

Подставляя вместо a и b выражения (1.3), получим:

$$C_y^0 = - \frac{2\alpha\varphi \sqrt{\varphi^2 - 1}}{(\varphi + 2/k\zeta) \sqrt{\varphi^2 - 1} + \operatorname{arch} \varphi} \quad (2.5)$$

$$C_x^0 = \frac{2(\vartheta - \zeta^{-1}P) \operatorname{arch} \varphi}{k \sqrt{\varphi^2 - 1} + \zeta^{-1} \operatorname{arch} \varphi} \left(P = \frac{P_\infty - P_1}{\rho_\infty V_\infty^2} \right) \quad (2.6)$$

Для аэродинамического момента относительно вершины конуса имеем:

$$M = 2 \int_0^l \int_0^\pi (\Delta p_1 + \Delta p_2 \cos \theta) \vartheta x^2 \cos \theta \, d\theta \, dx = \frac{\pi}{3} l^3 \vartheta \Delta p_2$$

$$C_m^0 = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \pi \vartheta^2 l^3} = - \frac{4}{3} \frac{\varphi \sqrt{\varphi^2 - 1} \alpha}{(\varphi + 2/k\zeta) \sqrt{\varphi^2 - 1} + \operatorname{arch} \varphi}$$

Легко видеть, что случаю обтекания непроницаемого конуса [1] отвечает значение $\zeta \rightarrow \infty$.

Поступило 14 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, Гостехиздат, 1948, т. II.
2. Рахматулин Х. А. Обтекание проницаемого тела. Вестн. Моск. ун-та, 1950, № 3.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КОНУСОВ

А. И. ШВЕЦ (*Москва*)

Приводится описание экспериментальных исследований пространственного обтекания эллиптических конусов. Результаты экспериментов сравниваются с теоретическими расчетами и данными других авторов.

Эллиптический конус занимает промежуточное положение между круглым конусом и треугольной пластинкой и может служить образцом при сравнении обтекания тел, не имеющих осевой симметрии. За последние годы опубликовано значительное количество теоретических (С. Маслен, Р. Вальо-Лаурин, Р. Джонс, Ф. Мур, Д. Харлей и др.) и экспериментальных (А. Ферри, У. Рэге, В. Г. Табачников, Эггерс и Аллен и др.) работ, посвященных обтеканию конических неосесимметричных тел.

Испытания проводились в аэродинамической трубе кратковременного действия при числах Маха $M = 0.58, 0.97, 1.19, 1.47$ и 3.0 . Во время проведения испытаний измерялись величины распределения давления по поверхности моделей и величины, характеризующие параметры потока в рабочей части. Числа Рейнольдса, отнесенные к 0.1 м и рассчитанные по параметрам набегающего потока, изменялись от $1.2 \cdot 10^6$ при $M = 0.58$ до $3.0 \cdot 10^6$ при числе $M = 3.0$. Испытания проводились в диапазоне углов атаки $\alpha = 0 \div 15^\circ$ при углах крена $\varphi = 0$ и 45° , а также при углах скольжения $\beta = 0, 5, 10$ и 15° .

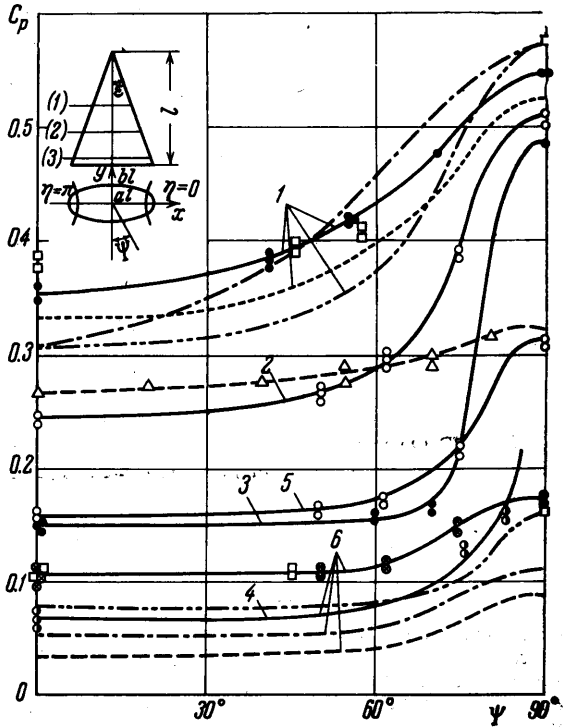
Для выполнения экспериментов были изготовлены из стали шесть моделей эллиптических конусов. В качестве характерных параметров эллиптических конусов были выбраны следующие величины: отношение полуосей эллипса $t = b/a$ и величина полуугла при вершине конуса в плоскости большой оси ε (фиг. 1). Модели 1, 2, 3, 4 имели постоянную величину полуугла $\varepsilon = 30^\circ$, но разные отношения полуосей: $t = 0.66, 0.5, 0.33, 0.2$. В моделях 2, 5, 6 отношение полуосей сохранялось постоянным $t = 0.5$, а полуугол имел значения $\varepsilon = 30^\circ, 22^\circ 30'$ и 15° . Для всех моделей большая ось эллипса в основании конуса была равна 70 мм. На каждом конусе было изготовлено 21 дренажное отверстие диаметром 0.5 мм. Дренажные точки размещались на восьми образующих конуса, расположенных так, чтобы распределение давления около плоскости большой оси могло быть измерено, по возможности, наиболее точно. Кроме того, для проверки коничности потока дренажные точки размещались на образующих в трех сечениях по длине конуса l ($0.58 l, 0.74 l, 0.9 l$).

Экспериментальные значения коэффициента давления c_p для всех испытанных моделей при $M = 3.0$ представлены на фиг. 1. На нулевом угле атаки возникает повышенное давление в районе образующих, лежащих около плоскости большой оси эллиптических сечений конуса ($\psi = 90^\circ$). По мере уменьшения толщины конуса и угла ε происходит снижение давления на боковой поверхности моделей. На фиг. 1

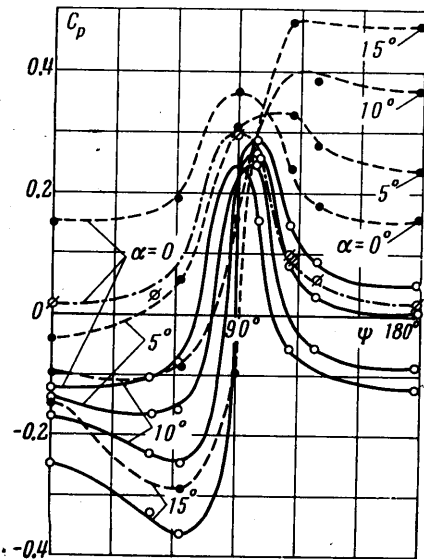
представлены результаты экспериментов А. Л. Гонора [1] для эллиптического конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 14^\circ 30'$, при $M = 3.0$ и для конуса с $t = 0.66$, $\varepsilon = 30^\circ 50'$ при $M = 3.53$ (квадратики), а также экспериментальные данные [2] для модели с $t = 0.564$, $\varepsilon = 22^\circ$ при $M = 3.09$ (треугольники).

В диапазоне $M = 0.58 - 1.19$ на всех образующих эллиптического конуса получено значительное снижение давления при удалении от вершины конуса. Величины распределения давления в трех сечениях модели 2 при $M = 0.58$ приведены на фиг. 2. Первое сечение обозначено черными значками, второе — перечеркнутым штрихом, третье — светлыми. Снижение давления вдоль образующих наиболее ярко выражено при дозвуковом обтекании, где при нулевом угле атаки на большей части поверхности конуса, за исключением области вблизи большой полуоси, положительное значение коэффициента давления вблизи носика сменяется статическим давлением в районе второго сечения и на хвостовой части конуса достигает отрицательных значений c_p .

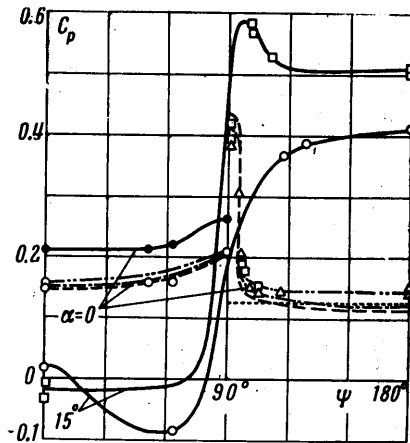
Экспериментальные данные для модели 6 при $M = 1.19$ (кружки) приведены на фиг. 3. При малых сверхзвуковых скоростях разрушение коничности потока может вызываться влиянием пограничного слоя. Нарастающий на конусе пограничный слой оттесняет поток газа и искривляет ударную волну вблизи вершины конуса. В свете вышесказанного становится очевидным, что локальные и суммарные аэродинамические характеристики конических неосесимметричных тел при дозвуковых и трансзвуковых скоростях зависят не только от параметров t и ε , но и от относительного удлинения тела.



Фиг. 1



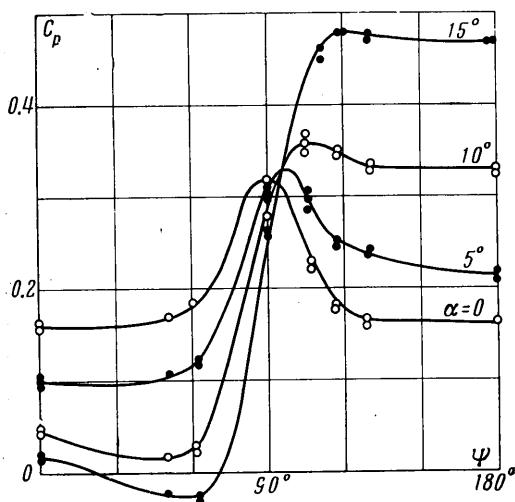
Фиг. 2



Фиг. 3

С ростом угла атаки область максимального давления перемещается от передней образующей к середине наветренной части конуса (модель 5; $M = 3.0$; фиг. 4).

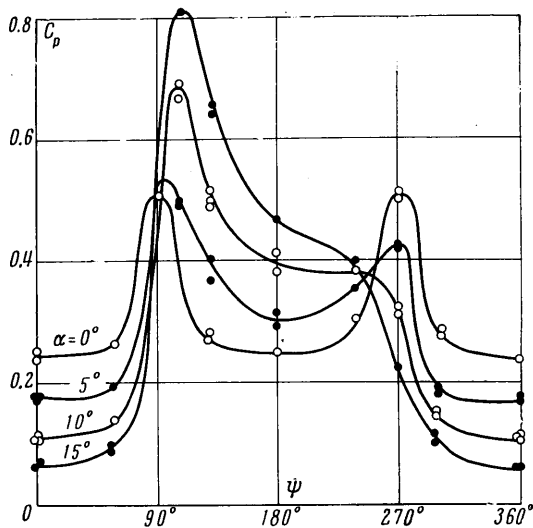
Поток расширяется по мере перемещения от наветренной стороны к подветренной, но величина расширения, по сравнению с величиной сжатия, уменьшается при увеличении угла атаки. Когда угол атаки превышает половину угла при вершине конуса в плоскости малой оси, кривая распределения давления на подветренной стороне конуса изменяет форму и имеет место восстановление давления в направлении к $\psi = 0$ (фиг. 2—4). С целью визуализации течения на поверхности проводились эксперименты при числе $M = 3$ с покрытием моделей смесью сажи с маслом. В качестве примера рассмотрим картину течения на одной половине модели b ($\psi = 0-180^\circ$) при угле атаки 15° . В центральной части наветренной стороны линии тока, образованные частичками сажи, почти совпадают с образующими конуса, начиная от значения $\psi = 160^\circ$ наблюдается заметное отклонение линий тока к подветренной стороне, и в плоскости большой оси угол между линиями тока и образующей достигает $\sim 40^\circ$.



Фиг. 4

са также заметно растекание струек тока от линии при $\psi = 0$, и при приближении к линии отрыва при $\psi = 63^\circ$ угол между линиями тока и образующей примерно, равен 20° . Полученная картина течения объясняется увлечением перетекающим слоем массы жидкости из застойной зоны, отрывом потока с подветренной стороны и образованием у вершины конуса симметричных вихрей, которые движутся по поверхности к основанию конуса, создавая вихревые области. Следует отметить, что в зависимости от формы тела, угла атаки, числа M характер обтекания подветренной стороны изменяется, и в отрывной зоне может реализовываться течение с нечетным числом пар вихревых областей, которые на поверхности конуса разделяются образующими. С одной стороны каждой области имеется линия растекания линий тока, а с другой стороны — отчетливо видна прямая линия стекания. Вызванное расходом из отрывной зоны и вихрями возвратное течение к конусу и образует отмеченное выше увеличение давления в центральной части подветренной стороны, причем натекающая из внешнего потока струя жидкости в случае гиперзвуковых скоростей будет увеличивать также и величины местных тепловых потоков.

Испытания при угле крена $\varphi = 45^\circ$ проводились для чисел $M = 0.58$ и 3.0 . На фиг. 5 представлены значения коэффициента давления на поверхности эллиптического конуса с параметрами $t = 0.5$, $\varepsilon = 30^\circ$ при $M = 3.0$. Для всех испытанных моделей в диапазоне углов атаки $\alpha = 0-15^\circ$ максимальное давление устанавливается при значениях $\psi = 90-120^\circ$, при дальнейшем возрастании угла ψ давление уменьшается с незначительным повышением c_p в районе $\psi = 230-260^\circ$.



Фиг. 5

Характер распределения давления при углах скольжения $\beta = 0-15^\circ$ виден на фиг. 6, где приведены экспериментальные данные для модели 5 при $M = 3.0$. По мере увеличения угла скольжения происходит значительное возрастание давления в районе большой оси ($\psi = 90^\circ$).

Ниже результаты экспериментов сравниваются с теоретическими расчетами. Для решения задачи обтекания эллиптического конуса с дозвуковой передней кромкой был применен ряд приближенных методов, большинство из которых использует линеаризацию точных уравнений газодинамики. В 1947 г. Сквайр [3], применив специальную систему координат, показал, что в первом приближении давление постоянно по размаху тонкого конуса

$$c_p = 2ab \left(\ln \frac{4}{\beta a} - 1 \right) + \beta^2 a^2 b \left(\frac{3}{2} \ln \frac{4}{\beta a} - 2 \right) \quad (\beta^2 = M^2 - 1)$$

Здесь M — число Маха невозмущенного потока; a , b — большая и малая полуоси эллипса, расположенного на единичном расстоянии от вершины конуса. Расчетное значение c_p [3] для модели 4 при $M = 1.47$ нанесено точечной кривой на фиг. 3.

Широкое применение нашла теория тонкого тела, основанная, как и линейная теория, на решении волнового уравнения, но допускающая некоторые упрощения, которые позволяют сократить объем вычислений при расчетах обтекания конкретных тел. В работе Уорда [4] предложено общее линеаризованное решение первого порядка для обтекания тонких тел произвольного поперечного сечения, применение которого позво-

ляет определить потенциал плоского течения несжимаемой жидкости в плоскости, перпендикулярной движению тела. Теория тонкого тела [4] была применена в работах [5,6] к тонким конусам эллиптического сечения. Из уравнений движения потенциал возмущенного течения ϕ записывается в виде

$$\begin{aligned} \phi_{xx} + \phi_{yy} = \beta^2 \phi_{zz} + 2M^2 (\phi_x \phi_{xz} + \phi_y \phi_{yz}) + \\ + (\gamma + 1) M^4 \phi_{zz} + M^2 (\phi_x^2 \phi_{xx} + 2\phi_x \phi_{xy} \phi_y + \phi_y^2 \phi_{yy}) \end{aligned} \quad (1)$$

где γ — показатель адиабаты. В решении первого порядка пренебрегают всеми членами в правой части (1). Коэффициент давления на поверхности эллиптического конуса имеет вид

$$c_p = ab \left[2 \ln \frac{4}{\beta(a+b)} + \frac{ab}{v^2} - 2 \right] \quad (v^2 = a^2 \sin^2 \eta + b^2 \cos^2 \eta)$$

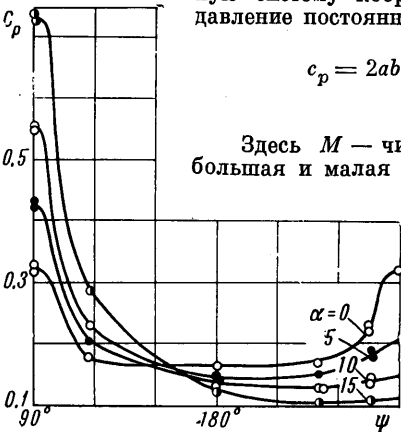
Здесь η — неортогональная эллиптическая координата.

Уточненное решение по теории тонкого тела, приведенное в работе [7], связано с учетом линейного члена $\beta^2 \phi_{zz}$ в правой части уравнения (1). В выражение для коэффициента давления входит член, полученный по решению первого порядка, и дополнительный член, уточняющий это решение

$$\begin{aligned} c_p = ab \left[2 \ln \frac{4}{\beta(a+b)} + \frac{ab}{v^2} - 2 \right] + \beta^2 a^2 b^2 \left[\frac{7}{2} - 2 \frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{3}{2} \frac{a^2 + b^2}{ab} \ln \frac{4}{\beta(a+b)} - \right. \\ \left. - 2 \ln \frac{2}{\beta v} + \frac{1}{2} \left(\frac{a^2 - b^2}{v^2} \sin 2\eta \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Решение второго порядка Ван-Дайка [8] включает также нелинейные члены в уравнении (1) вида $2M^2 (\phi_x \phi_{xz} + \phi_y \phi_{yz}) + (\gamma + 1) M^4 \phi_{zz}$. Коэффициент давления записывается так:

$$\begin{aligned} c_p = ab (2\lambda + \mu) + \beta^2 ab [3ab\lambda^2 + \frac{3}{2}(a^2 + b^2)\lambda - \frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}ab] + \\ + a^2 b^2 [(\gamma + 1) M^4 / \beta^2 - 2M^2 \lambda + (M^2 - 2)\lambda \mu + (\frac{1}{4} M^2 - 1)\mu^2] \\ \left(\lambda = \ln \frac{4}{\beta(a+b)} - 1, \mu = \frac{ab}{v^2} \right) \end{aligned}$$

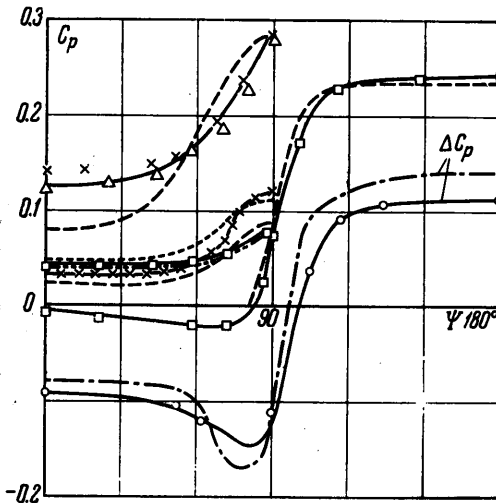


Фиг. 6

Теоретические кривые по решению первого порядка (пунктир) и по уточненному решению (штрих-пунктир), рассчитанные для модели 6 при $M = 1.19$ (кружки) и для модели 4 при $M = 1.47$ (квадратики), лежат ниже экспериментальных данных (фиг. 3). За счет нелинейных членов, учитываемых в решении второго порядка (пунктир с двумя штрихами), происходит приращение к величине c_p по сравнению с уточненным решением.

В работе [8] отмечается хорошее согласование теоретических расчетов с результатами испытаний двух тонких эллиптических конусов ($t = 0.2$, $\varepsilon = 30^\circ$ и $t = 0.1$, $\varepsilon = 30^\circ$) при $M = 1.41$ [9]. Экспериментальные данные для первой из указанных моделей (треугольники на фиг. 3) хорошо совпадают с данными для модели 4. Чепикис [10] исследовал обтекание эллиптического конуса с параметрами $t = 0.5$, $\varepsilon = 12^\circ 10'$ потоком с числом $M = 5.8$ и сравнил полученные данные с расчетами по нелинейной теории [8]. Несмотря на то, что в данном случае передние образующие конуса выходят за конус Маха, автор все же указывает на удовлетворительное совпадение теории с экспериментом.

В работах [11,12] получены решения по теории тонкого тела для небольших углов атаки. На фиг. 7 представлено сравнение экспериментальных данных для модели 6 (кружки), обтекаемой потоком с числом $M = 3.0$ при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ с расчетной величиной добавочного ко-



Фиг. 7

эффициента давления Δc_p (штрих-пунктир), учитывающего влияние угла атаки [12]

$$\Delta c_p = \alpha \left\{ \alpha \left[1 - \frac{(a+b)^2 \cos^2 \eta}{v^2} \right] - 2 \sin \eta \frac{a^2 (a+b)}{v^2} - \right. \\ \left. - 4a\beta^2 \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 \ln \left(\beta \frac{a+b}{2} \right) \frac{a^2 \sin \eta + \alpha (a+b) \cos^2 \eta}{v^2} \right\}$$

На большей части поверхности конуса, за исключением области вблизи большой полуоси, расчетные значения Δc_p на $\sim 20\%$ больше экспериментальных.

Теория тонкого тела применима к обтеканию тонких эллиптических конусов в ограниченном диапазоне чисел M . Нижняя граница этого диапазона определяется началом сверхзвукового обтекания конусов с присоединенным скачком уплотнения, а верхняя граница — выходом передней образующей конуса за конус возмущений. Проведенное выше сравнение теоретических и экспериментальных данных показывает, что для тонких эллиптических конусов в ограниченном диапазоне чисел M нелинейная теория тонкого тела удовлетворительно совпадает с экспериментом; однако, как видно из фиг. 1 (модель 6), по мере возрастания скорости потока и с увеличением толщины конуса теоретические значения лежат значительно ниже экспериментальных.

В работах Ферри [13,14] был предложен метод линеаризованных характеристик. Течение около эллиптического конуса рассматривается как возмущенное по отношению к известному течению около кругового конуса. Уравнения, определяющие компоненты скорости линеаризованного потока, решаются методом последовательных приближений. Удовлетворительные результаты получаются в том случае, если форма поперечного сечения тела мало отличается от формы кругового конуса.

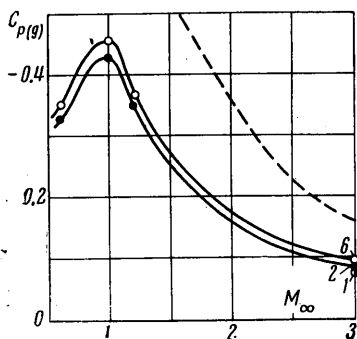
Метод линеаризованных характеристик был распространен на обтекание конических тел под углом атаки [15], а в работе [10] — для получения достаточно простых уравнений; при применении этого метода использовано приближенное решение для гиперзвукового обтекания кругового конуса. А. Л. Гонор [16] применил метод разложения по малому параметру [17] к задаче обтекания произвольного конического тела потоком большой сверхзвуковой скорости. Автором установлено, что давление на стенке отличается от соответствующего значения по Ньютоном лишь одним слагаемым, характеризующим центробежную силу от поперечного перетекания газа. В работе [18] при помощи метода интегральных соотношений рассчитано гиперзвуковое обтекание эллиптического конуса. Ченг [19] исследовал течение вблизи поверхности трехмерного заостренного тела; решение строится при помощи рядов по двум

параметрам. В работе [20] предложено развитие метода [14,10] и получены аналитические решения для обтекания толстых неосесимметричных конических тел гиперзвуковым потоком газа. Численное решение обратной задачи о сверхзвуковом обтекании конических тел, не обладающих осевой симметрией, было рассмотрено Б. Р. Бриггсом.

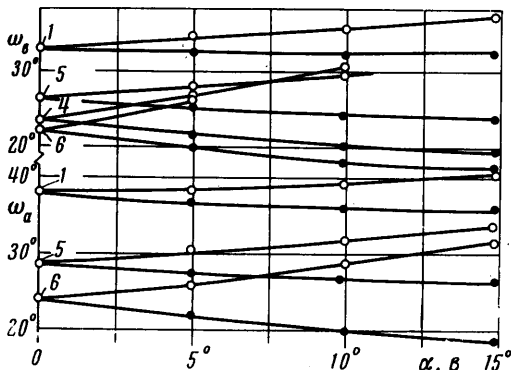
При больших сверхзвуковых скоростях для приближенного определения аэродинамических характеристик обтекаемых тел используется закон Ньютона. Коэффициент давления на поверхности эллиптического конуса, рассчитанный по формуле Ньютона, имеет вид

$$c_p = 2 \frac{(V \sqrt{1 + (a^2 b^2 - 1) \sin^2 \psi \cos \alpha - b^{-1} \sin \alpha \cos \psi})^2}{1 + b^{-2} + (a^2 b^2 - 1) (1 + a^{-2} + b^{-2}) \sin^2 \psi} \quad (2)$$

На фиг. 7 результаты экспериментов [2] (треугольники) и [14] (крестики) сравниваются с расчетами [18] (сплошная кривая) по обтеканию потоком с числом $M = 6$ эллиптического конуса с параметрами $t = 0.56$, $\varepsilon = 22^\circ$. На этом же графике представлены теоретические (пунктир с двумя штрихами) и экспериментальные данные (квадратики, $\alpha = 0$ и 14°) [10] при $M = 5.8$, а также расчеты по теории Ньютона (пунктир) для конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 12^\circ 40'$. Когда угол между направлением набегающего потока и элементом поверхности мал, то ньютоновская теория дает значения значительно ниже экспериментальных, если же составляющая скорости потока по нормали к поверхности соответствует числу M порядка единицы и более, то совпадение теоретических и экспериментальных данных улучшается. На фиг. 7 нанесены также расчеты Ферри [14] при $M = 5.42$ (точечная кривая) и теоретическая кривая первого приближения А. Л. Гонора (пунктир с крестиками) [16] при $M = \infty$ для конуса с $t = 0.5$, $\varepsilon = 14^\circ 30'$.



Фиг. 8



Фиг. 9

В области умеренных сверхзвуковых скоростей ($M = 2-4$), где решения, основанные на линеаризации уравнений газодинамики, а также решения, используемые при гиперзвуковых скоростях, не дают удовлетворительного совпадения с экспериментом, для приближенного определения аэродинамических характеристик можно применить простые методы: касательных конусов, эквивалентных конусов и «уточненный метод эквивалентных конусов». По методу касательных или эквивалентных конусов давление на каждый элемент поверхности произвольного конического тела определяется на основании данных по обтеканию круглого конуса при нулевом угле атаки; в первом случае круглый конус касается тела в рассматриваемом сечении, во втором — круглый конус имеет ту же самую нормальную составляющую скорости набегающего потока относительно элемента поверхности, что и произвольное тело, причем угол полураствора круглого конуса отыскивается по известной величине коэффициента давления (2). При этом происходит уточнение формулы Ньютона за счет того, что форма скачка уже не отождествляется с формой тела. Значения, рассчитанные по методу местных конусов (штрих-пунктир) и по методу эквивалентных конусов (пунктир с двумя штрихами), превышают экспериментальные в области большой оси и меньше экспериментальных в области малой оси (модель I на фиг. 1). Оба этих метода удовлетворительно совпадают с экспериментом только для тел с незначительным отклонением от круглого конуса, так как рассматривают каждый элемент поверхности независимо от формы тела. По «уточненному методу эквивалентных конусов» [21] предполагается, что распределение давления на эллиптическом конусе зависит от величины $\delta c_p = c_p^{(1)} - c_p^{(2)}$ (где $c_p^{(1)}$ — давление, вычисленное по методу эквивалентных конусов, $c_p^{(2)}$ — среднее значение этого давления), и от числа M_1 на

поверхности круглого конуса со средним давлением, равным $c_p^{(2)}$. Коэффициент давления имеет вид

$$c_p = c_p^{(1)} - (c_p^{(1)} - c_p^{(2)}) / M_1$$

Из рассмотрения фиг. 1 следует, что этот метод (точечная кривая) лучше совпадает с экспериментом, чем методы касательных и эквивалентных конусов.

При проведении испытаний измерялось среднее донное давление при помощи двух дренажных трубок. Величина коэффициента донного давления $c_{p(g)}$ в зависимости от числа M набегающего потока приводится на фиг. 8. На этом же графике, наряду с экспериментальными данными, нанесена пунктирная кривая предельной величины коэффициента донного давления $c_{p(g)} = -1.43 M_\infty^{-2}$. Для всех испытанных моделей величина донного давления незначительно снижается по мере уменьшения t и ε , а также при увеличении угла атаки.

Фотографирование потока, обтекающего модель, производилось при помощи тепловоскопического прибора в плоскости малой оси ($\varphi = 0$), в плоскости $\varphi = 45^\circ$, а также в плоскости большой оси ($\varphi = 90^\circ$). На фиг. 9 представлены величины углов ω_b и ω_a (где ω_b — угол, образованный скачком уплотнения и осью конуса в плоскости малой оси, ω_a — в плоскости большой оси) в зависимости от угла атаки α и угла скольжения β при $M = 3.0$.

Оптические исследования при малых сверхзвуковых скоростях показали, что фронт ударной волны для всех испытанных моделей сохранял форму почти правильного кругового конуса, и местный угол скачка уплотнения в большей мере зависит от распределения площади вдоль оси тела, чем от формы поперечного сечения тела. С увеличением скорости потока форма ударной волны в сечении, нормальном к направлению потока, приближается к форме тела и скачок уплотнения принимает коническую неосесимметричную форму.

Поступило 26 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонор А. Л. Исследования обтекания некоторых заостренных тел несимметричным потоком газа при числах $M = 3-4$. Изд. ин-та им. Баранова, 1960, вып. 138.
2. Zakkau V., Visich M. Experimental pressure distributions on conical elliptical bodies at $M = 3.09$ and 6.0 . Polytechn. Inst. of Brooklyn, 1957, No. 467.
3. Sgwire H. B. An example in wing theory at supersonic speeds. ARC Reports and Memoranda, 1947, No. 2549.
4. Ward. Supersonic flow past slender pointed bodies. Quart. J. Mech. Appl. Math., 1949, vol. 11, No. 1.
5. Frankel L. E., Supersonic flow past slender bodies of elliptic cross-section. ARC Reports and Memoranda, 1955, No. 2954.
6. Kahan A., Solarxi A. Supersonic flow about slender bodies of elliptic cross-section. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20.
7. Adams C., Sears W. Slender-body theory review and extension. J. Aeronaut. Sci., 1953, vol. 20, No. 2.
8. Van-Dyke M. The elliptic cone as a model for non-linear supersonic flow theory. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1.
9. Rogers E. W., Berry C. I. Experiments at $M = 1.41$ on elliptic cones with supersonic leading edges. Brit. ARC, Reports and Memoranda, 1955, No. 3042.
10. Charkis R. L. Supersonic flow over an elliptic cone: theory and experiment. J. Aerospace Sci., 1961, vol. 28, No. 11.
11. Taylor C. R. The pressure distribution due to incidence of a slender elliptic half-cone. J. Roy. Aeronaut. Soc., 1955, vol. 59.
12. Коробейников Н. П. Сверхзвуковое обтекание под углом атаки треугольных крыльев и эллиптических конусов с дозвуковой передней кромкой. Изв. высш. учебн. завед., Авиационная техника, 1960, № 1.
13. Jorgensen L. N. Elliptic cones alone and with wings at Supersonic speeds. NACA T, 1957, No. 4045.
14. Ferry A., Ness N. Kaplita T. Supersonic Flow Over Conical Bodies without Axial Symmetry. J. Aerospace Sci., 1953, vol. 20.
15. Martellucci A. An Extension of the linearized characteristics method for calculating the supersonic flow around elliptic cones. J. Aeronaut. Sci., 1960, vol. 27, No. 9.

16. Гонор А. Л. Обтекание конических тел при движении газа с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, Механика, 1959, № 1.
17. Черный Г. Г. Обтекание тел газом при большой сверхзвуковой скорости. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 6.
18. Чускид П. И., Шенников В. В. Расчет некоторых конических течений без осевой симметрии. Инж.-физ. ж., 1959, № 7.
19. Cheng H. K. Hypersonic flows past a yawed circular cone and other pointed bodies. J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, No. 2.
20. Мхитарян А. М., Овсянников М. П. К определению линеаризованных потоков возмущений при гиперзвуковом обтекании неосесимметричных конических тел. Изв. высш. учебн. завед., Авиационная техника, 1965, № 1.
21. Willi F., Jacobs A. Simplified Approximate Method for the calculation of the Pressure around conical bodies of arbitrary shape in supersonic and hypersonic flow. J. Aerospace Sci., 1961, vol. 38, No. 12.

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ КОНИЧЕСКИХ ТЕЛ

Я. Г. САПУНКОВ

(Саратов)

В работах [1,2] А. Л. Гонор рассматривал задачу об обтекании конических тел потоком несовершенного невязкого газа с большой сверхзвуковой скоростью. Для решения применялся метод разложения по малому параметру. В качестве малого параметра использовалось отношение плотностей в невозмущенном потоке и за ударной волной. Однако в окрестности поверхности конуса это решение не дает возможности определить поле скоростей.

В настоящей работе эта задача решается методом, изложенным в [3], основанным на использовании метода Пуанкаре — Лайтхилла — Го (ПЛГ). Получено нулевое приближение, годное во всей области течения, включая и «вихревой слой». Вне этого слоя решение переходит в решение А. Л. Гонора [1,2].

1. Рассмотрим обтекание произвольного конического тела гиперзвуковым потоком произвольного равновесного невязкого газа.

Выберем ортогональную систему координат [1,2], в которой: а) первое координатное семейство есть сферы ($r = \text{const}$), б) поверхность тела совпадает с одной из координатных поверхностей второго семейства ($\theta = \text{const}$), в) третье семейство образуют конические поверхности, натянутые на ортогональные траектории к поверхностям второго семейства ($\varphi = \text{const}$) (фигура).

Обозначим через u, v, w проекции вектора скорости на оси θ, φ , через p, ρ — давление и плотность, $h(p, \rho)$ — энтальпия, $S(p, \rho)$ — энтропия.

Введем вспомогательную функцию $\psi(\theta, \varphi)$

$$\frac{v}{A_1} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{w}{A_2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = 0$$

Здесь A_1 и A_2 — коэффициенты Ляме, вычисленные на поверхности единичной сферы.

Если в качестве независимых переменных выбрать φ и ψ , то уравнения количества движения, неразрывности, энергии примут вид [1,2]

$$\frac{w}{A_2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - v^2 - w^2 = 0, \quad \frac{w}{A_2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + uv + \frac{vw}{A_2} \frac{\partial \ln A_1}{\partial \varphi} - \frac{w^2}{A_1} \frac{\partial \ln A_2}{\partial \theta} = - \frac{1}{\rho A_1 \theta_\varphi} \frac{\partial p}{\partial \psi}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[h + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right] = 0, \quad \frac{\partial S(p, \rho)}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial \ln(\rho A_1 \theta_\varphi w)}{\partial \varphi} + 2 \frac{u}{w} A_2 = 0, \quad \frac{\omega}{A_2} \theta_\varphi = \frac{v}{A_1}$$

Решение уравнений ищется при следующих граничных условиях: на поверхности конуса $v = 0$ при $\theta = \theta_k = \text{const}$, на поверхности ударной волны $\theta = \theta^+(\varphi)$ выпол-

