2), приведена для относительного отбора $\sigma = 1\%$. Безразмерный дебит скважины Q также равен 0.1.

Фиг. 3 представляет карту изобар в прямоугольном пласте (отношение сторон 1 : 2) при совместной работе пяти скважин. Пунктиром изображены нейтральные линии, которые вместе с границей пласта выделяют индивидуальные зоны дренирования скважин.

Карта нарисована для относительного суммарного отбора $\sigma = 5\%$. Безразмерные дебиты скважин таковы:

$$Q_1 = Q_4 = 0.1, \quad Q_2 = 0.2, \quad Q_3 = Q_5 = 0.3.$$



Фиг. 3

В этих методических задачах исследовалось движение идеального газа в пластах с однородными характеристиками. Обобщение расчетного метода на общий случай не представляет труда. Непосредственно в программе расчетов могут быть заданы значения m, h и k в каждом узле интеграционной сетки. Величина отношения ζ / μ, стоящего в правой части уравнения (2), может быть задана по известным зависимостям ζ и μ от давления. Величина эта вводится в программу как функция среднего пластового давления, зависящего от времени в соответствии с уравнением баланса газа в пласте.

Для расчета задачи о работе системы скважин прежде всего необходимо выбрать расчетную сетку, число узлов которой определяется «памятью» применяемой вычислительной машины.

По размерам месторождения и количеству узлов сэтки устанавливается натуральный размер «шага» интегральной сетки. Желательно, чтобы размер «шага» был меньше расстояния между скважинами (в противном случае некоторые скважины объединяются в «укрупненную» скважину). Дебит каждой скважины распределяется на площадь соответствующей клетки расчетной сетки.

Поступило 15 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Гостехиздат, 1947.
2. Лейбензон Л. С. Подземная гидродинамика. Сб. трудов, т. II, Изд-во АН СССР, 1953.
3. Пилатовский В. П. Дифференциальное уравнение упругого режима при наличии распределенных источников заданной плотности. Докл. АН СССР, 1952, т. 84, № 3.
4. Булыгин В. Я. Гидромеханический анализ работы эксплуатируемого нефтяного месторождения по данным технической документации. Уч. зап. Казанск. ун-та, т. 118, кн. 2, 1958.
5. Douglas J., Peaceman D. W. Rachford H. H. Calculation of unsteady-state gas flow within a square drainage area. Trans. AJME, 1955, vol. 204.