

**ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ  
ПРИ ВДУВЕ И ОТСОСЕ РАЗЛИЧНЫХ ГАЗОВ  
ЧЕРЕЗ ПОВЕРХНОСТЬ ТЕЛА**

Н. А. АНФИМОВ

*(Москва)*

Получены и обобщены численные решения уравнений ламинарного пограничного слоя в окрестности критической точки осесимметричного затупленного тела при вдуве одиночных газов в однородный внешний поток. Рассмотрено более 30 различных пар газов. Проанализирован тепло- и массообмен в многокомпонентном ламинарном пограничном слое при вдуве смеси газов, а также при одновременном вдуве и отсосе различных газов через поверхность тела. Предложен приближенный метод расчета тепло- и массообмена в ламинарном пограничном слое.

*Обозначения*

$\rho$  — плотность;  
 $T$  — температура;  $J$  — энтальпия;  
 $M$  — молекулярный вес;  
 $c_i$  — массовая концентрация;  
 $x_i$  — молярная концентрация;  
 $\mu$  — коэффициент вязкости;  
 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  
 $D_{ij}$  — коэффициент бинарной диффузии;  
 $D_i$  — обобщенный коэффициент диффузии;  
 $V_i$  — скорость диффузии;  
 $q$  — коллективный тепловой поток;  
 $\tau$  — поверхностное трение;

$G$  — суммарный массовый расход через поверхность;  
 $G_i$  — расход  $i$ -й компоненты через поверхность;  
 $\alpha/c_p$  — коэффициент теплообмена;  
 $\beta_i$  — коэффициент массообмена  $i$ -й компоненты;  
 $\gamma_q$  — коэффициент вдува для теплообмена (2.7);  
 $\gamma_\beta$  — коэффициент вдува для массообмена (2.7);  
 $\sigma, \epsilon$  — параметры потенциальной функции межмолекулярного взаимодействия;

$$\alpha/c_p = q / (J_e - J_w), \quad \beta_i = (\rho c_i V_i)_w / (c_{iw} - c_{ie})$$

\* Индексы:  $e$  — внешняя граница пограничного слоя;  $w$  — стенка;  $0$  — непроницаемая поверхность;  $i$  —  $i$ -я компонента;  $v$  — вдуваемый газ.

*Безразмерные величины*

$$l = \frac{\rho \mu}{\rho_u \mu_w}, \quad \theta = \frac{T}{T_e}, \quad J_w^\circ = \frac{J_w}{J_e}, \quad \psi_i = \frac{G_i}{G}, \quad G^\circ = \frac{G}{(\alpha/c_p)_0}, \quad q^\circ = \frac{q}{q_0}, \quad \beta_i^\circ = \frac{\beta_i}{\beta_{i0}}$$

$$R = \frac{\rho u_e x}{\mu}, \quad P = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad N_{D_i} = \frac{\beta_i x}{\rho_w D_i}, \quad S_{ij} = \frac{\mu}{\rho D_{ij}}, \quad S_i = \frac{\mu}{\rho D_i}$$

**§ 1.** Расчеты процессов тепло- и массообмена в ламинарном пограничном слое в практике обычно проводятся весьма приближенно в предположении равенства коэффициентов тепло- и массообмена

$$\alpha/c_p = \beta_i \quad (1.1)$$

как на непроницаемой поверхности, так и при наличии вещества через поверхность тела (например, [1, 2]).

Если упрощающее предположение (1.1) не делать, то имеются две возможности. Первая — провести численное интегрирование системы уравнений многокомпонентного пограничного слоя, как это делается в работах [3–6]. Однако этот процесс весьма трудоемкий. Другая возможность связана

с использованием критериальных зависимостей для массообмена в много-компонентном пограничном слое, например соотношения (1.2)

$$N_{D_i} = 0.763 (3/M_v)^{0.4-b} R_w^{0.5} S_{iw}^b \theta_w^{0.19} \quad (b = 1 - 0.6K^{G^*}, K = (38)^{1/\sqrt{M_v}})$$

Соотношение (1.2) получено в работе [7] в результате аппроксимации численных решений уравнений многокомпонентного ламинарного пограничного слоя в передней критической точке осесимметричного тела. Однако такие соотношения содержат в правой части обобщенные числа Шмидта для отдельных компонент, которые сами являются функциями коэффициентов массообмена. Для нахождения коэффициентов массообмена в этом случае необходимо разрешить нелинейную систему алгебраических уравнений, как это делается, например, в работе [8] (правда, в этой работе используются имеющие ограниченное применение выражения для аналогии коэффициентов тепло- и массообмена, полученные при помощи асимптотического интегрирования уравнений пограничного слоя). Ниже предлагается метод, позволяющий повысить точность инженерных расчетов тепло- и массообмена в окрестности критической точки осесимметричного затупленного тела.

**§ 2. Вдув одиночных газов (бинарная постановка).** Вдув одиночных газов в бинарной постановке исследовался в работах [9–13] и других. В указанных работах рассматривался вдув в воздух водорода, гелия, воздуха, углекислого газа и были получены значения коэффициента вдува, характеризующего снижение относительного теплового потока к стенке при вдуве инородного газа.

Для проведения инженерных расчетов, когда приходится определять эффект вдува самых различных газов, удобно представить коэффициенты вдува в виде некоторой функции молекулярных весов внешнего и вдуваемого газов. Трудно ожидать, что молекулярные веса полностью определяют эффект вдува, так как этот эффект зависит от всей совокупности термодинамических и переносных свойств обоих газов. Тем не менее, во многих работах рекомендуются простые зависимости коэффициента вдува для теплообмена от отношения молекулярных весов. Для течения в окрестности критической точки осесимметричного затупленного тела можно отметить следующие простые формулы:

$$\gamma_q = 0.6 J_w^{0.03} (M_e/M_v)^{0.24} \text{ Мугалева [14]} \quad (2.1)$$

$$\gamma_q = (0.67 - 0.72) (M_e / M_v)^{0.25-0.4} \text{ Адамса [15]} \quad (2.2)$$

$$\gamma_q = 0.58 l_e^{-0.04} P^{-0.18} (M_e/M_v)^{0.25} \text{ Хидалго [13]} \quad (2.3)$$

$$\gamma_q = 0.84 (M_e / M_v)^{0.33} \text{ Лиза [16]} \quad (2.4)$$

$$\gamma_q = 0.65 (M_e / M_v)^{0.4} \text{ работы [7].} \quad (2.5)$$

Эти формулы получены на основании данных для небольшого числа вдуваемых в воздух газов, поэтому плохо согласуются друг с другом.

В настоящей работе была поставлена задача получить данные по вдуву большого числа различных газов с самыми различными свойствами. Система дифференциальных уравнений пограничного слоя была такой же, как и в работах [10, 12]. Численное интегрирование велось методом прогонки. Способ расчета переносных свойств отдельных компонент и смеси в целом был тот же, что и в работе [17], причем предполагалось, что взаимодействие всех компонент описывается потенциалом Леннарда-Джонса. Термодинамические свойства компонент заимствовались из работы [18].

Численные расчеты проводились для вдува следующих газов: 1) инертные газы — He, Ne, Ar, Kr, Xe; 2) атомарные компоненты, существующие лишь при высоких температурах, — O, N, H, C; 3) двухатомные газы — воздух, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, CO, NO, F<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, Br<sub>2</sub>, J<sub>2</sub>; 4) многоатомные газы CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>O, SO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, CCl<sub>4</sub>. Молекулярные веса указанных газов, а также константы, входящие в выражение для потенциала Леннарда-

Таблица 1

Газ	<i>M</i>	$\sigma, \text{ \AA}$	$\epsilon / k, ^\circ\text{K}$	Газ	<i>M</i>	$\sigma, \text{ \AA}$	$\epsilon / k, ^\circ\text{K}$
He	4.003	2.576	10.22	NO	30.01	3.47	119
Ne	20.183	2.789	35.7	F <sub>2</sub>	38.00	3.653	112
Ar	39.944	3.418	124	Cl <sub>2</sub>	70.914	4.115	357
Kr	83.80	3.61	190	Br <sub>2</sub>	159.83	4.268	520
Xe	131.30	4.055	229	J <sub>2</sub>	253.82	4.982	550
O	16.00	2.96 <sup>20</sup>	44*	CO <sub>2</sub>	44.01	3.996	190
N	14.01	2.88 <sup>20</sup>	38*	H <sub>2</sub> O	18.016	2.824 <sup>24</sup>	230.9 <sup>24</sup>
H	1.008	2.125	3*	N <sub>2</sub> O	44.02	3.879	220
C	12.01	2.8 <sup>1</sup>	33*	SO <sub>2</sub>	64.066	4.29	252
Воздух	28.97	3.617	97	CH <sub>4</sub>	16.043	3.822	137
O <sub>2</sub>	32.00	3.433	113.2	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	26.038	4.221	185
N <sub>2</sub>	28.02	3.681	91.46	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	28.054	4.232	205
H <sub>2</sub>	2.016	2.968	33.3	CCl <sub>4</sub>	153.839	5.881	327
CO	28.01	3.59	110.3				

(\* Интерполяция по молекулярным весам для инертных газов.)

Джонса, приведены в табл. 1. Большинство констант заимствовано из работы [10]. Константы, заимствованные из других работ, отмечены соответствующим индексом. Основная часть расчетов проведена для воздуха в качестве внешнего газа. Однако некоторые расчеты проведены для других внешних газов — H<sub>2</sub>, He, J<sub>2</sub> и Xe с тем, чтобы иметь больший диапазон изменения отношения молекулярных весов вдуваемого и внешнего газов.

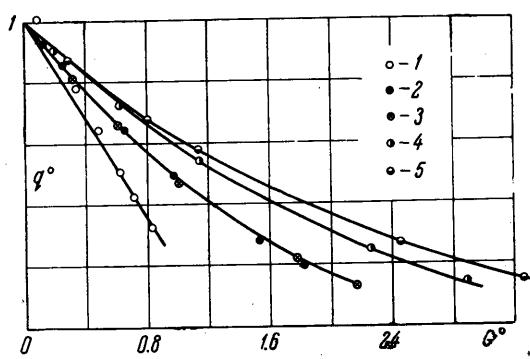
Ранее было показано [7, 14], что зависимость относительного теплового потока от безразмерного расхода вдуваемого газа

$$G^o = G \left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_0^{-1}$$

или

$$f_e = G \left[ \left( \frac{du_e}{dx} \right)_0 \rho_e u_e \right]^{-1/2}$$

является универсальной и почти не зависит от остальных параметров, например температурного фактора. Поэтому все расчеты проводились для единственных тем-



Фиг. 1 (1 — He, 2 — Ne, 3 — Ar, 4 — Kr, 5 — Xe)

пературных условий:  $T_e = 3000^\circ \text{K}$ ,  $T_w = 1000^\circ \text{K}$ ,  $\theta_v = 1/3$ .

При анализе результатов проводимых расчетов основное внимание уделялось исследованию тепло- и массообмена. Прежде всего строились зависимости относительного теплового потока и относительного коэффициента массообмена от безразмерного расхода вдуваемого газа

$$q^o = q^o(G^o), \quad \beta_i^o = \beta_i^o(G^o) \quad (2.6)$$

Привести все полученные зависимости в данной статье невозможно из-за ограниченности объема. В качестве примера на фиг. 1, 2 показаны зависимости (2.6) для инертных газов. При не слишком больших расходах зависимости обоих типов являются, как правило, линейными:

$$q^o = 1 - \gamma_q G^o, \quad \beta_i^o = 1 - \gamma_\beta G^o \quad (2.7)$$

Значения коэффициентов вдува  $\gamma_q$  и  $\gamma_\beta$  для исследованных газов приведены в табл. 2. Там же указаны минимальные значения  $q^o$  и  $\beta^o$ , при кото-

рых может использоваться линейное представление в виде (2.7). Большинство расчетов проведено для воздуха в качестве внешнего газа. В тех случаях, когда рассматривались другие внешние газы, их названия приведены в скобках.

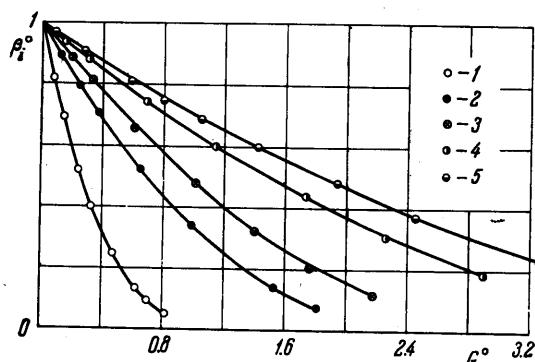
Таблица 2

Вдуваемый газ	$\gamma_q$	$q^{\circ} \text{ min}$	$\gamma_B$	$\beta^{\circ} \text{ min}$	Вдуваемый газ	$\gamma_q$	$q^{\circ} \text{ min}$	$\gamma_B$	$\beta^{\circ} \text{ min}$
He	0.82	0.25	2.0	0.4	Br <sub>2</sub>	0.39	0.55	0.27	0.5
Ne	0.57	0.5	0.70	0.5	J <sub>2</sub>	0.35	0.65	0.23	0.6
Ar	0.56	0.5	0.53	0.4	CO <sub>2</sub>	0.60	0.45	0.53	0.5
Kr	0.48	0.6	0.35	0.4	H <sub>2</sub> O	0.67	0.5	0.77	0.4
Xe	0.44	0.6	0.28	0.4	N <sub>2</sub> O	0.60	0.45	0.53	0.4
O <sub>2</sub>	0.60	0.3	0.87	0.4	SO <sub>2</sub>	0.60	0.4	0.53	0.4
N	0.60	0.3	0.90	0.4	CH <sub>4</sub>	1.2	0.5	1.37	0.6
H	—	—	4.4	0.5	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	0.90	0.5	0.77	0.5
C	0.60	0.3	1.04	0.4	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	0.96	0.5	0.77	0.5
Воздух	0.65	0.4	0.67	0.4	CCl <sub>4</sub>	0.40	0.3	0.29	0.4
O <sub>2</sub>	0.60	0.4	0.63	0.4	H <sub>2</sub> (Xe)	—	—	11.0	0.6
N <sub>2</sub>	0.68	0.4	0.67	0.4	He(Xe)	—	—	5.3	0.5
H <sub>2</sub>	1.64	0.25	3.7	0.45	H <sub>2</sub> (J <sub>2</sub> )	—	—	11.7	0.55
CO	0.67	0.4	0.67	0.4	Xe(He)	0.34	0.8	0.23	0.8
NO	0.60	0.4	0.63	0.4	Xe(H <sub>2</sub> )	0.32	0.8	0.26	0.8
F <sub>2</sub>	0.58	0.4	0.55	0.4	J <sub>2</sub> (H <sub>2</sub> )	0.26	0.7	0.24	0.8
Cl <sub>2</sub>	0.48	0.4	0.42	0.3					

Линейный характер зависимости (2.6) для теплового потока нарушается лишь при вдуве «легких» газов в «тяжелые». Такое аномальное поведение наблюдается для H, H<sub>2</sub> и He. При вдуве этих газов тепловой поток сначала даже не уменьшается, а увеличивается (тем сильнее, чем меньше молекулярный вес вдуваемого газа по сравнению с молекулярным весом внешнего газа). Причина отмеченного аномального эффекта заключается в том, что при не слишком больших расходах легких газов, когда профиль температуры внутри пограничного слоя еще не успевает сильно деформироваться, наблюдается заметное увеличение коэффициента теплопроводности смеси газов

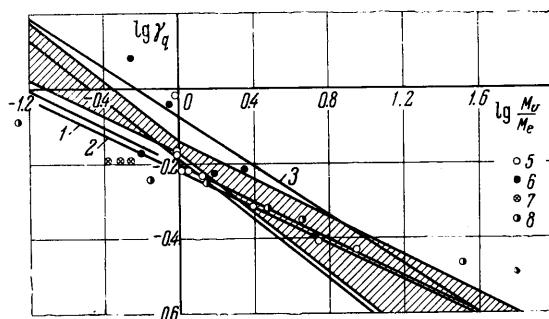
у поверхности тела. Именно поэтому и происходит увеличение теплового потока. Для коэффициентов массообмена аналогичный эффект не наблюдается, так как коэффициент бинарной диффузии пары внешний газ — вдуваемый газ, в отличие от коэффициента теплопроводности, в первом приближении не зависит от концентраций.

На фиг. 3 проведено сравнение значений коэффициента  $\gamma_q$ , полученных в настоящей работе, с формулами (2.1) — (2.5). Можно видеть, что ни одна из перечисленных формул не дает хороших результатов применительно ко всем исследованным в данной работе случаям. Для дальнейшего использования можно рекомендовать формулу (2.1), так как она, пожалуй, несколько лучше согласуется с численными результатами для большинства двухатомных и одноатомных газов, которые представляют наибольший интерес для ряда практических приложений.



Фиг. 2 (1 — He, 2 — Ne, 3 — Ar, 4 — Kr, 5 — Xe)

На фиг. 4 представлены данные по коэффициенту вдува для массообмена в зависимости от отношения молекулярных весов. Можно видеть, что эти данные вполне удовлетворительно ложатся на единую прямую (в логарифмическом масштабе)



Фиг. 3 (1 — работа [14], 2 — работа [13], 3 — работа [16], 4 — работа [7], 5 — двухатомные газы, 6 — многоатомные газы, 7 — атомарные компоненты, 8 — инертные газы, заштрихованная область — работа [15])

данные по аналогичному коэффициенту для теплообмена, заключается в том, что первый коэффициент связан лишь с деформацией профиля относительной концентрации при вдуве, а второй коэффициент определяется как деформацией профиля температуры, так и изменением концентрации вдуваемого газа на стенке, которая оказывает влияние на коэффициент теплопроводности смеси.

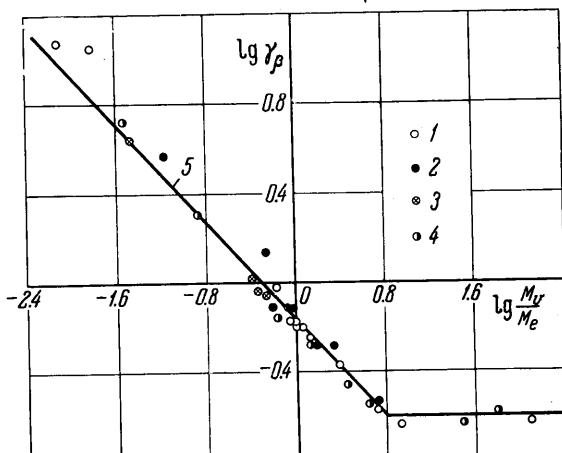
**§ 3. Вдув одиночных газов (многокомпонентная постановка).** На практике приходится, как правило, иметь дело с внешними газами, представляющими собой многокомпонентную смесь. Примером является обычный воздух, который при высоких температурах диссоциирует, причем отдельные его компоненты вступают в химические реакции с образованием различных окислов азота. Обычно диссоциированный воздух представляют в виде смеси пяти компонент: O, O<sub>2</sub>, N, N<sub>2</sub>, и NO. Снижение теплового потока при вдуве одиночных газов и смесей газов в многокомпонентный пограничный слой было проанализировано в работе [?], поэтому ниже основное внимание уделим процессам массообмена.

В многокомпонентной смеси газов каждая компонента характеризуется собственным коэффициентом массообмена  $\beta_i$ . Возникает вопрос, будет ли при вдуве одиночного газа зависимость относительного коэффициента массообмена от безразмерного расхода вдуваемого газа единой для всех компонент? И если да, то будет ли при этом коэффициент вдува  $\gamma_B$  иметь то же значение, что и в бинарной постановке?

$$\gamma_B = 0.70 (M_e / M_v)^{0.55} \quad (2.8)$$

причем создается впечатление, что после некоторого предела с ростом отношения молекулярных весов вдуваемого и внешнего газов величина коэффициента вдува  $\gamma_B$  перестает уменьшаться. Поэтому лучше пользоваться зависимостью (2.8) лишь при  $M_v / M_e < 6.5$ , а при  $M_v / M_e > 6.5$  считать, что  $\gamma_B = 0.25 = \text{const}$ . К сожалению, при  $M_v / M_e > 6.5$  получено всего четыре расчетных точки, поэтому сделанный вывод следует считать предварительным.

Причина того, что данные по коэффициенту вдува для массообмена гораздо лучше аппроксимируются единой зависимостью от отношения молекулярных весов, чем



Фиг. 4 (1 — двухатомные газы, 2 — многоатомные газы, 3 — инертные газы, 4 — атомарные компоненты, 5 — зависимость (5.2))

Для того чтобы получить ответ на поставленные вопросы, были проанализированы численные решения, полученные и описанные в работе [7]. В этой работе рассматривался вдув  $H_2$ ,  $He$ , воздуха,  $CO$ ,  $SiO_2$  и их смесей в диссоциированный воздух в предположении, что вдуваемые газы не вступают ни в какие химические реакции с компонентами воздуха. Относительно самого воздуха предполагалось, что на внешней границе пограничного слоя и на стенке он находится в состоянии термодинамического равновесия, а внутри пограничного слоя химические реакции отсутствуют.

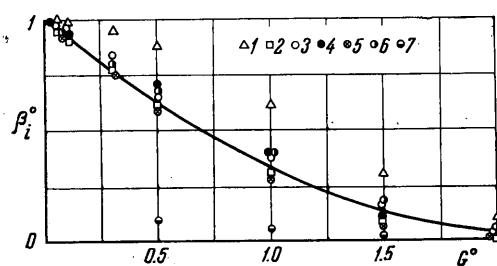
На фиг. 5 в качестве примера приведена зависимость относительных коэффициентов массообмена для отдельных компонент при вдуве водорода в случае  $T_e = 6000^\circ K$ ,  $T_w = 300^\circ K$ ,  $p = 10 atm$ . На этой же фигуре сплошной линией проведена кривая, полученная в бинарной постановке. Вывод, который можно сделать из полученных результатов, состоит в том, что при вдуве одиночного газа уменьшение коэффициентов

массообмена различных компонент (и внешних, и вдуваемых) происходит приблизительно по единому закону, который близок к закону снижения коэффициентов массообмена при вдуве того же одиночного газа в однородный внешний поток. Исключение составляет, как правило, коэффициент массообмена молекулярного азота, а иногда и окиси азота. Это явление связано с особенностями процесса диффузии в многокомпонентной смеси газов; оно имеет место при слабом относительном изменении концентрации той или иной компоненты поперек слоя, когда выполняется условие [2]

$$|c_{ie} - c_{iw}| / c_{i\max} < 0.04 \quad (3.1)$$

Таким образом, полученные в § 2 результаты по снижению коэффициентов массообмена при вдуве одиночных газов в однородный внешний поток могут использоватьсь и при вдуве одиночных газов в многокомпонентный пограничный слой для расчета коэффициентов массообмена тех компонент, которые не обладают «особенностями».

**§ 4. Вдув смеси газов. Одновременный вдув и отсос газов через поверхность.** Во многих практических случаях приходится иметь дело с одновременным вдувом в пограничный слой нескольких газов. В работе [7] были получены формулы для расчета теплового потока и поверхностного трения при вдуве смеси газов на основании снижения соответствующих величин при вдуве одиночных газов



Фиг. 6 (1 —  $H_2$ , 2 —  $SiO_2$ , 3 —  $O$ , 4 —  $O_2$ , 5 —  $NO$ , 6 —  $N$ , 7 —  $N_2$ )

$$q^\circ(G^\circ) = \prod_{k=1}^N q_k^\circ(G_k^\circ) \quad (4.1)$$

$$\tau^\circ(G^\circ) = \prod_{k=1}^N \tau_k^\circ(G_k^\circ) \quad (4.1)$$

Аналогичная формула для коэффициентов массообмена

$$\beta^\circ(G^\circ) = \prod_{k=1}^N \beta_k^\circ(G_k^\circ) \quad (4.2)$$

В качестве примера на фиг. 6 приведены численные результаты работы [7], полученные при вдуве в диссоциированный воздух смеси 10% водорода и 90% двуокиси кремния (по весу.) Сплошной кривой показано снижение коэффициентов массообмена, рассчитанные по формуле (4.2). Можно

видеть, что коэффициенты массообмена всех компонент, за исключением водорода, хорошо согласуются с расчетом по формуле (4.2). Исключение составляет коэффициент массообмена водорода, значения которого систематически превышают значения  $\beta_i$  для остальных компонент. Аналогичная картина получается и для других вариантов расчетов. Таким образом, при расчете снижения коэффициентов массообмена при вдуве смеси газов (4.2) дает хорошие результаты для всех компонент, за исключением «особых», т. е. удовлетворяющих (3.1), и самых «легких» (типа водорода).

Важное практическое значение имеет вопрос о тепло- и массообмене при одновременном вдуве и отсосе различных компонент через поверхность тела. Такое положение имеет место, например, при протекании на поверхности тела гетерогенных химических реакций. В этом случае на поверхности происходит поглощение (отсос) реагентов из пограничного слоя и выделение (вдув) продуктов реакции (если эти продукты газообразные). При расчетах в таких случаях тепловые потоки рассчитываются по формуле (2.7), причем коэффициент вдува определяется по формулам типа (2.1) — (2.5) в соответствии с некоторым средним молекулярным весом.

Однако при одновременном вдуве и отсосе различных газов положение оказывается гораздо сложнее. Так, например, если из пограничного слоя отсасывается реагент (компонент) с малым молекулярным весом, а вдувается с поверхности продукт реакции (компонента) с большим молекулярным весом, то эффект увеличения теплового потока и коэффициентов массообмена при отсосе первой компоненты может, в принципе, даже превышать эффект снижения теплового потока и коэффициентов массообмена при вдуве второй компоненты. В результате, несмотря на то что суммарный массовый расход через поверхность является положительным (т. е. направлен от стенки внутрь пограничного слоя), тепловой поток и особенно коэффициенты массообмена (для которых зависимость коэффициента вдува от молекулярного веса является более сильной) могут даже превышать соответствующие величины для непроницаемой поверхности. Возможны и другие случаи, когда, наоборот, суммарный коэффициент вдува будет превышать коэффициенты вдува отдельных газов.

Для того чтобы исследовать закономерности процессов тепло- и массообмена при одновременном вдуве и отсосе компонент через поверхность тела, был проведен следующий анализ. Рассматривалось обтекание смесью газов *A* и *B* тела, состоящего из элемента *M*, или тела, через поверхность которого подается газ *M*. Предполагалось, что на поверхности тела протекает с большой скоростью гетерогенная химическая реакция между материалом тела *M* и газом *A*, в результате которой образуется газообразный продукт *R*. Газ *B* предполагался инертным. Химические реакции в газовой фазе (внутри пограничного слоя) считались замороженными.

Уравнения трехкомпонентного ламинарного пограничного слоя для окрестности критической точки сводились к автомодельному виду и интегрировались, как это делалось в работах [7, 23]. Численные расчеты проводились при двух значениях температурного фактора  $\theta_w = 0.2$  и  $\theta_w = 0.8$  для шести вариантов состава пограничного слоя:  $O, N_2, CO$ ;  $O_2, N_2, CO$ ;  $O, N_2, CO_2$ ;  $O_2, N_2, CO_2$  (горение углерода);  $O, N_2, H_2O$ ;  $O_2, N_2, H_2O$  (горение водорода). Расчеты велись до отрыва фронта горения от поверхности тела, чему соответствует условие  $c_{Aw} = 0$ .

Зависимости относительного теплового потока и коэффициентов массообмена от безразмерного суммарного расхода газа через поверхность для двух вариантов приведены на фиг. 7—8. Сплошными линиями показаны результаты расчета по формулам (4.1) и (4.2) для горения углерода ( $O, N_2, CO$ ), пунктирными — аналогичные результаты для горения водорода ( $O, N_2, H_2O$ ). Значения коэффициентов вдува для отдельных компонент брались из табл. 2. Можно констатировать, что в случае одновременного отсоса и вдува различных газов через поверхность тела использование формул (4.1)

и (4.2) для расчета тепло- и массообмена дает удовлетворительные результаты. Некоторые расхождения (особенно в коэффициентах массообмена) объясняются тем, что расходы отдельных компонент (имеющие противоположные направления) намного превышают суммарный расход. В результате и возникает погрешность расчета эффекта вдува, который определяется как малая разность больших величин.

При не слишком больших расходах, когда снижение теплового потока или коэффициентов массообмена имеет линейный характер, из формул (4.1) и (4.2) можно получить следующие выражения для расчета коэффициентов вдува:

$$\gamma_q = \sum_{i=1}^n \Psi_i \gamma_{q_i}, \quad \gamma_\beta = \sum_{i=1}^n \Psi_i \gamma_{\beta_i} \quad (4.3)$$

где суммирование производится по всем компонентам, вдуваемым или отсасываемым через поверхность тела.

**§ 5. Приближенный метод расчета тепло- и массообмена при наличии массового расхода через поверхность.** Предлагаемый метод основывается на введении поправок к значениям теплового потока и коэффициентов массообмена для эквивалентной непроницаемой поверхности. Эквивалентная непроницаемая поверхность имеет ту же температуру, а при учете радиационных тепловых потоков — и те же оптические характеристики, что и рассматриваемая поверхность.

1°. Если известен конвективный тепловой поток к эквивалентной непроницаемой поверхности  $q_0$  и соответствующие коэффициенты массообмена для отдельных компонент  $\beta_{i0}$ , то аналогичные величины на рассматриваемой поверхности определяются по формулам (4.1) и (4.2). При не слишком больших расходах газа через рассматриваемую поверхность можно пользоваться упрощенными формулами (2.7). Входящие в эти формулы коэффициенты вдува рассчитываются при помощи соотношений (4.3). Упрощенные формулы справедливы до тех

Фиг. 8 [1, 2 — численный расчет для O, 3, 4 — то же для N<sub>2</sub>; 5, 6 — то же для CO или H<sub>2</sub>O; 7, 8 — расчет по формуле (4.2)]

пор, пока  $q^\circ > 0.3 - 0.5$ ;  $\beta^\circ > 0.3 - 0.5$ . Исходные формулы (4.1) и (4.2) справедливы при  $q^\circ > 0.1 - 0.2$ ;  $\beta^\circ > 0.1 - 0.2$ .

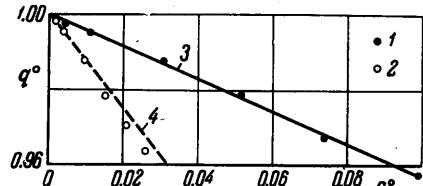
Коэффициенты вдува для отдельных компонент либо берутся из табл. 2, либо рассчитываются по аппроксимационным формулам

$$\gamma_q = 0.6 J_w^{-0.03} (M_e/M_v)^{0.24} \quad [14] \quad (5.1)$$

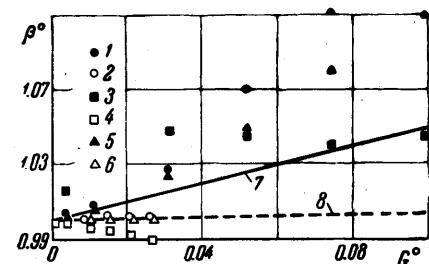
$$\gamma_\beta = \begin{cases} 0.7 (M_e/M_v)^{0.55} & \text{при } M_v/M_e < 6.5 \\ 0.25 & \text{при } M_v/M_e > 6.5 \end{cases} \quad (5.2)$$

По приведенным выше формулам могут быть рассчитаны коэффициенты массообмена всех компонент за исключением одной. Коэффициент массообмена «последней» компоненты определяется из условия обращения в нуль суммы диффузионных потоков на поверхности

$$\beta_N = \sum_{i=1}^{N-1} \beta_i \frac{c_{iw} - c_{ie}}{c_{Ne} - c_{Nw}} \quad (5.3)$$



Фиг. 7 [1, 2 — численный расчет, 3, 4 — расчет по формуле (4.1)]



Фиг. 8 [1, 2 — численный расчет для O, 3, 4 — то же для N<sub>2</sub>; 5, 6 — то же для CO или H<sub>2</sub>O; 7, 8 — расчет по формуле (4.2)]

В качестве «последней» компоненты выбирается та, относительное изменение которой поперек пограничного слоя является наименьшим.

2°. Конвективный тепловой поток к непроницаемой поверхности  $q_0$  определяется известными методами, например, по формуле Фэя и Ридделла [21] или по другим приближенным формулам.

3°. Коэффициенты массообмена на непроницаемой поверхности могут быть определены при помощи аппроксимационного выражения для закона массообмена в многокомпонентном пограничном слое (1.2), полученного в работе [7]. В случае непроницаемой поверхности это выражение упрощается и принимает вид

$$N_{D_i} = 0,763 R_w^{0.5} S_{iw}^{0.4} \theta_w^{0.19} \quad (5.4)$$

4°. Обобщенные числа Шмидта, вообще говоря, зависят от коэффициентов массообмена. Однако для компонент, не являющихся «особыми» (в смысле нарушения единого закона массообмена или других единых зависимостей для массообмена), можно использовать приближенную формулу Уилке [22]

$$S_i = \sum_{j \neq i} \frac{x_{jo} S_{ij}}{1 - x_{io}} \quad (5.5)$$

причем для вдуваемых компонент  $x_{io} = 0$ . Эта формула является точной в том случае, когда концентрация компоненты мала, а ее диффузионный поток имеет конечную величину (например для атомарных компонент на холодной стенке). В остальных же случаях, кроме оговоренных выше, когда нарушается единый закон массообмена, погрешность расчета по формуле (5.5) не превышает 10–15 %. Об этом свидетельствует анализ численных решений уравнений многокомпонентного пограничного слоя, полученных в работах [5, 7, 23].

Если условие (3.1) выполняется лишь для одной компоненты, то никаких трудностей при расчете коэффициентов массообмена не возникает, поскольку именно эту компоненту можно выбрать в качестве «последней» и находить для нее коэффициент массообмена из соотношения (5.3). Если же условие (3.1) выполняется для двух и более компонент, то предлагаемый метод может привести к значительным погрешностям при определении диффузионных потоков этих компонент. Однако погрешности определения суммарных величин, таких, как тепловой поток к поверхности или скорость уноса массы, при этом будут не слишком большими, так как абсолютная величина диффузионного потока компоненты при выполнении условия (3.1) является достаточно малой.

Возможности предлагаемого метода расчета массообмена можно проиллюстрировать на примере расчета коэффициентов массообмена при уносе массы графита в потоке диссоциированного воздуха. Учитывается наличие пяти компонент в воздухе O, O<sub>2</sub>, N, N<sub>2</sub>, NO, сублимация графита в виде атомов C, а также образование окиси углерода и циана в результате гетерогенных реакций (реакции внутри пограничного слоя отсутствуют). В качестве эталона берется численное решение, полученное по методу работы [5] для следующих условий:  $T_e = 8000^\circ$  K,  $p = 10$  atm,  $(du_e/dx)_0 D/a_{kp} = 0.8$ ;  $D = 14$  м.м.

Для коэффициентов массообмена различных компонент получаются следующие значения:

компоненты	C	CO	CN	O	O <sub>2</sub>	NO	N	N <sub>2</sub>
предлагаемый метод	2.50	1.78	1.84	2.01	1.86	1.87	2.38	1.77 (0.715)
численное решение	2.623	1.652	1.725	1.872	1.381	1.382	1.981	1.113

Коэффициент массообмена для молекулярного азота вычислялся как по тем же формулам, что и для остальных компонент, так и по формуле (5.3) для «последней» компоненты. Последний результат помещен в скобки. Скорость уноса массы графита по предлагаемой методике оказывается равной  $1.07 \text{ кг}/\text{м}^2\text{сек}$ . Численное решение дает  $1.011 \text{ кг}/\text{м}^2\text{сек}$ . Суммарный коэффициент вдува равен  $\gamma_B = 0.34$ , т. е. приблизительно в два раза ниже значения, соответствующего среднему молекулярному весу.

Автор благодарит В. С. Драничкому, М. В. Гусеву и А. И. Нойкину, принимавших участие в проведении расчетов на ЭВМ и обработке полученных результатов.

Поступило 25 VI 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Moog J. A., Zlotnik M. Combustion of carbon in air stream. Amer. Rocket Soc. J., 1961, vol. 31, No. 10.
2. П о л е ж а е в Ю. В. Теоретический анализ нестационарного прогрева и разрушения стеклопластика в окрестности критической точки. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1964, № 3.
3. Щеиников В. В. Расчет ламинарного пограничного слоя у сублимирующей поверхности. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 5.
4. А н ф и м о в Н. А. Ламинарный пограничный слой на химически активной поверхности. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 3.
5. А н ф и м о в Н. А. Горение графита в потоке воздуха при высоких температурах. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
6. А л е к с е е в Б. В. Ламинарный пограничный слой у сублимирующей поверхности. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 3.
7. А н ф и м о в Н. А., А льт о в В. В. Теплообмен, трение и массообмен в ламинарном многокомпонентном пограничном слое при вдуве инородных газов. Теплофиз. высоких температур, 1965, № 3.
8. Т и р с к и й Г. А. Определение эффективных коэффициентов диффузии в ламинарном многокомпонентном пограничном слое. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 6.
9. Eckert E. R. G., Schneide P. J., Hadaway A. A., Larson R. M. Mass transfer cooling of a laminar boundary layer by injection of a light-weight foreign gas. Jet Propuls., 1958, vol. 28, No. 1.
10. Hayday A. A. Mass transfer cooling in a steady laminar boundary layer near the stagnation point. 1959. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, pp. 156—170.
11. А в д у е в с к и й В. С., О б р о с к о в а Е. И. Исследование ламинарного пограничного слоя на пористой пластине с учетом тепло- и массообмена. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 4.
12. H url ey D. G. Mass transfer cooling in a boundary layer. Aeronaut. Quart., 1961, vol. 12, No. 2.
13. Hidalgo H. Ablation of glassy material around blunt bodies of revolution. Amer. Rocket Soc. J., 1960, vol. 30, No. 9.
14. М у г а л е в В. П. Влияние вдувания различных газов на теплообмен вблизи передней критической точки затупленного тела. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 1.
15. Adams M. S. Recent advances in ablation. Amer. Rocket Soc. J., 1959, vol. 29, No. 9.
16. Lees L. Ablation in hypersonic flows. Inst. Aeronaut. Sci. Paper, 1959, No. 146.
17. А н ф и м о в Н. А. Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
18. Гурич Л. В. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Изд-во АН СССР, 1962.
19. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р., Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд-во иностр. лит., 1962.
20. Scalas S. M., Walkington C. Transport and thermodynamic properties in a hypersonic laminar boundary layer. Part I. Properties of pure species. Amer. Rocket Soc. J., 1959, vol. 29, No. 1.
21. Fay J. A., Riddell F. R. Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air. J. Aeronaut. Sci., 1958, vol. 25, No. 2.
22. Wilke C. R. Diffusional properties of multicomponent gases. Chem. Engng. Progr., 1950, vol. 46, No. 2.
23. А н ф и м о в Н. А. О предоставлении диссоциированного воздуха в качестве binaryной смеси газов при решении задач пограничного слоя. ПМТФ, 1964, № 1.
24. Г о л у б е в И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей. Физматгиз, 1959.