

О КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

С. И. СЕРГЕЕВ (Москва)

О переходе ламинарного движения колеблющейся жидкости в турбулентное движение и сопротивлении движению в этой области известно немного. Теоретический расчет критического значения числа Рейнольдса здесь чрезвычайно сложен и до сих пор не увенчался успехом [1,2]. Некоторые экспериментальные сведения об этом содержатся в статье [3].

Ниже излагаются результаты измерений критических значений числа Рейнольдса и сил сопротивления при ламинарном и турбулентном режимах колебаний жидкости в трубах.

Ламинарные колебания вязкой жидкости в длинной трубе ($L \gg D, L \gg a$), происходящие с заданной средней скоростью $v_* = a\omega \cos \tau$, $\tau = \omega t$, описываются уравнением Навье — Стокса

$$\frac{\partial p}{\partial \chi} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} - \sigma^2 \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (1)$$

при обычных граничных условиях и рассматривались еще И. С. Громекой [4].

В уравнении (1)

$$p = \frac{p_* D}{2a\mu\omega}, \quad \chi = \frac{2x}{D}, \quad \xi = \frac{2r}{D}, \quad u = \frac{v}{a\omega}, \quad \sigma^2 = \frac{D^2 \rho \omega}{4\mu} \quad (2)$$

Здесь D — диаметр трубы, a и ω — амплитуда и круговая частота колебаний жидкости; μ , ρ и v — ее вязкость, плотность и скорость; p_* — давление, r и x — радиальная и продольная координаты и t — время.

Действующие по концам трубы силы вязкого и инерционного сопротивления движению жидкости могут быть выражены в виде

$$P_v = cP_* \cos \tau, \quad P_m = m m_* a \omega^2 \sin \tau = \frac{1}{8} m \sigma^2 P_* \sin \tau \quad (P_* = 8 \pi \mu L a \omega) \quad (3)$$

Здесь P_* — паузейлева сила и m_* — масса столба жидкости. Безразмерные коэффициенты вязкого сопротивления c и присоединенной массы m при ламинарном движении жидкости выражаются через функции Бесселя. Преобразуя данные в работе [5] выражения скорости жидкости, получаем с погрешностью, меньшей 2%

$$c = 1 + \frac{\sigma^4}{4152}, \quad m = \frac{4}{3} \quad \text{при } \sigma < 4$$

$$c = \frac{\sigma}{\sqrt{32}} + \frac{3}{8}, \quad m = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sigma} \quad \text{при } \sigma > 8 \quad (4)$$

В данные соотношения число Рейнольдса

$$R = \frac{a D \rho \omega}{\mu} = 2\alpha \sigma^2, \quad \alpha = \frac{2a}{D} \quad (5)$$

не входит.

Однако оно совместно с инерционным числом σ определяет условия перехода ламинарного движения жидкости в турбулентное и тем самым пределы применимости соотношений (3), (4), а также составляющие сопротивления турбулентному движению жидкости. Это видно из уравнения для функции тока ψ малых возмущений скорости u (ξ, τ, σ) основного ламинарного потока. В частности, в более простом случае щелевого канала высотой h для функции тока возмущений ψ из уравнений Навье — Стокса обычным способом [6] получения уравнения Орра — Зоммерфельда приходим к уравнению

$$\sigma^2 \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \tau} + \left(u \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \chi} - \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \frac{\partial \psi}{\partial \chi} \right) R = \Delta \Delta \psi \quad \left(\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \quad (6)$$

где числа R и σ выражены через гидравлический диаметр щели $D = 2h$.

При больших значениях числа σ ($\sigma \rightarrow \infty$) основной поток u , выражаемый соотношениями (IV 1.16) работы [7], представляется в виде ядра $1 \cdot \cos \tau$ и потока в пограничном слое, где $u = (1 - e^\eta \cos \eta) \cos \tau + e^\eta \sin \eta \sin \tau$, $\eta = (\xi - 1) \sigma / \sqrt{2}$.

Тогда в координатах η и $\xi = \chi \sigma / \sqrt{2}$ уравнение (6) выражается в виде

где

$$2 \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \tau} + \left(u \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) A = \Delta \Delta \psi \quad (7)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}, \quad A = \frac{R}{\sigma} = 2\alpha \sigma$$

В отличие от уравнения (6) решения ψ уравнения (7) и их устойчивость определяются значениями одного параметра — амплитудного числа A . Аналогичные, несколько более сложные соотношения получаются для течения жидкости в трубе; здесь они не приводятся из-за их громоздкости. Решить уравнения (6) или (7) и определить условия неустойчивости основного потока очень трудно. Все же из уравнения (7) следует, что при больших значениях числа σ устойчивость потока определяется только значением числа A . Следовательно, критическое значение числа Рейнольдса здесь возрастает прямо пропорционально инерционному числу σ .

Измерения сопротивления колебаниям жидкости и наблюдения характера ее движения были выполнены (совместно с Хотиной Г. А.) на стенде, состоящем из стеклянной трубки и соединенного с ней сиффона. Колебания сиффона и вместе с ним жидкости в трубе записывались посредством тензодатчика, усилительного моста и осциллографа. Наблюдения выполнялись как при свободных, так и кинематически заданных мотором и кривошипным механизмом колебаниях жидкости. При опытах использовались холодная и нагретая вода ($\mu / \rho = 1.2 \cdot 10^{-2} \div 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2 \text{ сек}^{-1}$), заключенная в трубках диаметром $D = 1.21, 0.86, 0.6$ и 0.38 см при высоте столба $L = 17.5 \div 100$ см.

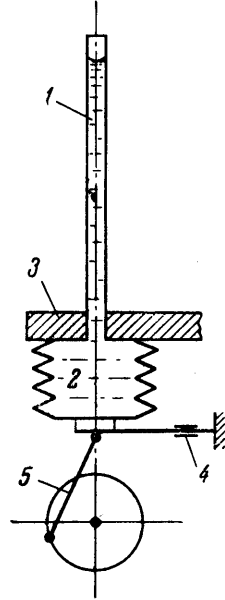
Амплитуда и круговая частота колебаний составляли $a = 0.03 \div 30$ см и $\omega = 4 \div 25 \text{ сек}^{-1}$, что соответствует $\sigma = 4 \div 40$ и $R = 50 \div 30 \cdot 10^3$. Визуализация потока достигалась добавкой частиц алюминидовой пудры.

Переход из ламинарного в турбулентный режим колебаний жидкости наблюдался очень четко, и при медленном повышении или понижении частоты колебаний происходил почти без гистерезиса. Обнаружилось, что величина инерционного числа σ существенно влияет на характер течения жидкости и переход ламинарного движения в турбулентное. Соответствующие этому переходу критические значения числа Рейнольдса R_* согласно наблюдениям в диапазоне $\sigma = 4 \div 40$, $R = 4 \cdot 10^3 \div 30 \cdot 10^3$, оказались примерно пропорциональными числу σ

$$R_* = 700\sigma \quad (8)$$

т. е. критическая величина амплитудного числа A оказалась равной значению $A_* = 700$.

Фиг. 1. Схема стенда: 1 — рабочая трубка, 2 — сиффон, 3 — корпус, 4 — тензодатчик, 5 — кривошипно-шатунный механизм



Полагая, что при $\sigma = 0$ критическое число Рейнольдса имеет обычную величину $R_* \approx 2500$, данные опытов можно распространить на область малых значений σ посредством соотношения

$$\frac{R_* - 2500}{4000} = c(\sigma) - 1 \quad (9)$$

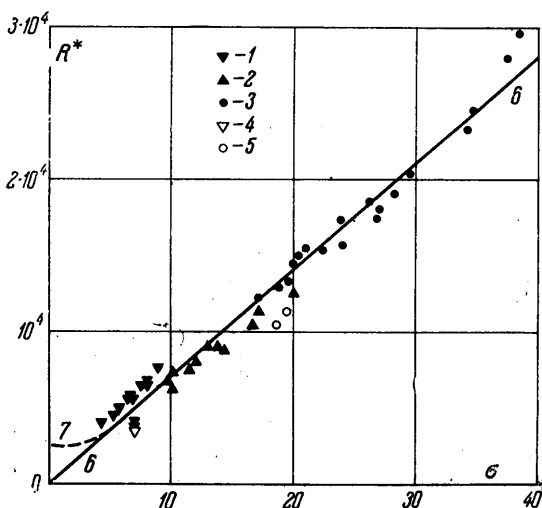
в котором величина c определена выражением (4). При $\sigma > 8$ критические значения числа R_* по соотношениям (8) и (9) практически совпадают. Это означает, что в названных условиях переход из ламинарного режима в турбулентный определяется критическим значением абсолютной амплитуды колебаний a_* , не зависящим от диаметра трубы и обратно пропорциональным корню квадратному из величины $\rho\omega/\mu$.

При небольших значениях числа σ ($\sigma < 12$) наблюдалась частичная турбулизация потока в моменты времени $\tau \approx \frac{1}{2}\pi + n\pi$, $n = 1, 2, \dots$, когда по расчету средняя скорость жидкости близка к нулю и значительной величины достигают местные встречные ламинарные потоки [8]. В этой области критическое значение числа Рейнольдса определялось по характерно отличающемуся общему переходу ламинарного потока в турбулентный. При всех значениях числа σ у входного участка трубы (рядом с сиффоном, фиг. 1) на длине, меньшей десяти диаметров, замечалось неупорядоченное движение жидкости, незаметное на других участках трубы.

Силы трения и инерции определялись по затуханию и частоте свободных колебаний системы столб жидкости — сиффон. При этом учитывалось трение жидкости в сиффоне и трение в металле сиффона, не превышавшее, впрочем, 3% от трения жидкости в трубе. Было выполнено свыше ста измерений при самых различных начальных амплитудах с целью получения данных в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Несмотря на нестационарность колебаний (логарифмический декремент составлял $0.2 \div 0.7$), измеренные значения коэффициентов c и m оказались весьма

близкими к величинам (4). Разброс опытных данных обычно не превышал $\pm 5\%$, реже $\pm 10\%$ от измеряемой величины. В среднем для каждой группы измерений при $\sigma = 7, 19, 21$ и 28 как вязкое, так и инерционное сопротивление отличалось от расчетной величины не более чем на $\pm 4\%$. Измеренные значения коэффициента сопротивления для длинных ($L/D > 100$) и коротких ($L/D = 35$ и даже 14.5) столбов жидкости оказались почти одинаковыми, а входное сопротивление весьма малым, что объясняется малой выпуклостью ламинарного профиля скоростей при $\sigma > 10$. Лишь небольшое увеличение вязкого сопротивления с повышением числа Рейнольдса наблюдалось в ламинарном режиме при $L/D = 14.5, \sigma = 28$ и при $\sigma = 7$.

Естественно, что при затухающих колебаниях переход из турбулентного режима в ламинарный затягивался, и определенное по изменению сопротивления критическое значение числа Рейнольдса при $\sigma = 19$ оказалось на 22% меньшим значения (8) при визуальных наблюдениях. В турбулентном режиме сопротивление трения было измерено при $\sigma = 19, R \sim 15 \cdot 10^3$ и при $\sigma = 7, R \sim 4 \cdot 10^3$. Оно оказалось примерно равным величине, которая получается при формальном применении закона Блазиуса



$f = 0.316R^{-0.25}$, что при названных значениях параметров составляет $c = 6.8$ и $c = 2.5$. Присоединенная масса жидкости в турбулентном режиме при $\sigma = 19, R = 2 \cdot 10^4$ и при $\sigma = 7, R = 7 \cdot 10^3$ имела соответственные значения $m = 1.07$ и $m = 1.1$, что на 2% и на 8% меньше, чем в ламинарном режиме при той же величине σ и заметно меньше ее значений при стационарном турбулентном потоке с такими же числами R .

Фиг. 2. Зависимость критического значения числа R_* от числа σ : 1, 2, 3 — измерения при стационарных колебаниях в трубах диаметром $0.38, 0.86$ и 1.21 см; 4, 5 — измерения при осциллографировании затухающих колебаний; 6 и 7 — линии по соотношениям (8) и соответственно

Таким образом, этими опытами установлено повышение устойчивости ламинарного режима жидкости при ее колебаниях и существенная зависимость движений жидкости от параметров колебаний. Без теоретического баланса развития и затухания возмущений движения во времени и пространстве трудно уяснить эти явления. До некоторой степени устойчивость повышается вследствие ограниченности перемещений жидкости при ее колебаниях, что выражается соотношением (8). С другой стороны, выражение (9) можно рассматривать как связь критического значения числа Рейнольдса со значением радиальной производной от скорости жидкости на стенке трубы. Тогда повышение устойчивости ламинарного течения может быть объяснено как следствие уменьшения этой производной под действием сил инерции подобно тому, как это имеет место по другим причинам при течении жидкости в сужающихся (конфузорных) каналах. Заметим, что стабилизирующее действие иных (центробежных) сил инерции хорошо известно из исследований Дж. Тэйлора движения жидкости между неподвижным внутренним и вращающимся наружным цилиндрами.

Поступило 12 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Stuart J. T., Watson J. On the non — linear mechanics of wave disturbances in stable and unstable parallel flows. *J. Fluid Mech.*, 1960, vol. 9, No 3, p. 353—371.
2. Shen S. F. Some considerations on the laminar stability of time — dependent basic flow. *J. Aerospace Sci.*, 1961, vol. 28, No 5, p. 397—405.
3. Ury J. F. Viscous damping in oscillating liquid columns, its magnitude and limits. *Intern. J. Mech. Sci.*, 1962, vol. 4, No 5, p. 349—369.
4. Громек И. С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубках. Уч. зап. Казанск. ун-та, 1882.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Гостехиздат, 1957.
6. Слезкин Н. А. Динамика вязкой жидкости. Гостехиздат, 1955.
7. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. Физматгиз, 1959.