

## ТОНКОЕ КРЫЛО В ПРИСУТСТВИИ ДВИЖУЩЕЙСЯ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ КОНЕЧНОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ

Е. А. КРАСИЛЬЩИКОВА

(Москва)

Исследуется поле скоростей, возбужденное движением тонкого крыла и набегающей на него волны давления конечной протяженности с переменными параметрами газа за фронтом волны.

§ 1. Будем предполагать, что крыло конечного размаха движется прямолинейно поступательно с постоянной сверхзвуковой скоростью  $u$  внутри безграничного объема сжимаемой среды. Кроме того, крыло может совершать малые добавочные неустановившиеся движения и как твердое тело, и как упругое.

Будем предполагать, что крыло встречает слабую волну давления, перемещающуюся со скоростью  $a_1$ . Фронт ударной волны представляет собой плоскость, наклоненную к плоскости движения крыла под углом  $\omega$ . Линия пересечения фронта волны с плоскостью движения крыла образует с направлением движения крыла угол  $\omega_1$ . Протяженность волны равна  $L$ .

Нормальную составляющую скорости  $v_n$  на обеих сторонах поверхности крыла будем считать заданной по закону

$$v_n = -u\beta + B = A_0 \quad (1.1)$$

Здесь функция  $A_0$  является функцией времени и точек поверхности крыла; функции  $\beta$  и  $B$  заданы в каждой точке поверхности крыла и являются произвольными интегрируемыми функциями своих аргументов. Первое слагаемое в выражении для  $A_0$  отвечает основному установившемуся движению крыла, второе — добавочным неустановившимся движениям.

Считая возмущения среды, возбужденные движением крыла и набегающей на него волны, малыми, делаем обычные в теории тонкого крыла упрощающие предположения и рассматриваем задачу в линеаризованной постановке [1,2].

Возьмем неподвижную систему осей координат  $O_1x_1y_1z_1$ , неизменно связанную с пространством, в котором происходит движение крыла и ударной волны. Начало координат  $O_1$  поместим в такую точку пространства, в которой находилась точка  $O$  — середина передней кромки движущегося крыла в момент прохождения переднего фронта волны через точку  $O$ . (В случае, когда угол  $\omega_1$  равен  $1/2\pi$ , этот момент времени совпадает с моментом встречи крыла с ударной волной.) Ось  $O_1x_1$  направим по направлению движения крыла. Плоскость  $x_1O_1y_1$  расположим так, чтобы координаты  $z_1$  точек поверхности крыла были малыми (фиг. 1 и 2).

Как известно, при сделанных выше предположениях потенциал скорости возмущенного потока  $\Phi(x_1, y_1, z_1, t)$  удовлетворяет трехмерному волновому уравнению. Согласно заданному закону (1.1) для нормальных составляющих скорости точек поверхности крыла, получаем условие обтекания

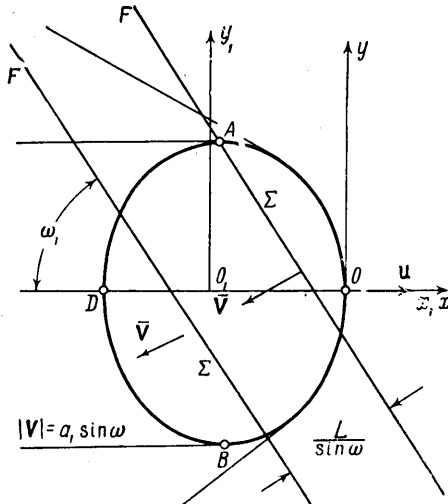
$$\Phi_{z_1}(x_1, y_1, O, t) = A_0(x_1, y_1, t) \quad (1.2)$$

которое должно выполняться как на верхней, так и на нижней сторонах  $\Sigma$  проекции крыла на плоскость  $x_1 O_1 y_1$ .

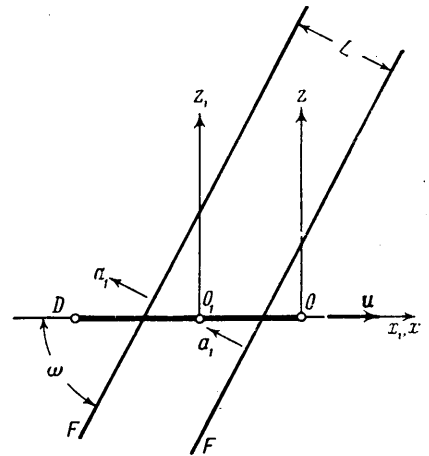
Потенциал скорости в области, возмущенной движением крыла, где сказывается влияние волны, представим в виде

$$\Phi(x_1, y_1, z_1, t) = \varphi_0(x_1, y_1, z_1, t) + \varphi_1(x_1, y_1, z_1, t) \quad (1.3)$$

Здесь функция  $\varphi_0$  представляет собой потенциал скорости в движущейся волне. Заданная функция  $\varphi_0$ , а также ее производные предполагаются непрерывными функциями своих аргументов. Функция  $\varphi_0$  определяет параметры газа за фронтом волны. Искомый потенциал  $\varphi_1$  есть решение волнового уравнения, которое удовлетворяет следующим условиям.



Фиг. 1



Фиг. 2

На части проекции  $\Sigma$  крыла, которая в рассматриваемый момент времени оказалась расположенной в пределах волны, выполняется условие

$$\varphi_{1z_1}(x_1, y_1, 0, t) = A_0(x_1, y_1, t) - \varphi_{0z_1}(x_1, y_1, 0, t) = A_1(x_1, y_1, t) \quad (1.4)$$

Границы области определения условия (1.4) движутся относительно поверхности крыла с заданной скоростью  $\mathbf{V} - \mathbf{u}$ , где модуль скорости

$$|\mathbf{V}| = a_1 \sin \omega$$

На части проекции  $\Sigma$ , расположенной за пределами волны, потенциал  $\varphi_1$  совпадает с  $\Phi$  и, следовательно, удовлетворяет условию (1.2).

Вне поверхности крыла в плоскости  $x_1 O_1 y_1$  потенциал  $\varphi_1$  должен удовлетворять условиям, следующим из условия непрерывности давления при переходе с одной стороны плоскости на другую. Кроме того, в каждый момент времени на задней кромке крыла должен соблюдаться принцип Чаплыгина — Жуковского.

Рассматриваемая задача будет задачей о наложении двух волн бесконечной протяженности на возмущенную сжимаемую среду. Эта задача может быть сформулирована как частный случай задачи, исследованной в работе [3], если потенциал скорости  $\varphi_0$  в набегающей волне в точках пространства  $x_1 O_1 y_1 z_1$ , расположенных за фронтом волны на расстояниях от фронта, не превосходящих  $L$ , положить равным заданной функции

$$\varphi_0 = \varphi_0(x_1, y_1, z_1, t)$$

а в остальной части пространства положить  $\varphi_0$  равным нулю.

§ 2. К решению задачи применим метод, предложенный в работах [3, 4].

Наряду с неподвижной системой осей координат введем подвижную систему  $Ox_1y_1z_1$ , перемещающуюся в пространстве вместе с крылом (фиг. 1 и 2). Переменные  $x, y, z$ , определяющие подвижное пространство, связаны с переменными  $x_1, y_1, z_1$  соотношениями  $x = x_1 - ut, y = y_1, z = z_1$ .

Обратимся к пространству  $xOyt$  и рассмотрим в нем трехмерную область  $V^*$ , внутри и на границе которой заданы значения производной  $\varphi_z$ , согласно условиям обтекания (через  $\varphi$  обозначен в новых переменных искомый потенциал  $\varphi_1$ ).

Область  $V^*$  ограничена поверхностью  $\Sigma^*$  (фиг.3). Поверхность  $\Sigma^*$  является цилиндрической поверхностью с образующими, параллельными оси времени  $Ot$ .

Направляющая поверхности  $\Sigma^*$  есть контур крыла  $AOBD$ .

Пусть контур крыла  $AOBD$  задан уравнением

$$y = \psi(x) \quad (2.1)$$

Уравнение (2.1) одновременно является уравнением поверхности  $\Sigma^*$  в пространстве  $xOyt$ . Плоскости  $W$  и  $W_2$ , заданные уравнениями

$$\xi \sin \omega_1 + \eta \cos \omega_1 + (u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau = 0 \quad (2.2)$$

$$\xi \sin \omega \sin \omega_1 + \eta \sin \omega \cos \omega_1 + \sin \omega (u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau - L \sin \omega_1 = 0 \quad (2.3)$$

разделяют область  $V^*$  на три части с различными значениями производной  $\varphi_z$ , согласно условиям обтекания (1.2) и (1.4).

В части области  $V^*$ , определенной неравенством

$$(u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau < (-\sin \omega_1 \xi - \cos \omega_1 \eta)$$

производная

$$\varphi_z = A_0(x, y, t)$$

В части области  $V^*$ , определенной неравенствами

$$(u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau > (-\xi \sin \omega_1 - \eta \cos \omega_1)$$

$$\sin \omega (u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau < (L \sin \omega_1 - \xi \sin \omega \sin \omega_1 - \sin \omega \cos \omega_1 \eta)$$

производная

$$\varphi_z = A_1(x, y, t)$$

В части области  $V^*$ , определенной неравенством

$$\sin \omega (u \sin \omega_1 + a_1 \sin \omega) \tau > (L \sin \omega_1 - \xi \sin \omega \sin \omega_1 - \eta \sin \omega \cos \omega_1)$$

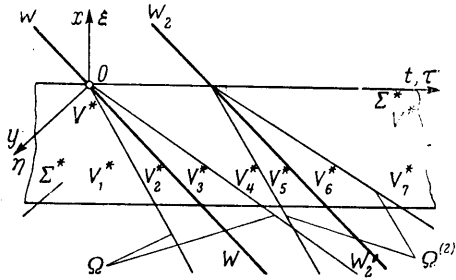
производная

$$\varphi_z = A_0(x, y, t)$$

Решение волнового уравнения возьмем в виде

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{u^2 - a^2}{2\pi} \iint_{S(x, y, z, t)} \frac{\varphi_z \{ \xi, \eta, 0, t + [u(x - \xi) + ar] (u^2 - a^2)^{-1} \} dS}{\sqrt{(u^2 - a^2)^2 r^2 + [a(x - \xi) - ur]^2 + a^2 k^4 (y - \eta)^2}} \quad (2.4)$$

$$(r = \sqrt{(x - \xi)^2 - k^2 (y - \eta)^2 - k^2 z^2}, k = \sqrt{u^2 / a^2 - 1})$$



Фиг. 3

Здесь область интегрирования  $S$  есть поверхность гиперboloида, определенного уравнением

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 + 2u(x - \xi)(t - \tau) + (u^2 - a^2)(t - \tau)^2 = 0 \quad (2.5)$$

Причем интегрирование распространяется только по той ветви гиперboloида, для которой  $\tau < t$ .

Если кромки крыла являются сверхзвуковыми, то для любой точки крыла и над крылом в каждый момент времени  $t$  поверхность  $S$  пересекается только с областью  $V^*$ , где производная  $\varphi_z$  задана, и с такой частью пространства  $xOyz$ , где производная  $\varphi_z$  равна нулю. Следовательно, формула (2.4) дает решение задачи в замкнутом виде, и потенциал скорости может быть вычислен всюду на крыле и над ним, если в формуле (2.4) под знаком интеграла положить производную  $\varphi_z$ , равной ее значениям согласно условиям (1.2) или (1.4), и распространить интегрирование только по той части поверхности  $S$ , которая расположена внутри области  $V^*$ .

Переходя в формуле (2.4) от поверхностного интеграла к двойному интегралу с плоской областью интегрирования в плоскости  $xOy$ , получим решение в виде

$$\varphi(x, y, z, t) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_1^*} \frac{\varphi_z(\xi, \eta, 0, \tau_1)}{r} d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_2^*} \frac{\varphi_z(\xi, \eta, 0, \tau_2)}{r} d\xi d\eta \quad (2.6)$$

где для краткости положено

$$\tau_1 = t + \frac{u(x - \xi) + ar}{u^2 - a^2}, \quad \tau_2 = t + \frac{u(x - \xi) - ar}{u^2 - a^2} \quad (2.7)$$

В решении (2.6) области интегрирования  $S_1^*$  и  $S_2^*$  являются проекциями поверхности  $S$  на плоскость  $xOy$ . Области  $S_1^*$  и  $S_2^*$  отвечают ветвям поверхности  $S$ , соответственно определенным уравнениями  $\tau = \tau_1$  и  $\tau = \tau_2$ . Нижней границей областей  $S_1^*$  и  $S_2^*$  является гипербола Маха

$$(x - \xi)^2 - k^2(y - \eta)^2 - k^2z^2 = 0 \quad (2.8)$$

а верхней границей этих областей — волна Маха.

§ 3. Решение задачи имеет различный аналитический вид в зависимости от того, в какой части области  $V^*$  находится вершина поверхности  $S$  (гиперboloида или при  $z = 0$  конуса) для рассматриваемой совокупности переменных  $x, y, z, t$ , т. е. для точки пространства с координатами  $x, y, z$  в момент времени  $t$ .

Рассмотрим семейство конусов

$$(X - \xi)^2 + (Y - \eta)^2 + 2u(X - \xi)(T - \tau) + (u^2 - a^2)(T - \tau)^2 = 0 \quad (3.1)$$

с параметрами  $X, Y, T$ . Пусть вершины этого семейства конусов расположены на линии пересечения поверхности  $\Sigma^*$  с плоскостью  $W$ . Найдем огибающую поверхность  $\Omega$  этого семейства. При этом принимаются во внимание только такие ветви конусов, которые отвечают значениям  $\tau > T$ .

Наряду с первым семейством рассмотрим второе семейство конусов (3.1) с вершинами, расположенными на линии пересечения поверхности  $\Sigma^*$  с плоскостью  $W_2$ . Найдем огибающую поверхность  $\Omega^{(2)}$  также и этого семейства.

Поверхности  $\Omega$ ,  $\Omega^{(2)}$  и плоскости  $W$ ,  $W_2$  разделяют область  $V^*$  на семь частей (фиг. 3). Область  $V_1^*$  есть часть области  $V^*$ , расположенная вне огибающей  $\Omega$  слева от плоскости  $W$ . Области  $V_2^*$  и  $V_3^*$  являются частями области  $V^*$ , расположенными внутри огибающей поверхности соответственно слева и справа от плоскости  $W$ . Область  $V_4^*$  есть часть области  $V^*$ , расположенная вне огибающих поверхностей  $\Omega$  и  $\Omega^{(2)}$  справа от плоскости  $W$  и слева от плоскости  $W_2$ . Области  $V_5^*$  и  $V_6^*$  являются частями об-

ласти  $V^*$ , которые расположены внутри огибающей  $\Omega^{(2)}$  соответственно слева и справа от плоскости  $W_2$ . Наконец, область  $V_7^*$  есть часть  $V^*$ , которая расположена вне огибающей  $\Omega^{(2)}$  справа от плоскости  $W_2$ .

Если протяженность волны  $L$  удовлетворяет неравенству

$$L \geq \frac{2ad(u \sin \omega + a_1 \sin^2 \omega)}{u^2 - a^2} \quad (3.2)$$

где  $d$  есть длина отрезка  $\overline{OD}$  (фиг. 1), то области  $V_i^*$  ( $i = 1, \dots, 7$ ) исчерпывают все области, отвечающие различным видам решения задачи.

Если величина  $L$  не удовлетворяет неравенству (3.2), то на поверхности крыла одновременно сказывается влияние переднего и заднего фронтов волны. Следовательно, внутри области  $V^*$  имеет место пересечение

некоторых из областей  $V_i^*$ . Наиболее общий случай соответствует случаю, когда внутри области  $V^*$  пересекаются попарно области  $V_2^*$  и  $V_5^*$ ,  $V_3^*$  и  $V_5^*$ ,  $V_3^*$  и  $V_6^*$ . Области, полученные в результате указанных пересечений, соответственно обозначим через  $V_{25}^*$ ,  $V_{35}^*$ ,  $V_{36}^*$  (фиг. 4). На фиг. 4 изображены проекции этих областей на плоскость  $xOt$ .

Решение задачи в случаях областей  $V_1^*$ ,  $V_2^*$ ,  $V_3^*$  и  $V_4^*$  дано в работе [3], в которой рассмотрена задача об обтекании крыла в присутствии ударной волны бесконечной протяженности.

При исследовании областей  $V_5^*$  и  $V_6^*$ , а также областей  $V_{25}^*$ ,  $V_{35}^*$ ,  $V_{36}^*$  существенную роль играет линия пересечения поверхности  $S$  с плоскостью  $W_2$  (фиг. 3). Эта кривая разделяет поверхность  $S$  на части с различными значениями производной  $\varphi_z$ .

При  $\omega_1 = 1/2\pi$  уравнение плоскости  $W_2$  имеет вид

$$\xi \sin \omega + \sin \omega (u + a_1 \sin \omega) \tau - L = 0 \quad (3.3)$$

Уравнение проекции  $L_{w_2}$  на плоскость  $xOy$  (фиг. 5) линии пересечения поверхности  $S$ , определенной уравнением (2.5), с плоскостью  $W_2$  найдем в виде

$$A\xi^2 + 2B\xi\eta + C\eta^2 + 2D\xi + 2E\eta + F = 0 \quad (3.4)$$

где

$$A = -\sin^2 \omega (a^2 - a_1^2 \sin^2 \omega), \quad B = 0, \quad C = \sin^2 \omega (u + a_1 \sin \omega)^2$$

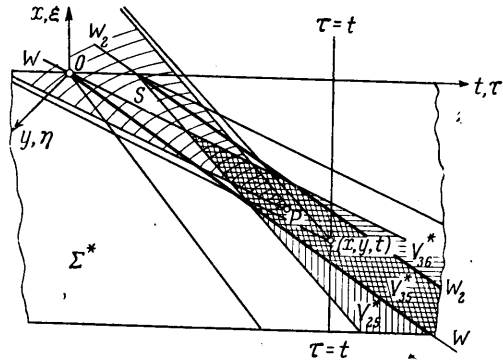
$$D = uK_0 x \sin \omega + uK_c L + (u^2 - a^2) K_0 t \sin \omega - uK_0^2 t - (u^2 - a^2) L \sin \omega - K_0^2 x$$

$$F = K_0^2 x^2 + K_0^2 y^2 + K_0^2 z^2 + 2uK_0^2 tx - 2uK_0 Lx + (u^2 - a^2) K_0^2 t^2 + (u^2 - a^2) L^2 - 2(u^2 - a^2) K_0 tL$$

$$E = -K_0^2 y, \quad K_0 = \sin \omega (u + a_1 \sin \omega)$$

В рассматриваемом случае движения волны со скоростью звука  $a_1 = a$  кривая  $L_{w_2}$  так же, как и кривая  $L_w$  будет гиперболой, а при значении  $\omega = 1/2\pi$  — параболой.

Пусть вершина поверхности  $S$  находится в области  $V_3^*$ . Отправляясь от формулы (2.6) и проводя такие же рассуждения, как и в [3], получим



Фиг. 4

решение в виде

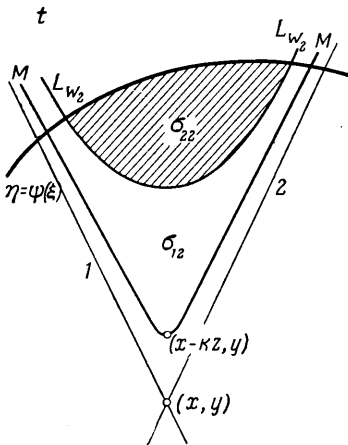
$$\varphi = \varphi_{kw}^{(4)} - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{22}} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta \quad (3.5)$$

где  $\sigma_{22}$  изображена на фиг. 5, а величина  $A_w = \varphi_{0z}(\xi, \eta, 0, \tau)$ .

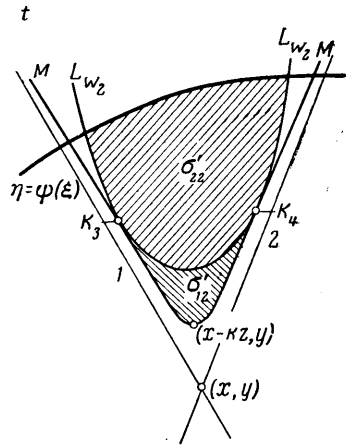
Функция  $\varphi_{kw}^{(4)}$  получена в [3]. Это есть решение задачи в случае области  $V_4^*$ :

$$\varphi_{kw}^{(4)} = \varphi_k + \varphi_w^{(4)}$$

Потенциал  $\varphi_k$  определен в [3] и представляет решение задачи о крыле, когда в потоке не рассматриваются ударные волны [5].



Фиг. 5



Фиг. 6

В случае области  $V_6^*$  решение задачи получим в следующем виде:

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_{kw}^{(4)}(x, y, z, t) - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{12}' + \sigma_{22}'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{12}'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_2)}{r} d\xi d\eta \quad (3.6)$$

где области  $\sigma_{12}'$  и  $\sigma_{22}'$  изображены на фиг. 6.

Решение задачи для области  $V_7$  совпадает с решением задачи для области  $V_1^*$ .

Найдем решение задачи в случае, когда поверхность  $S$  одновременно пересекается с обеими плоскостями  $W$  и  $W_2$ .

Если вершина поверхности  $S$  расположена в области  $V_{25}^*$ , то выражение для потенциала скорости будет иметь вид

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_k(x, y, z, t) + \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_2 - \sigma_{22}} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{z} d\xi d\eta$$

область интегрирования указана на фиг. 7. Это решение можно представить в более простом виде

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_{kw}^{(2)}(x, y, z, t) - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{22}} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta \quad (3.7)$$

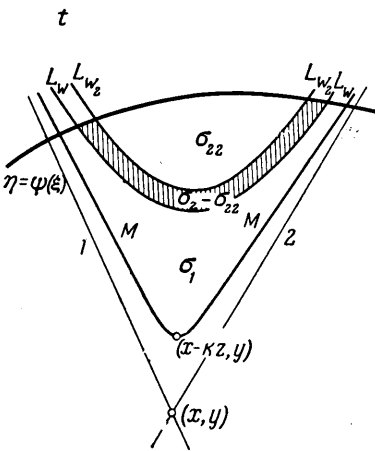
Здесь функция  $\varphi_{kw}^{(2)}$  получена в работе [3] и является решением в случае области  $V_2^*$

$$\varphi_{kw}^{(2)} = \varphi_k + \varphi_w^{(2)} = \varphi_k + \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_2} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta$$

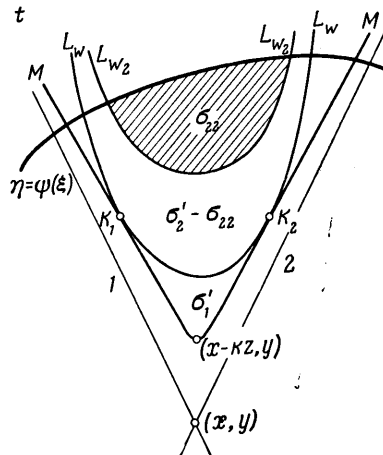
В случае области  $V_{35}^*$  решение имеет вид

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_{kw}^{(3)}(x, y, z, t) - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{22}} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta \quad (3.8)$$

где функция  $\varphi_{kw}^{(3)}$  получена в работе [3] и является решением в случае области  $V_3^*$ , а область  $\sigma_{22}$  указана на фиг. 8.



Фиг. 7



Фиг. 8

Наконец, в случае области  $V_{36}^*$  решение найдем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, t) = & \varphi_{kw}^{(3)}(x, y, z, t) - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{12} + \sigma_{22}'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_{12}'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_2)}{r} d\xi d\eta \\ \varphi_{kw}^{(3)} = & \varphi_k + \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_1' + \sigma_2'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_1)}{r} d\xi d\eta + \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma_1'} \frac{A_w(\xi, \eta, \tau_2)}{r} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.9)$$

Области интегрирования указаны на фиг. 9.

Таким образом, формулы (4.5) — (4.7) работы [3] и формулы (3.5) — (3.9) данной статьи дают решение задачи об обтекании крыла сверхзвуковым потоком газа в присутствии движущейся волны давления конечной протяженности.

§ 4. Обратимся к моменту времени  $t$ . В пространстве  $xOyt$  проведем плоскость  $\tau = t$ . Проекция на плоскость линий пересечения плоскости  $\tau = t$  с плоскостями  $W$  и  $W_2$  обозначим соответственно буквами  $W$  и  $W_2$  (фиг. 10). Проекция на ту же плоскость линий пересечения плоскости  $\tau = t$  с огибающей поверхностью  $\Omega$  обозначим через  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , а проекции линий пересечения плоскости  $\tau = t$  с огибающей поверхностью  $\Omega^{(2)}$  — через  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$ . Уравнения кривых  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  даны в работе [3]. Уравнения кривых  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$  найдем в параметрическом виде

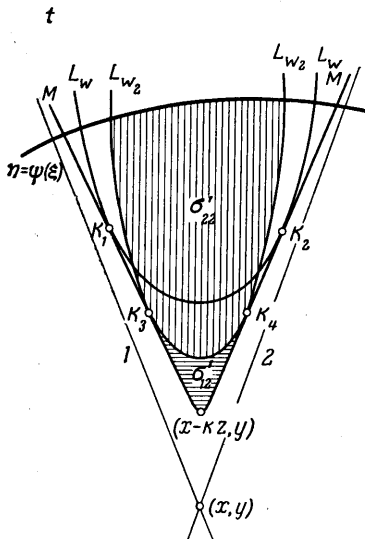
$$K_0^2 (x^* - \xi)^2 + K_0^2 [\psi(x^*) - \eta]^2 + 2uK_0 (x^* - \xi) (L - x^* \sin \omega - K_0 t) - K_0^2 t^2 + (u^2 - a^2) (L - x^* \sin \omega - K_0 t)^2 = 0 \quad (4.1)$$

$$K_0^2 (x^* - \xi) + K_0^2 [\psi(x^*) - \eta]^2 \Psi'(x^*) - uK_0 \sin \omega (x^* - \xi) + uK_0 (L - x^* \sin \omega - K_0 t) - (u^2 - a^2) \sin \omega (L - x^* \sin \omega - K_0 t) = 0$$

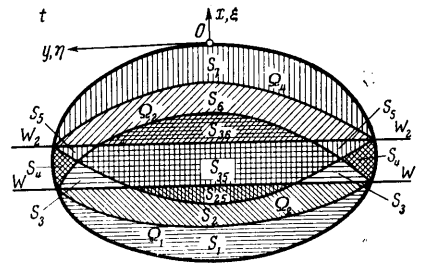
где  $x^*$  — параметр.

Линии  $\Omega_1, W, \Omega_2, \Omega_3, W_2, \Omega_4$  разделяют поверхность крыла на области  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$  с различным аналитическим характером решения задачи. Области, полученные в результате пересечения линий  $W$  и  $\Omega_3$  и  $\Omega_2$  и  $W_2$ , соответственно обозначим через  $S_{25}, S_{35}, S_{36}$  (фиг. 10). Плоские области  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_{25}, S_{35}, S_{36}$  соответственно отвечают областям  $V_1^*, V_2^*, V_3^*, V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_{25}^*, V_{35}^*, V_{36}^*$  в пространстве  $xOyt$  в момент времени  $t$ . На фиг. 10 представлено разбиение на области в самом общем случае, какой может представиться при исследовании влияния слабой ударной волны конечной протяженности на поток, возбужденный движением рассматриваемого крыла.

При фактическом вычислении квадратур, кроме рассмотренных областей  $S_i$  и  $S_{kj}$ , следует еще рассмотреть подобласти областей  $S_3, S_6, S_{35}, S_{36}$ , подобно тому как это сделано в работе [8] для области  $S_3$ . Разбиение на подобласти следует производить в зависимости от того, находятся ли точки касания  $K_1, K_2$  и точки касания  $K_3, K_4$  гиперболы Маха (или при  $z = 0$  линий Маха) соответственно с кривой  $L_w$  и с кривой  $L_{w_2}$  на поверхности крыла или за его пределами.



Фиг. 9



Фиг. 10

Выше рассмотрена задача, когда волна перемещается противоположно движению крыла. Если ударная волна движется по направлению движения крыла, т. е. крыло догоняет волну, то всюду в формулах вместо выражения  $u + a_1 \sin \omega$  следует положить выражение  $u - a_1 \sin \omega$ . Если при этом угол  $\omega$  превосходит угол Маха, то области  $V_2^*, V_5^*, V_{25}^*$  соответственно с областями  $V_3^*, V_6^*, V_{35}^*$  меняются ролями.

Поступила 18 I 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Некрасов А. И. Теория крыла в нестационарном потоке. Изд-во АН СССР, 1947.
2. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. Гостехиздат, 1950.
3. Красильщикова Е. А. Крыло конечного размаха в присутствии движущейся ударной волны. Изв. АН СССР, Механика, 1964, № 5.
4. Красильщикова Е. А. Неустановившееся движение крыла конечного размаха в сжимаемой среде. Изв. АН СССР, ОН, 1958, № 3.
5. Красильщикова Е. А. Крыло конечного размаха в сжимаемом потоке. Гостехиздат, 1952.