

получается более дальнобойной. От скорости истечения u_0 , угол раскрытия не зависит.

Из сравнения опытных данных с результатами теоретических расчетов, полученных на основании работы [3], видно, что значения экспериментального коэффициента a для скоростного напора на оси струи мало отличаются от соответствующего коэффициента, полученного по профилю струи. Теоретическое падение скоростного напора по оси струи удовлетворительно согласуется с экспериментальным.

Поступило 10 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960.
2. Бакулев В. И. Расчет турбулентной затопленной струи реального газа. Инж. ж., 1961, т. 1, № 3.
3. Бакулев В. И. Расчет основного участка турбулентной осесимметричной струи реального газа. Инж.- физ. ж., 1964, т. 7, № 10.

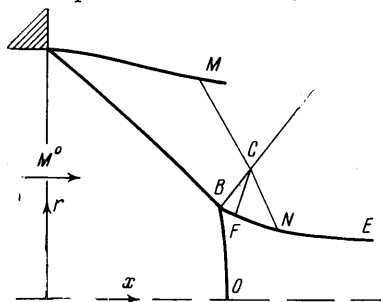
РАСЧЕТ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУИ, ВЫТЕКАЮЩЕЙ ИЗ СОПЛА, ПРИ ДАВЛЕНИИ В СТРУЕ, МЕНЬШЕМ ДАВЛЕНИЯ В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Э. А. АШРАТОВ

(Москва)

Рассматривается задача об истечении сверхзвуковой осесимметричной струи из сопла при давлении в струе, меньшем давления в окружающей среде. Предложен метод расчета с учетом дозвукового течения за центральным скачком, образующимся вблизи оси симметрии. Сравнение результатов расчета на ЭЦВМ с экспериментальными данными указывает на эффективность данного метода для определения структуры начального участка такой осесимметричной струи.

1. **Постановка задачи.** Истечение сверхзвуковой осесимметричной струи из сопла при давлении в струе, меньшем давления в окружающем пространстве, сопровождается образованием скачка уплотнения на срезе сопла. Вблизи оси симметрии этот падающий скачок уплотнения в некоторой точке B (фиг. 1) обычно разветвляется на два скачка: на отраженный скачок BC , идущий в направлении от оси симметрии к свободной границе, и на центральный скачок BO , за которым течение становится дозвуковым. Линия BE является линией тангенциального разрыва.



Фиг. 1. Схема течения при отражении скачка на уплотнения от оси симметрии с образованием центрального скачка

В работе [1] для расчета течения за центральным скачком было предложено использовать метод интегральных соотношений. Для случая одной полосы (линейное приближение) была выведена система обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими граничными условиями, описывающая решение задачи. Однако численных результатов получено не было. [Экспериментальные данные, приведенные в этой работе, показывают, что изменение параметров поперек линий тока

в дозвуковой области течения должно быть незначительным. Основываясь на этом факте, можно существенно упростить задачу, если предположить, что дозвуковой поток за центральным скачком является одномерным. Такое решение, которое по существу можно назвать нулевым приближением метода интегральных соотношений, изложено ниже.

2. **Метод расчета.** Введем цилиндрическую систему координат с началом, расположенным на срезе сопла. Будем считать, что координаты x , r отнесены к радиусу выходного сечения сопла. Исходными параметрами являются число Маха равномерного потока на выходе из сопла M^0 , отношение удельных теплоемкостей γ и отношение статического давления в окружающей среде к статическому давлению невозмущенного потока p/p^0 . По этим параметрам можно методом характеристик рассчитать течение за падающим скачком уплотнения, используя постоянство давления на границе струи. Расчет сверхзвуковых течений методом характеристик на ЭЦВМ достаточно хорошо разработан и изложен, например, в [2]. Отметим лишь, что расчет велся

вдоль характеристик второго семейства от свободной границы к падающему скачку уплотнения.

Для того чтобы рассчитать течение за отраженным скачком уплотнения, необходимо задать положение точки разветвления скачков. Эту точку в дальнейшем будем называть тройной точкой. Положение тройной точки на падающем скачке заранее неизвестно и должно определиться в процессе расчета. Параметры потока в тройной точке за отраженным и центральным скачками уплотнения определяются условиями равенства статических давлений и углов наклона вектора скорости в точке B по обе стороны от линии тангенциального разрыва. Соответствующая система трансцендентных соотношений достаточно просто решается итерационным методом.

Течение за отраженным скачком в общем случае может быть как полностью сверхзвуковым, так и вначале дозвуковым. Как показывают расчеты, при числах M^0 , меньших некоторого предельного значения M_{\min} , течение за отраженным скачком в точке B всегда является дозвуковым. Ниже приведены минимальные числа Маха для некоторых значений γ

$$M_{\min} \begin{matrix} \gamma = 1.1 & 1.25 & 1.4 & 1.667 \\ = 2.10 & 2.23 & 2.38 & 2.75 \end{matrix}$$

В дальнейшем будем рассматривать только такие случаи, когда поток за отраженным скачком является полностью сверхзвуковым.

Сверхзвуковое течение за отраженным скачком и дозвуковое течение за центральным скачком необходимо рассчитывать совместно. Но поскольку сделано предположение, что изменением параметров от оси симметрии до линии тангенциального разрыва можно пренебречь, то уравнения движения для потока за центральным скачком можно записать в виде конечных соотношений. Например, уравнение неразрывности приобретает вид

$$r^2 M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} = \text{const} \quad (2.1)$$

Здесь r — координата линии тангенциального разрыва, а M — число Маха на линии тангенциального разрыва со стороны дозвукового течения. Константу в правой части уравнения (2.1) можно определить по известным значениям r и M в тройной точке.

Таким образом, задача сводится к интегрированию методом характеристик уравнений движения для сверхзвукового течения за отраженным скачком. Для определения граничных точек, лежащих на линии тангенциального разрыва, можно использовать соотношение (2.1), а также соотношения, вытекающие из того, что линия тангенциального разрыва является линией тока, а статические давления по обе стороны от нее одинаковы. Эту систему соотношений совместно с уравнениями характеристики второго семейства можно, как обычно, решить методом последовательных приближений. Как показали расчеты, достаточную сходимость результатов обеспечивает третье приближение.

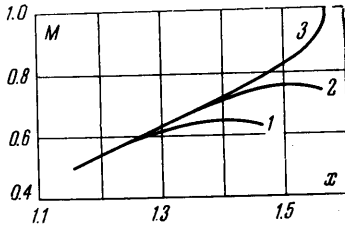
Чтобы начать расчет течения за отраженным скачком при известном положении тройной точки, необходимы некоторые дополнительные начальные условия, характеризующие течение в этой точке. С этой целью численно методом характеристик в линейном приближении вычислялась кривизна линии тангенциального разрыва в тройной точке. Схема расчета показана на фиг. 1. Вначале задается некоторое значение кривизны в точке B и итерациями подбирается такое значение угла наклона скачка в точке C , при котором удовлетворяется соотношение, связывающее параметры течения вдоль характеристики первого семейства CF . Далее, считая, что угол наклона линии тангенциального разрыва линейно зависит от расстояния вдоль нее, и используя условие совместности для характеристики второго семейства CN , можно определить следующее приближение для кривизны линии тангенциального разрыва в точке B и т. д. В результате определяется кривизна линии тангенциального разрыва и одновременно рассчитывается первая точка C на отраженном скачке. Дальнейший расчет поля течения, учитывая сказанное выше об определении граничных точек на линии тангенциального разрыва, не представляет большой сложности.

Пока в нашем расчете положение тройной точки на падающем скачке является произвольным параметром. Из наблюдений известно, что дозвуковое течение за центральным скачком быстро ускоряется и становится сверхзвуковым, т. е. внутри этого течения образуется линия перехода. Как известно, в методе интегральных соотношений недостающие начальные условия для интегрирования аппроксимирующей системы дифференциальных уравнений подбираются из того условия, чтобы был возможен непрерывный переход через особые точки этой системы, расположенные вблизи звуковой линии. Можно легко показать, что в нашем случае нулевого приближения течение будет непрерывным, если угол наклона θ линии тангенциального разрыва будет равен нулю в том сечении, где местное число Маха равно единице. Сле-

довательно, это условие является просто условием для одномерного течения, требующим, чтобы местная скорость потока равнялась скорости звука в минимальном сечении сходящегося — расходящегося канала. Положение тройной точки, удовлетворяющее этому краевому условию, подбиралось при помощи итераций.

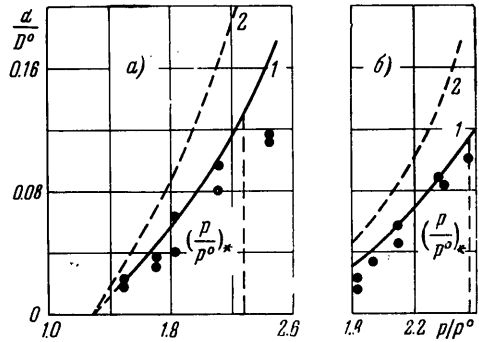
3. **Некоторые результаты расчета.** На ЭЦВМ при помощи данного метода были проведены расчеты при $M^0 = 2.8$ и 3.2 , $\gamma = 1.4$ и различных значениях p/p^0 .

На фиг. 2 построена зависимость числа M на линии тангенциального разрыва (с нижней ее стороны) от x для нескольких значений координаты r_B тройной точки. Видно, что при $r_B > r_B^*$ (где r_B^* — значение r_B , при котором удовлетворяется краевое условие) решение носит аналитический характер. Число M достигает максимального значения, меньшего единицы, в минимальном сечении ($\theta = 0$) канала между линией тангенциального раз-



Фиг. 2

Фиг. 2. Изменение числа M вдоль линии тангенциального разрыва в потоке за центральным скачком при различных значениях r_B , 1, 2 — $r_B > r_B^*$; 3 — $r_B < r_B^*$



Фиг. 3

Фиг. 3. Сравнение результатов расчета с экспериментом при $\gamma = 1.4$; а — $M^0 = 2.8$; б — $M^0 = 3.2$. 1 — расчет по методу данной работы, 2 — приближенный расчет, 0 — эксперимент.

рыва и осью симметрии, а затем начинает уменьшаться. Такое течение, в принципе, можно было бы физически реализовать, если только обеспечить соответствующие граничные условия сзади вниз по потоку. При $r_B < r_B^*$ решение уже не является аналитическим в силу того, что в этом случае в некотором сечении канала достигается число Маха, равное единице, но не выполняется краевое условие, обеспечивающее непрерывность течения (т. е. в этом сечении $\theta \neq 0$). Течение при $r_B < r_B^*$ является физически неосуществимым.

Таким образом, конкретная форма краевого условия, которому необходимо было удовлетворить, изменялась в зависимости от того, в какую область попадаем при данной итерации: при $r_B > r_B^*$ на линии тангенциального разрыва всегда есть точка, где $\theta = 0$, но число $M < 1$; наоборот, при $r_B < r_B^*$ — есть точка, где $M = 1$, но $\theta \neq 0$. Для определения r_B^* был применен метод последовательного уменьшения шага в два раза.

Существенным моментом предложенного метода расчета является допущение об одномерности течения за центральным скачком уплотнения. Чтобы показать обоснованность этого допущения, рассмотрим изменение параметров в начальном сечении дозвукового потока непосредственно за центральным скачком. Параметры потока в тройной точке определялись в процессе расчета струи. На оси симметрии центральный скачок становится прямым и параметры за ним можно легко вычислить. Ниже для $M^0 = 2.8$ и $\gamma = 1.4$ приведены параметры потока за центральным скачком в тройной точке при различных значениях p/p^0 , а в скобках для сравнения указаны также значения соответствующих параметров на оси симметрии за прямым скачком. Величина σ , обозначающая отношение полного давления за центральным скачком к полному давлению в невозмущенном потоке, характеризует завихренность течения.

$p/p^0 =$	2.5,	2.0,	1.5	
$M =$	0.4952,	0.4934,	0.4933	(0.4882)
$\text{tg } \theta =$	-0.1215,	-0.1049,	-0.1034	(0)
$\sigma =$	0.3904,	0.3902,	0.3902	(0.3895)

Приведенные данные свидетельствуют, что изменение параметров в начальном сечении дозвукового потока является незначительным. Кроме того, видно, что начальный угол наклона линии тангенциального разрыва достаточно мал, а вдоль нее

он уменьшается до нуля в минимальном сечении. Таким образом, между линией тангенциального разрыва и осью симметрии образуется плавный сходящийся канал, в котором начальная неравномерность, связанная с непараллельностью линий тока, должна уменьшаться и истинная звуковая линия будет близка к прямолинейной. Максимальная ошибка в величине массового расхода, протекающего через этот канал, если его вычислить по параметрам в тройной точке за центральным скачком, не превышает 1—2%. Это подтверждает возможность использования для расчета уравнения неразрывности в виде конечного соотношения (2.1).

Интересно отметить, что линейное приближение метода интегральных соотношений, так же как и рассмотренный метод, дает прямолинейную звуковую линию в потоке за центральным скачком. Это непосредственно следует из аппроксимирующей системы уравнений, приведенной в [1].

4. **Сравнение с экспериментом.** Для проверки эффективности данного метода было проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными по структуре струи. На фиг. 3 показаны расчетные зависимости (кривые 1) отношения диаметра центрального скачка к диаметру выхода сопла от отношения давлений p/p^* при двух числах $M^* = 2.8$ и 3.2 и $\gamma = 1.4$. Там же приведены экспериментальные значения для сопла с равномерным полем скоростей на выходе, полученные Д. А. Мельниковым. Учитывая разброс экспериментальных точек, можно считать, что совпадение результатов расчета и эксперимента является хорошим. Заметное расхождение имеет место только при значении p/p^* , большем некоторого критического значения (p/p^*)_к, при котором падающий скачок уплотнения начинает перемещаться внутрь сопла вследствие взаимодействия с пограничным слоем на стенке сопла. В этом случае уже нельзя сравнивать непосредственно данный расчет с экспериментом.

В работе [1] указывается, что при значениях p/p^* , близких к единице, на теневых фотографиях течения центральный скачок не виден, т. е. отражение падающего скачка происходит непосредственно от оси симметрии. При расчете по предлагаемому методу диаметр центрального скачка, строго говоря, должен монотонно стремиться к нулю при $p/p^* \rightarrow 1$. Однако если формально проэкстраполировать расчетную зависимость, приведенную на фиг. 3а, то окажется, что при $1 \leq p/p^* \leq 1.3$ диаметр центрального скачка фактически равен нулю.

В некоторых случаях для приближенного определения размера центрального скачка пользуются предположением, что тройная точка совпадает с некоторой характерной точкой на падающем скачке, например, с точкой, в которой поток за скачками направлен параллельно оси. Тогда для определения положения тройной точки достаточно рассчитать лишь падающий скачок уплотнения. На фиг. 3 приведены результаты такого приближенного расчета (кривая 2), показывающие, что он приводит к заметным ошибкам в определении диаметра центрального скачка, особенно при больших значениях p/p^* .

Поступило 9 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельников Д. А. Отражение скачков уплотнения от оси симметрии. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 3.
2. Кацкова О. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д., Шулигина Н. П. Опыт расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений газа методом характеристик. Вычислит. центр. АН СССР, 1961.

ГОРЕНИЕ ГРАФИТА В ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Ф. С. ЗАВЕЛЕВИЧ

(Москва)

В работах [1,2] исследован механизм разрушения графита в потоке диссоциированного воздуха при наличии гетерогенных реакций на поверхности и неравновесного испарения [2] для случая замороженного пограничного слоя.

В работах [3,4] приведены примеры расчета разрушения графита в потоке кислорода при наличии равновесных [3] и неравновесных [4] химических реакций в пограничном слое. Остается невыясненным влияние химических реакций в пограничном слое на скорость уноса массы и температуру поверхности при изменении внешних параметров обтекания (p, T_e).

Настоящая работа посвящена исследованию механизма уноса графита в широком диапазоне температур и давлений при обтекании тела потоком воздуха для случая равновесного пограничного слоя. Исследуется влияние отдельных компонент на процессы тепло- и массообмена.