трения X_{f1}, действующую на участок крыла с перегородкой (включая и силу трения, действующую на перегородку), с силой трения X_{f2}, действующей на отсеченную часть крыла.

Для оценки сил трения воспользуемся приближенной формулой, предложенной В. А. Башкиным, согласно которой для пластины при ламинарном пограничном слое, $M_1 \gg 1$ и сильном теплообмене на поверхности тела, а также при степенной зависимости коэффициента вязкости от температуры $\mu \sim T^{\omega}$ сила трения равна

$$X_f = c_f F \tfrac{1}{2} \rho u^2 = 1.33 \sqrt{\lambda / Rl}\, F \tfrac{1}{2} \rho u^2, \qquad \lambda \approx [(\gamma-1) M_1^2 f(P)]^{\omega-1} \tag{6.1}$$

Здесь P — число Прандтля, F — площадь пластины, ρ — плотность, u — скорость потока на внешней границе пограничного слоя, R — число Рейнольдса при длине пластины, равной l.

Подставляя в уравнение (6.1) выражения для всех входящих в него переменных, нетрудно получить

$$\frac{X_{f1}}{X_{f2}} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{1/2} \operatorname{tg}(\varepsilon - \delta) \frac{1+\sin\omega_2}{\cos\omega_2}$$

что в разложении дает

$$\frac{X_{f1}}{X_{f2}} = \frac{\sqrt{(3\gamma-1)(\gamma-1)}}{\gamma+1}\left(1+\frac{2}{\sqrt{3-\gamma}}\right) +$$

$$+\frac{1}{\nu^{1/2}}\left[\frac{2\gamma}{\gamma+1}\left(\frac{3-\gamma}{(3\gamma-1)(\gamma+1)}\right)^{1/2} - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{3\gamma-1}{3-\gamma}\right)^{1/2} - \frac{\gamma^2-\gamma+10}{2\gamma(3-\gamma)^2}\sqrt{3\gamma-1}\right]\xi$$

Зависимость X_{f_1} / X_{f_2} от γ при $\xi = 0$ приведена на фиг. 5.

Авторы благодарят В. В. Струминского, В. В. Сычева и В. Н. Жигулева за обсуждение результатов настоящей работы.

Поступило 19 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел при сверхзвуковых скоростях. ПММ, т. 23, вып. 2.
2. Гонор А. Л. Точное решение задачи обтекания некоторых пространственных тел сверхзвуковым потоком газа, ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.
3. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. Физматгиз, 1959.
4. Голубинский А. И. Набегание ударной волны на клин, движущийся со сверхзвуковой скоростью. ПММ, 1964, т. 28, вып. 4.
5. Ферри А. Аэродинамика сверхзвуковых течений. Гостехиздат, 1952.
6. Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. Изд-во иностр. лит., 1961.
7. Курант Г., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. Изд-во иностр. лит., 1950.

СМЕШЕНИЕ ПЛОСКИХ ЛАМИНАРНЫХ СТРУЙ

Л. М. СИМУНИ (*Ленинград*)

Рассматривается истечение вязкой несжимаемой жидкости из периодически расположенных отверстий в плоской стенке (фиг. 1). Система уравнений Навье — Стокса обычным образом сводится к уравнению для функции тока

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial \tau} + R\left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \nabla \psi}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi}\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial \eta}\right) = \nabla^2(\nabla^2 \psi) \tag{1}$$

Здесь

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \quad u = \frac{v_x}{V}, \quad V = \frac{v_y}{V}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad \xi = \frac{x}{h}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}, \quad \tau = \frac{t\nu}{h^2 R}, \quad R = \frac{Vh}{\nu}, \quad V = \mathrm{const}$$

$$u = 1 - e^{-k\tau} \quad (k = \mathrm{const}), \qquad v = 0 \qquad \text{на } 0N$$

и что для достаточно больших ξ вследствие действия вязкости $u = \mathrm{const}$, $v = 0$.

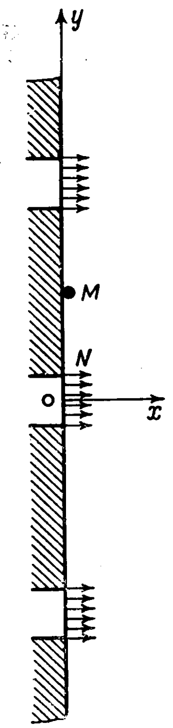
Осуществляется численное решение задачи, которое позволяет определить характер движения во всей области течения. Заменим уравнение (1) системой

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}+R\left(\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}-\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\right)=\nabla^2\varphi,\qquad \nabla^2\psi=\varphi \tag{2}$$

Переходя к конечным разностям, как это сделано в работе [1], получим

$$\begin{gathered}\varphi_{i,k}^{n+1}=\varphi_{i,k}^{n}+\Delta\tau\left\{\frac{\varphi_{i,k+1}^{n}+\varphi_{i,k-1}^{n}}{(\Delta\eta)^2}+\frac{\varphi_{i+1,k}^{n}+\varphi_{i-1,k}^{n}}{(\Delta\xi)^2}-\frac{2\left[(\Delta\xi)^2+(\Delta\eta)^2\right]}{(\Delta\xi)^2(\Delta\eta)^2}\varphi_{i\,k}^{n}-\right.\\ \left.-R\left(\frac{\psi_{i,k+1}^{n}-\psi_{i,k-1}^{n}}{2\Delta\eta}\,\frac{\varphi_{i+1,k}^{n}-\varphi_{i-1,k}^{n}}{2\Delta\xi}-\frac{\varphi_{i+1,k}^{n}-\varphi_{i-1,k}^{n}}{2\Delta\xi}\,\frac{\psi_{i,k+1}^{n}-\psi_{i,k-1}^{n}}{2\Delta\eta}\right)\right\} \\ (\psi_{i,k+1}^{n+1}+\psi_{i,k-1}^{n+1})(\Delta\xi)^2+(\psi_{i+1,k}^{n+1}+\psi_{i-1,k}^{n+1})(\Delta\eta)^2-\\ -2\left[(\Delta\xi)^2+(\Delta\eta)^2\right]\psi_{i,k}^{n+1}=\varphi_{i,k}^{n+1}(\Delta\xi)^2(\Delta\zeta)^2\qquad(\xi_i=i\Delta\xi,\ \eta_k=k\Delta\eta,\ \tau_n=n\Delta\tau)\end{gathered} \tag{3}$$

Предположим, что в некоторый момент времени τ_n величины $\varphi_{i,k}^n$ и $\psi_{i,k}^n$ известны во всей области. Используя первое уравнение (3), находим величины $\varphi_{i,k}^{n+1}$ во внутренних точках области, а решая второе уравнение системы (3), находим $\psi_{i,k}^{n+1}$.



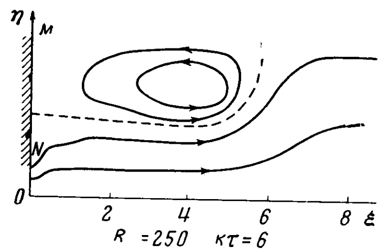
Фиг. 1

Граничные значения функции ψ известны из условий течения. На границах области, являющихся линиями симметрии, принимаем, что $\varphi = 0$. На остальных участках границы принимаем краевое условие Тома [2], имеющее для участка NM вид

$$\varphi_{0,k}^{n+1}=\frac{2\left(\psi_{1,k}^{n+1}-\psi_{0,k}^{n+1}\right)}{(\Delta\xi)^2}$$

Расчеты проводились для $R = 2$, 100, 250.

На фиг. 2 показана картина установившегося течения, на которой видна область замкнутого течения. При $R=100$—эта область значительно меньше по размерам и при $R = 2$ на выбранной сетке область замкнутого течения не обнаружена. При вычислении принималось $\Delta\eta=0.1, \Delta\xi = 0.2$, при этом выбиралось 10 точек оси η и



Фиг. 2

40 точек на оси ξ. Контрольные просчеты осуществлялись при 20 точках на оси η и 20 точках — на оси ξ. Расхождения в значениях функции тока составляли 5—10%. Расчеты выполнены на машине БЭСМ-2 Вычислительного центра Ленинградского отделения Математического института АН СССР.

Задача была поставлена Л. Г. Лойцянским, которого автор благодарит за советы.

Поступило 24 VIII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Симуни Л. М. Численное решение некоторых задач движения вязкой жидкости. Инж. ж., 1964, т. 4, вып. 3.
2. Thom A., Apelt C. Field computations in Engineering and Physics. N.— Y., 1961.