ОБ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПРОФИЛЕЙ В ДОЗВУКОВОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОТОКЕ

В. Б. КУРЗИН (*Новосибирск*)

При помощи интегральных уравнений [1] исследуется случай нестационарного течения газа около системы из конечного числа профилей. В качестве примера был проведен расчет аэродинамических сил, действующих на профили биплана в нестационарном дозвуковом потоке газа. В этом простейшем случае специально исследуется явление акустического резонанса, обнаруженное ранее [1,2].

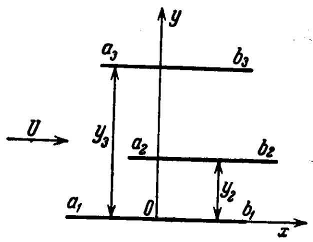
1. Рассмотрим систему из N тонких слабоизогнутых профилей, находящихся под малым углом атаки в плоском дозвуковом потоке газа и совершающих произвольные малые гармонические колебания (фиг. 1). Течение газа в этом случае описывается системой N интегральных уравнений вида

$$v_{yj}(x_j, y_j)=\frac{\omega}{\rho U^2}\sum_{n=1}^{N}\int_{a_n}^{b_n} L_n(x_0, y_n)\frac{iM}{4\beta k}\exp\left[-\frac{ik(x_j-x_0)}{M}\right]\times \qquad (1.1)$$

$$\times\int_{-\infty}^{x_j-x_0}\exp\frac{ik\xi}{M\beta^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[H_0^{(2)}\left(\frac{k\sqrt{\xi^2+\beta^2(y_j-y_n)^2}}{\beta^2}\right)\right]d\xi\, dx_0\left(k=\frac{\omega b}{a},\ M=\frac{U}{a}\right)$$

$$(\beta^2=1-M^2,\quad j=1, 2, \ldots, N)$$

Здесь x_j, y_j — координаты точек j-го профиля в системе координат, связанной с одним из профилей (фиг. 1), a_n, b_n — соответственно координаты передней и задней кромок n-го профиля, b — полухорда одного из профилей, ρ, U — соответственно плотность и скорость потока, a — скорость звука в невозмущенном потоке, ω — круговая частота колебаний, v_{yj} — амплитуда вертикальной составляющей скорости движения точек j-го профиля, $L_n(x_0, y_n)$ — амплитуда распределенной подъемной силы на n-м профиле, $H_0^{(2)}$ — функция Ганкеля второго рода нулевого порядка.



Фиг. 1

Отметим, что при массовых расчетах существенное упрощение получается путем введения функций влияния $f_{mnr}(x)$ [3]. Эти функции определяют распределенную аэродинамическую силу $L_{mnr}(x_n, y_n)$, действующую на n-й профиль при колебаниях m-го профиля с r-й формой колебаний, и могут быть найдены из системы (1.1) при

$$v_{yj}(x_j, y_j)=v_{yr}(x_j, y_j)\qquad (j=m)$$

$$v_{yj}(x_j, y_j)=0\qquad (j\neq m)$$

2. При исследовании аэродинамической интерференции системы тел в дозвуковом нестационарном потоке газа особый интерес представляют явления акустического резонанса. Подобные явления были обнаружены при расчете сил, действующих на профиль, колеблющийся в дозвуковом потоке газа между двумя параллельными стенками [2] и в бесконечной решетке [1].

В частных случаях условия резонанса могут быть получены аналитически. Так, в работе [4] было показано, что при некоторой специальной форме колебаний профилей решетки функция потенциала ускорений внутри области, заключенной между двумя профилями и линиями, соединяющими их передние и задние кромки, имеет следующее выражение:

$$\psi=\psi^*(x, y)+\exp\left(i\frac{kM}{\beta^2}x\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(B_ne^{\lambda_n}-A_ne^{-\lambda_n})e^{\lambda_n x}+(A_ne^{\lambda_n}-B_ne^{-\lambda_n})e^{-\lambda_n x}}{2\,\mathrm{sh}\,2\lambda_n}\times$$

$$\times\cos\frac{n\pi}{h}y\quad \lambda_n=\frac{1}{\beta^2}\left(\left(\frac{n\pi}{h}\right)^2\beta^2-k^2\right)^{1/2}\qquad \left(\psi^*(x, y)=\sum_{n=0}^{\infty}f_n^*(x)y^n\right)\qquad (2.1)$$

x, y — безразмерные координаты, h — безразмерное расстояние между профилями, отнесенное к полухорде профиля b; A_n, B_n и $f_n^*(x)$ — соответственно коэффициенты и функции, зависящие от формы колебаний профилей и определенные в работе [4]. При конкретном вычислении функций $f_n^*(x)$ в их выражении выделяется множитель $1/\sin kh$. Ряды, определяющие коэффициенты A_n и B_n, расходятся при $kh>\pi$, поэтому первое выражение (2.1) справедливо лишь при $kh\leqslant\pi$. Из (2.1) видно, что при определенных комбинациях параметров k, M, h, а именно, когда

$$kh=\pi,\ \lambda_n={}^1/_2im\pi\ (m=1, 2, \ldots)\qquad (2.2)$$

функции потенциала ускорения обращаются в бесконечность. Эти особенности решения имеют вполне определенный физический смысл. Действительно, учитывая выражение для периода колебаний $T = 2\pi / \omega$, соотношения могут быть представлены в виде

$$T = \frac{2h}{a}, \qquad mT = \frac{2b}{a(1+M)} + \frac{2b}{a(1-M)} \tag{2.3}$$

Из первого равенства следует, что соответствующий период колебаний профилей кратен времени прохождения возмущения от одного профиля к другому и обратно, а из второго равенства, соответствующего случаю $\lambda_0 = ik / \beta^2 = {}^1/_2\, i\, m\pi$, следует, что период колебаний кратен времени прохождения плоской волны малого возмущения от передней кромки профиля по потоку до задней и обратно. Таким образом, полученные свойства решения физически можно трактовать как резонанс возмущения газа, вызванного колеблющимся профилем, с собственными колебаниями газа в межпрофильном канале в поперечном и продольном направлениях. Следует отметить, что рассматриваемый здесь специальный случай соответствует форме колебаний профилей, когда разрыв давления на их передних кромках отсутствует.

Можно ожидать, что в тех случаях, когда в системе колеблющихся профилей имеется область, которую приближенно можно рассматривать как замкнутый прямоугольный объем, условия резонанса должны совпадать с условиями (2.2).

3. В качестве нового примера рассмотрим нестационарное обтекание биплана дозвуковым потоком газа (фиг. 2). Предположим, что профили биплана колеблются синхронно с одинаковыми формами и амплитудами. В этом случае для нестационарных аэродинамических сил имеет место соотношение $L_1(x, 0) = L_2(x, h)\, e^{i\alpha} = L(x, 0)$, где α — сдвиг фаз между колебаниями профилей. Учитывая это обстоятельство, вместо системы двух интегральных уравнений (1.1) получим одно

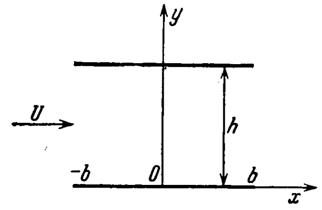
$$v_y(x) = \frac{\omega b}{\rho U^2} \int\limits_{-1}^{1} L(x_0) K(x - x_0)\, dx_0 \tag{3.1}$$

ядро которого имеет вид

$$K(x - x_0) = \frac{iM}{4\beta k} \exp\left[-i\frac{k}{M}(x - x_0)\right] \left\{ \int\limits_{-\infty}^{x-x_0} \exp\left(i\frac{k\xi}{M\beta^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[H_0^{(2)}\left(\frac{k\xi}{\beta^2}\right)\right] d\xi + \right.$$

$$\left. + e^{i\alpha} \int\limits_{-\infty}^{x-x_0} \exp\left(i\frac{k\xi}{M\beta^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[H_0^{(2)}\left(\frac{k}{\beta^2}\sqrt{\xi^2 + \beta^2(y-h)^2}\right)\right] d\xi \right\} \tag{3.2}$$

Исходя из определения аэродинамических функций влияния [3], решение полученного интегрального уравнения (3.1) для заданной формы колебаний можно записать в виде



Фиг. 2

$$L(x, 0) = \rho U^2 b\, [f_0(x) + e^{i\alpha} f_1(x)]$$

а амплитуды подъемной силы и момента в данном случае выражаются следующим образом:

$$P_y = \rho U^2 b\, [l_0 + e^{i\alpha} l_1], \quad M_z = \rho U^2 b^2\, [m_0 + e^{i\alpha} m_1] \tag{3.3}$$

$$l_j = \int\limits_{-1}^{1} f_j(x)\, dx, \qquad m_j = \int\limits_{-1}^{1} x f_j(x)\, dx \qquad (j = 0, 1)$$

Так как коэффициенты влияния не зависят от сдвига фаз α, то они могут быть найдены из выражения (3.3). Действительно, вычисляя P_y и M_z при двух различных значениях α, получим две системы из двух алгебраических уравнений для определения соответствующих коэффициентов влияния l_j, m_j.

Для численного решения интегрального уравнения (3.1) необходимо выделить особенности ядра. Они совпадают с особенностями интегрального уравнения Поссио и имеют вид

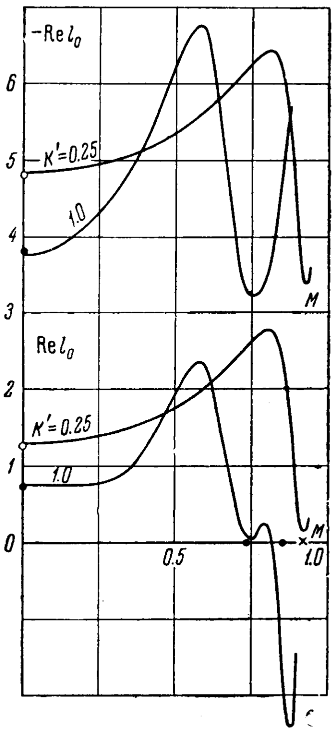
$$K(x - x_0) = -\frac{\beta M}{2\pi K(x - x_0)} + \frac{i}{2\pi\beta} \ln|x - x_0| + K_1(x - x_0) \tag{3.4}$$

Регулярную часть ядра K_1 для упрощения расчета аппроксимируем

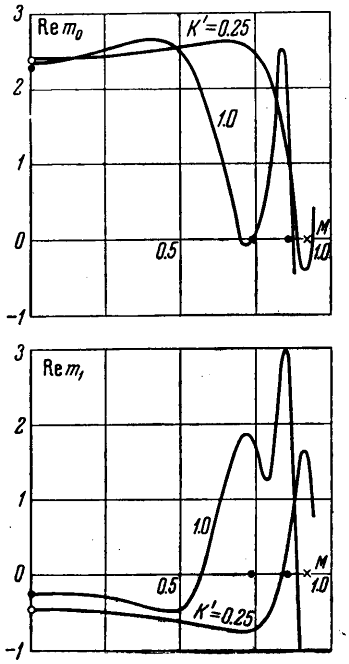
$$K_1 = \sum_{l=1}^{10} b_l \sin l\pi(x - x_0) + \sum_{l=0}^{10} c_l \cos l\pi(x - x_0) \tag{3.5}$$

Решение интегральнго уравнения, как и в случае решетки [1], ищем методом коллокаций. С этой целью искомую функцию представим в виде ряда

$$L(x)=a_0\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{1/2}+\sum_{n=1}^{N}a_n\sin\frac{n\pi}{2}(x+1) \tag{3.6}$$



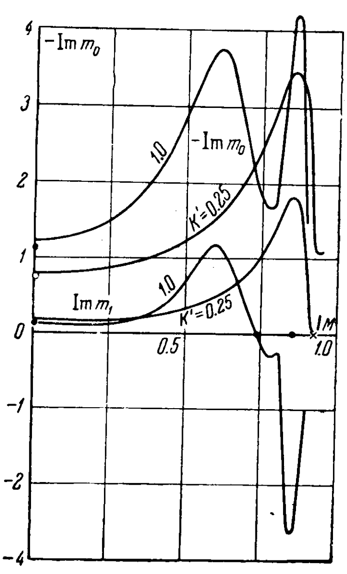
Фиг. 3



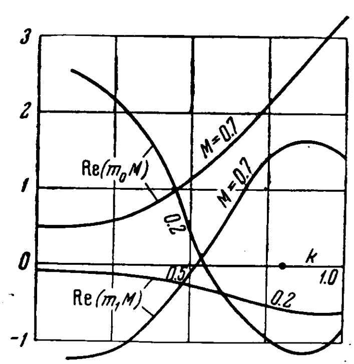
Фиг. 4

Подставляя выражения (3.4) — (3.6) в уравнение (3.1) и выполняя равенство при $N+1$ различных значениях x, получим $N+1$ алгебраических уравнений для определения искомых констант a_n. В проведенном расчете интегральное уравнение удовлетворялось в девяти точках, равномерно расположенных по хорде профиля.

Была проведена оценка точности метода путем сравнения результатов расчета коэффициентов подъемной силы и момента с известными результатами для случая ко-



Фиг. 5



Фиг. 6

лебаний профилей биплана в несжимаемой жидкости [5] и для случая колебаний изолированного профиля в сжимаемом потоке [6]. Относительная погрешность в этих предельных случаях составила не более 5%.

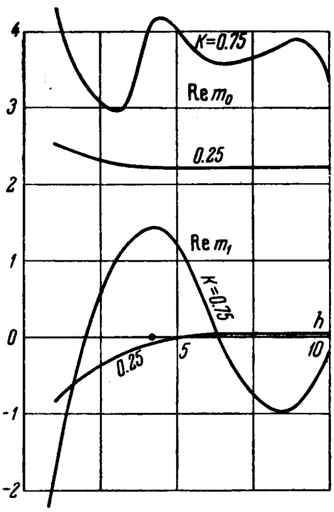
Для иллюстрации влияния сжимаемости приведем некоторые результаты вычислений аэродинамических коэффициентов влияния сил и моментов, действующих на профили биплана при крутильных колебаниях около середины профиля. В случае изгибных колебаний эти зависимости аналогичны. На фиг. 3—5 для случая $h = 2$ приведены результаты зависимости коэффициентов влияния от числа Маха при фиксированных значениях числа Струхаля $k' = k / M = \omega b / U = 0.25,\ 1.0$

Расчетными точками будут значения

$M = 0.001,\ 0.2,\ 0.4,\ 0.6,\ 0.72,\ 0.8,\ 0.84,\ 0.88,\ 0.9,\ 0.92,\ 0.94$ при $k' = 0.25$

$M = 0.001,\ 0.1,\ 0.25,\ 0.4,\ 0.5,\ 0.58,\ 0.65,\ 0.7,\ 0.75,\ 0.8,\ 0.85,\ 0.875,\ 0.9$ при $k' = 1.0$

На оси абсцисс крестиком нанесены резонансные значения чисел M_*, определяемые второй формулой (2.2), для $k' = 0.25$, точками — для $k' = 1.0$. В окрестности этих значений M_* аэродинамические коэффициенты имеют резко выраженные экстремумы в зависимости от числа M, что подтверждает выводы § 2.



Фиг. 7

На оси ординат для сравнения кружочками нанесены значения коэффициентов влияния, рассчитанные Д. Н. Гореловым [5] в случае несжимаемой жидкости, для $k' = 0.25$; точками — для $k' = 1.0$.

На фиг. 6 для случая $h = 1$ представлены зависимости коэффициентов влияния момента от относительной частоты k при фиксированных значениях чисел $M = 0.2,\ 0.70$. На оси абсцисс точкой нанесено резонансное значение числа k_*, определяемого второй формулой (2.2), для $M = 0.7$; для $M = 0.2$ резонансное значение $k_* = 1.51$ находится за пределами графика.

И на фиг. 7 представлены зависимости коэффициентов влияния момента от расстояния между профилями h при фиксированных значениях относительной частоты $k = 0.25,\ 0.75$ и числа $M = 0.4$. На оси абсцисс точкой обозначено резонансное значение h_*, определяемое первой формулой (2.2) для $k = 0.75$.

Анализ полученных результатов показывает, что основной особенностью аэродинамической интерференции колеблющихся профилей в сжимаемом потоке является резонанс. В области резонанса аэродинамические силы существенно отличаются от соответствующих сил в несжимаемой жидкости и в случае колебаний единичного профиля. Во-первых, влияние соседнего профиля становится одного порядка с суммарной силой, действующей на профиль; во-вторых, аэродинамическое демпфирование, как правило, в области резонанса резко падает (см. фиг. 5). Особенно существен эффект резонанса при больших частотах колебаний.

Поступило 25 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Курзин В. Б. Расчет нестационарного обтекания решетки тонких профилей дозвуковым потоком газа методом интегральных уравнений. ПМТФ, 1964, № 2.
2. Wollston D. S., Runyan H. L. Some Considerating on the Air Forces on a Wing Ostillations Between Two Walls for Subsonic Compressible Flow. JAS, 1955, vol. 22, No 1.
3. Курзин В. Б. К расчету сил при произвольных малых колебаниях профилей в решетке. Изв. АН СССР, ОТН, 6, Механика и машиностроение, 1964, № 2.
4. Курзин В. Б. Колебание решетки тонких профилей в сжимаемом дозвуковом потоке. ПМТФ, 1962, № 1.
5. Горелов Д. Н. О расчете аэродинамической интерференции системы тел в идеальной жидкости. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
6. Timman R., Van de Vooren A. I., Greidanus I. H. Aerodynamic Coefficients of an Ostillating Airfoil in Two — Dimensional Subsonic Flow. IAS, 1951, No. 12.