

УДК 532.51:532.77:551.463

© 2007 г. Л. Х. ИНГЕЛЬ, М. В. КАЛАШНИК

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ДИНАМИКИ ГИДРОТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ БИНАРНОЙ СМЕСИ

Аналитически и численно исследована эволюция определенного класса возмущений произвольной амплитуды в стратифицированной бинарной смеси. Продемонстрированы принципиальные отличия от процесса гидростатического приспособления в обычной однокомпонентной среде. В частности, по завершению упомянутого процесса возможно формирование долгоживущего “следа” с ненулевыми возмущениями температуры и концентрации примеси, компенсирующими друг друга в поле плотности. Исследован медленный процесс диссипации этого следа, обусловленный тепло- и массообменом.

Ключевые слова: стратифицированные бинарные смеси, эволюция возмущений, гидростатическое приспособление, соленая морская вода, гидродинамическая “память”.

Особенностям гидротермодинамики двухкомпонентных жидкостей (например, соленой морской воды) посвящена обширная литература (см., например [1–3]). Большое внимание обычно уделяется специфической неустойчивости, обусловленной “двойной (дифференциальной) диффузией” (различием значений коэффициентов переноса для разных субстанций), и течениям, возникающим под влиянием вынуждающих факторов (источников). Эволюция начальных возмущений в устойчивой области исследовалась значительно меньше. Этот круг задач, на первый взгляд, выглядит не столь интересным, поскольку возмущения в этой области, в конечном счете, затухают.

В недавних работах [4, 5] обращено внимание на некоторые, видимо, не замеченные ранее эффекты, возникающие в процессе гидростатического приспособления (т.е. в процессе установления гидростатического равновесия) в рассматриваемых средах в поле силы тяжести. Сюда относится, в частности, принципиальная возможность усиления начальных возмущений в средах, устойчивых по всем известным критериям, и гидродинамическая “память” – возможность формирования долгоживущих “следов” в полях температуры и концентрации примеси. Возникновение долгоживущих термохалинных “следов” ранее отмечалось в лабораторных экспериментах (см., например [6], стр. 221), но достаточно обоснованная интерпретация подобных явлений отсутствовала. В [4, 5] рассмотрение ограничивается идеальной жидкостью, в которой возникающий “след” существует неограниченно долго. В обычной однокомпонентной жидкости существование памяти, конечно, невозможно: горизонтальное положение изотерм в поле силы тяжести в процессе гидростатического приспособления всегда восстанавливается даже без учета диссипативных факторов.

В настоящей работе рассмотрены некоторые простейшие задачи о развитии начальных возмущений, иллюстрирующие формирование упомянутых следов в бинарной смеси и их эволюцию с учетом диссипативных факторов.

1. Рассматривается неограниченный объем устойчиво стратифицированной бинарной смеси. Пусть x – одна из горизонтальных координат, ось z направлена вертикально вверх. Плотность среды ρ в обычно используемом приближении линейно зависит от температуры T и концентрации примеси (в случае морской воды – солёности) s

$$\rho = \rho_*(1 - \alpha T + \beta s)$$

Здесь ρ – плотность, ρ_* – значение ρ при постоянных средних значениях температуры T_* и концентрации примеси s_* ; T, s – соответствующие отклонения от средних, α – коэффициент термического расширения, коэффициент β определяет зависимость плотности среды от концентрации примеси (в океанологии его называют коэффициентом соленостной сжатости).

Предполагается, что заданы постоянные фоновые стратификации температуры и концентрации примеси:

$$\rho_B(z) = \rho_0[1 + (-\alpha\gamma_T + \beta\gamma_s)z]$$

$$\gamma_T = \frac{dT_B}{dz} = \text{const}, \quad \gamma_s = \frac{ds_B}{dz} = \text{const}$$

где индексом B обозначены фоновые значения величин (для отличия от рассматриваемых ниже возмущений).

Настоящая заметка ограничивается рассмотрением эволюции вертикально-однородных возмущений, гармонически зависящих только от одной горизонтальной координаты x :

$$T = T_0(t) \cos kx, \quad s = s_0(t) \cos kx, \quad w = w_0(t) \cos kx \quad (1.1)$$

Здесь w – составляющая скорости вдоль вертикальной оси z (другие компоненты скорости в данной задаче отсутствуют), t – время, k – волновое число; индексом 0 обозначены соответствующие амплитуды.

Система уравнений гидродинамики, переноса тепла и примеси в приближении Буссинеска без учета перекрестных кинетических эффектов (термодиффузии и диффузионной теплопроводности [2]) для вертикально-однородных, одномерных возмущений имеет вид [1, 7]

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(\alpha T - \beta s) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \gamma_T w = \kappa_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \gamma_s w = \chi_1 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

Здесь g – ускорение свободного падения; ν_1, κ_1, χ_1 – коэффициенты обмена. Подстановка (1.1) в (1.2)–(1.4) приводит к системе в обыкновенных производных для амплитуд. Перейдем к безразмерным переменным, введя масштабы времени, возмущений температуры, концентрации примеси и вертикальной скорости в виде $(N_T^2 + N_s^2)^{-1/2}$, θ_0 (например, значение начальной амплитуды отклонения температуры), $\alpha\theta_0/\beta$ и $\alpha g\theta_0(N_T^2 + N_s^2)^{-1/2}$ соответственно, где $N_T^2 = \alpha g\gamma_T$, $N_s^2 = -\beta g\gamma_s$ – квадраты соответствующих частот Брента – Вайсяля. Приходим к системе уравнений

$$\frac{dW}{dt} = -\nu W + \theta - \sigma \quad (1.5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\kappa\theta - (1-S)W \quad (1.6)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\chi\sigma + SW \quad (1.7)$$

$$S = \frac{N_s^2}{N_T^2 + N_s^2}, \quad v = \frac{v_1 k^2}{(N_T^2 + N_s^2)^{1/2}}, \quad \kappa = \frac{\kappa_1 k^2}{(N_T^2 + N_s^2)^{1/2}}, \quad \chi = \frac{\chi_1 k^2}{(N_T^2 + N_s^2)^{1/2}}$$

Здесь W , θ , σ – безразмерные амплитуды вертикальной скорости, возмущений температуры и концентрации примеси.

Параметр S характеризует относительный вклад примеси в стратификацию плотности. По отдельности N_T^2 и N_s^2 могут быть и отрицательными, но их сумма предполагается положительной, что соответствует устойчивой плотностной стратификации. Предполагается также, что соотношение стратификаций обеих субстанций обеспечивает устойчивость и по отношению к конвекции, обусловленной двойной диффузией [1–3]. Остальные параметры отражают роль диссипативных факторов – эффективное число Грасгофа в степени $-1/2$, остальные аналогичны. Нетрудно видеть, что обобщение на случай гармонической зависимости от обеих горизонтальных координат не представляет трудности и не приводит к качественно новым результатам – учет аналогичной зависимости от второй горизонтальной координаты y отразится лишь на значении множителя k^2 .

Подчеркнем, что полная система уравнений гидротермодинамики и переноса примеси свелась к линейной системе (1.5)–(1.7) только за счет симметрии задачи без каких-либо предположений о малости амплитуд возмущений¹. Вместо вертикально-однородной задачи можно было бы рассмотреть гармоническую зависимость возмущений и от вертикальной координаты; в этом случае рассмотрение ограничивалось бы лишь линейным приближением.

Хотя постановка задачи сильно упрощена (рассматриваются возмущения с высокой степенью симметрии), она остается достаточно содержательной. Помимо четырех упомянутых безразмерных параметров решение, как будет видно ниже, качественно зависит и от типа начальных условий.

Система (1.5)–(1.7) имеет только тривиальное стационарное решение $W = \theta = \sigma = 0$ – любые возмущения с течением времени диссипируют. Но в идеальной среде (без учета диссипативных факторов) имеется также бесконечное множество стационарных решений с $W = 0$, $\sigma = \theta$, в которых возмущения температуры и концентрации примеси компенсируют друг друга в поле плотности, так что изопокны (поверхности равной плотности) остаются горизонтальными, и течения не возникают, несмотря на отклонения изотерм от горизонтали. Положив в (1.6), (1.7) $\kappa = \chi = 0$ и исключив W из уравнений, получим закон сохранения в идеальной среде

$$\frac{d}{dt}[S\theta + (1-S)\sigma] = 0$$

который в сочетании с равенством $\sigma = \theta$ позволяет выбрать из упомянутого бесконечно-го множества стационарное решение, отвечающее начальным условиям $\theta = \theta_0$, $\sigma = \sigma_0$:

$$\sigma = \theta = S\theta_0 + (1-S)\sigma_0$$

¹ Рецензент любезно обратил внимание авторов на близость настоящей задачи к постановке задачи о конвективной устойчивости бинарной смеси в вертикальном канале, рассмотренной, например, в монографии [2]. Помимо совпадения уравнений (с точностью до обозначений) рассматриваемый здесь класс решений может удовлетворять и граничным условиям на твердых вертикальных стенках. Но в настоящей работе исследуется поведение возмущений в подкритической области.

Поскольку, сформировавшись, такой след начального возмущения в двухкомпонентной идеальной среде существует неограниченно долго, это дает основания в известном смысле говорить о гидродинамической “памяти” подобных сред. Ненулевое “финальное” стационарное решение устанавливается и при $S = 0$ (когда существует только температурная фоновая стратификация), если $\sigma_0 \neq 0$.

Анализ возмущений в окрестностях таких стационарных решений приводит к трем значениям корней характеристического уравнения:

$$\omega_{1,2} = \pm i, \quad \omega_3 = 0 \quad (1.8)$$

Следует отметить, что, поскольку задача свелась к линейной, окрестности решений, о которых идет речь, не обязательно малые. Первые два корня соответствуют колебаниям с частотой Брента–Вяйсяля при возникновении возмущений плавучести и связанной с этим возвращающей силы. Третий корень соответствует отсутствию возвращающей силы для некоторых классов возмущений – в ситуациях, когда отклонения температуры и концентрации примеси компенсируют друг друга в поле плотности.

Хотя природа памяти и долгоживущих следов вполне прозрачна, процесс их формирования и диссипации достаточно сложен и не исследован. Характеристическое уравнение с учетом диссипативных факторов имеет вид

$$(\omega + \nu)(\omega + \kappa)(\omega + \chi) + (1 - S)(\omega + \chi) + S(\omega + \kappa) = 0 \quad (1.9)$$

Решение этого уравнения и всей системы (1.5)–(1.7), вообще говоря, весьма громоздко. Но задача существенно упрощается в представляющем значительный интерес случае, когда характерное время диссипации много больше периода колебаний $(N_T^2 + N_S^2)^{-1/2}$, что соответствует малым значениям “диссипативных” параметров ν , κ , χ .

В этом случае можно ожидать, что решение уравнения (1.9) будет отличаться от (1.8) лишь небольшими поправками. Вместо нулевого корня ω_3 ищем решение уравнения (1.9), много меньшее единицы по абсолютной величине. Первым слагаемым в (1.9) при таком ω в сочетании с малыми значениями параметров ν , κ , χ можно пренебречь. Приходим к линейному уравнению, из которого следует

$$\omega_3 \approx -[S\kappa + (1 - S)\chi] \quad (1.10)$$

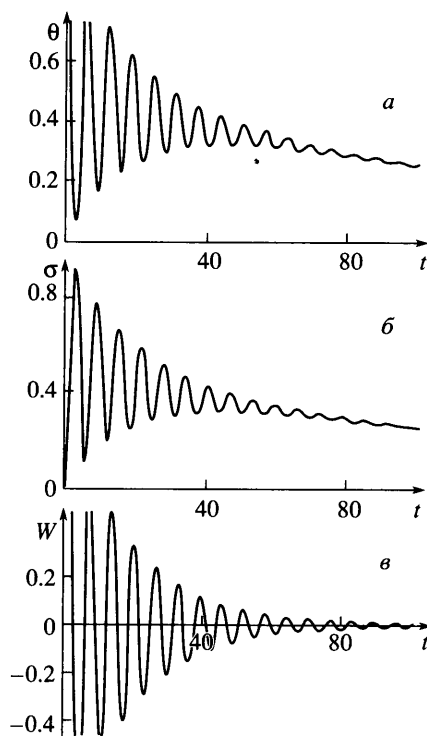
Решение для двух других корней ищется в виде $\pm i + \varepsilon$, где $|\varepsilon| \ll 1$. Нетрудно получить

$$\varepsilon \approx -\frac{1}{2}[\nu + (1 - S)\kappa + S\chi] \quad (1.11)$$

Важные частные случаи относятся к ситуациям, когда среда стратифицирована лишь по одной из субстанций (но возмущения возможны и в поле другой субстанции, так что задача при этом не сводится к известному случаю однокомпонентной среды). Например, если имеется только температурная фоновая стратификация ($S = 0$), то уравнение (1.9) упрощается, и один из корней сразу может быть найден: $\omega = -\chi$. Это вполне согласуется с (1.10) и с непосредственным решением уравнения (1.7) при $S = 0$, откуда видно, что указанный корень относится именно к эволюции поля концентрации примеси. Для двух других корней получаем квадратное уравнение, решение которого имеет вид

$$\omega_{1,2} = -\frac{\nu + \kappa}{2} \pm i \sqrt{1 - \frac{(\nu - \kappa)^2}{4}}$$

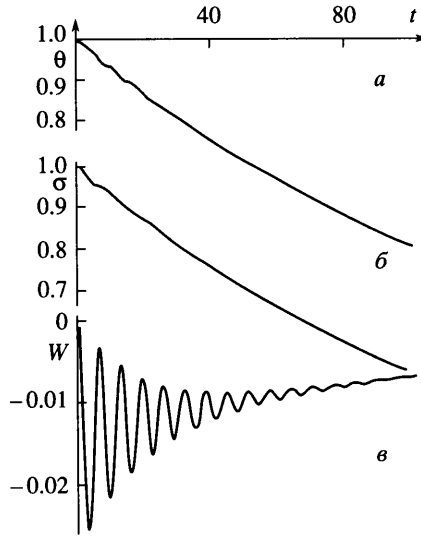
что согласуется с (1.11). Если стратифицирована только другая субстанция ($S = 1$), то в последних выражениях для корней следует поменять местами κ и χ .



Фиг. 1. Эволюция безразмерных амплитуд температуры (а), концентрации примеси (б) и вертикальной скорости (в) при $S = 1/2$ в случае возмущения, вызванного начальным единичным отклонением температуры

Поскольку аналитическое решение системы (1.5)–(1.7), вообще говоря, довольно громоздко, в ряде отношений удобнее пользоваться численными решениями. Была выполнена серия численных расчетов для малых значений безразмерных диссипативных параметров, соотношение между которыми соответствовало соленой морской воде: $\nu = 0.1$, $\kappa = 0.014$, $\chi = 0.00015$.

Если в начальный момент задано возмущение вертикальной скорости, то характер полученного решения вполне совпадает с тем, что можно было ожидать и для обычной стратифицированной однокомпонентной среды: колебания в полях скорости, температуры и концентрации с частотой плавучести, затухающие за безразмерное время порядка ν^{-1} . Иначе обстоит дело, если в начальный момент задано температурное (или “концентрационное”) возмущение. Пример эволюции полей в случае начального отклонения температуры единичной амплитуды приведен на фиг. 1. Принято значение $S = 1/2$, что соответствует равному вкладу двух субстанций в устойчивую стратификацию плотности. На первый взгляд, добавление устойчивой стратификации примеси к устойчивой температурной стратификации, увеличивая возвращающую силу, может лишь ускорить релаксацию возмущений (либо, в особых случаях, способствовать развитию колебательной неустойчивости). Но вместо этого после затухания колебаний поля температуры и концентрации сохраняют память о начальном возмущении – след, в котором возмущения этих двух субстанций компенсируют друг друга в поле плотности и который затухает гораздо медленнее вязкого времени ν^{-1} . При горизонтальном масштабе возмущения $2\pi/k = 0.1$ м время существования следа в морской воде в этом случае составляет порядка часа.



Фиг. 2. То же, что на фиг. 1, при начальном гидростатическом равновесии – начальных единичных отклонениях температуры и концентрации примеси, компенсирующих друг друга в поле плотности

Фигура 2 отличается тем, что в начальный момент заданы “единичные” возмущения как температуры, так и концентрации примеси. Тем самым, они в начальный момент компенсируют друг друга, так что возмущение плотности отсутствует – след, который в предыдущем примере формируется в процессе гидростатического приспособления, в данном случае задан в качестве начального условия. Но из-за разной скорости диффузии двух субстанций упомянутая компенсация в дальнейшем нарушается, появляется ненулевое возмущение плотности, и, следовательно, возникают течения, хотя и относительно медленные. Возникающие слабые возмущения поначалу носят колебательный характер. Затем, как и в предыдущем примере, колебания затухают, и след медленно релаксирует (на временном масштабе, соответствующем (1.10)).

Наиболее доступны для анализа решения в упоминавшихся выше частных случаях $S = 0$ и $S = 1$, когда аналитические решения заметно менее громоздки, чем в общем случае. Остановимся, например, на случае $S = 0$, когда фоновая стратификация примеси отсутствует. Пусть в начальный момент опять задано состояние гидростатического равновесия: “единичные” возмущения температуры и концентрации примеси, которые компенсируют друг друга в поле плотности. Решение для концентрации в безразмерных переменных, очевидно, имеет вид $\sigma = \exp(-\chi t)$. Вертикальная скорость выражается следующим образом:

$$w = -\frac{\kappa - \chi}{1 + \varepsilon_2} \left\{ 1 + \frac{i \exp(-\varepsilon_3 t)}{2\sqrt{1 - \varepsilon_1}} [(\varepsilon_3 + i\sqrt{1 - \varepsilon_1}) \exp(i\sqrt{1 - \varepsilon_1} t) - \text{к.с.}] \right\} \exp(-\chi t) \approx$$

$$\approx -\kappa \left\{ 1 - \cos(t) \exp\left[-\frac{1}{2}(\nu + \kappa)t\right] \right\} \exp(-\chi t) \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_1 = (\nu - \kappa)^2/4, \quad \varepsilon_2 = \kappa\nu - \chi\nu - \kappa\chi + \chi^2, \quad \varepsilon_3 = (\nu + \kappa)/2 - \chi$$

В приближенном равенстве в (1.12) учтена малость ε_j ($j = 1, 2, 3$), а также малость χ по сравнению с другими коэффициентами переноса. В выражении (1.12) присутствуют три

разных масштаба времени, что характерно для рассматриваемой задачи. Множитель $\cos(t)$ описывает колебания с частотой Брента–Вяйсяля, которые возникают благодаря эффектам двойной диффузии, несмотря на то, что начальное состояние гидростатически равновесно. Экспонента $\exp[-0.5(v + \kappa)t]$ описывает затухание этих колебаний, вызванное вязкостью и теплообменом с окружающей средой. После затухания этих колебаний остается след в основном в полях температуры (решение для нее не приводится ввиду громоздкости) и концентрации примеси, возмущения которых в большой степени компенсируют друг друга в поле плотности. Этот след релаксирует гораздо медленнее, в данном случае с характерным безразмерным временем χ^{-1} . Это время, в течение которого релаксирует первоначальное возмущение концентрации примеси (солености).

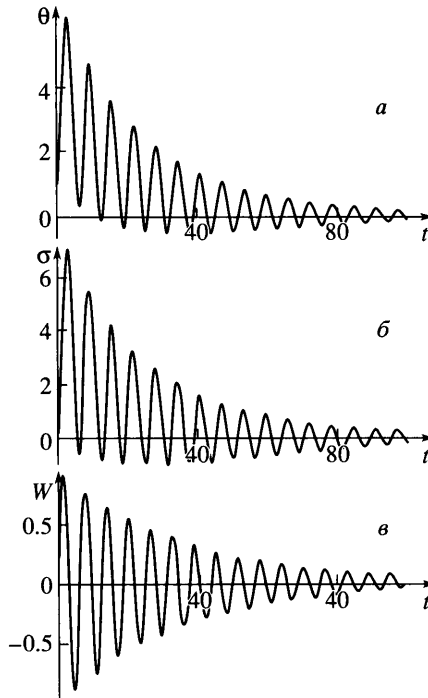
Обмен теплом происходит быстрее, чем солью, поэтому температурное возмущение, которое первоначально компенсировало возмущение солености, в дальнейшем не вполне его компенсирует. Например, если положительное отклонение солености первоначально было скомпенсировано положительным отклонением температуры, то в дальнейшем температура оказывается несколько ниже необходимой для полной компенсации в поле плотности. Поэтому плавучесть рассматриваемого объема среды становится отрицательной, и происходит медленное оседание, описываемое выражением (1.12). Это оседание при устойчивой температурной стратификации приносит сверху более теплые объемы среды; поэтому температура оседающего столба среды, как показывает анализ, поддерживается лишь немного ниже той, которая необходима для гидростатического равновесия. Если бы отсутствовал постоянный “нагрев”, связанный с оседанием, этот столб среды быстро остывал бы и терял плавучесть вследствие относительно большой скорости теплообмена: $\kappa \gg \chi$.

Если фоновая стратификация примеси отсутствует ($S = 0$), но отлично от нуля начальное возмущение ее концентрации σ_0 , то в пренебрежении медленной диффузией примеси (величиной χ) существует стационарное решение

$$\sigma = \sigma_0, \quad \theta = \frac{\sigma_0}{1 + v\kappa}, \quad W = -\frac{\kappa\sigma_0}{1 + v\kappa}$$

Согласно [4, 5], дополнительные интересные эффекты должны существовать в ситуациях, когда две субстанции вносят вклады противоположного знака в стратификацию плотности. Проиллюстрируем это для рассматриваемых классов возмущений. Пусть, например, $N_s^2 = 1$, $N_T^2 = -3/4$, $S = 4$ (фоновая стратификация температуры неустойчива, но это с избытком компенсируется устойчивой стратификацией примеси). На фиг. 3 представлена эволюция возмущений, возникающих при начальном единичном отклонении температуры. Видно, что в подобных случаях первоначальное термическое возмущение может многократно усиливаться, хотя рассматриваемая среда устойчива по всем известным критериям. Это согласуется с результатами для идеальной жидкости [4, 5], где разъяснена природа эффекта усиления возмущений.

Рассмотрим теперь случай противоположных знаков стратификаций субстанций: $N_s^2 = -6/7$, $N_T^2 = 1$, $S = -7$ (фоновая стратификация примеси неустойчива, но это с избытком компенсируется устойчивой стратификацией температуры). Эволюция возмущений, возникающих при начальном единичном отклонении температуры для этого случая представлена на фиг. 4. Здесь в отличие от предыдущих примеров приняты одинаковые значения коэффициентов переноса тепла и примеси, чтобы избежать проявлений дифференциально-диффузионной неустойчивости: $v = \kappa = \chi = 0.014$. В этом случае первоначальное возмущение не только многократно усиливается по амплитуде, но и меняет знак: в ответ на первоначальный нагрев формируется интенсивное холодное возмущение (“отрицательная теплоемкость” [8]). Природа подобных эффектов в общих чертах также разъяснена в предшествующих работах [4, 5, 8] (но настоящее исследование в отличие от них не ограничивается анализом финальных состояний и учитывает диссипативные факторы).



Фиг. 3. То же, что на фиг. 1, при $N_s^2 = 1$, $N_T^2 = -3/4$, $S = 4$

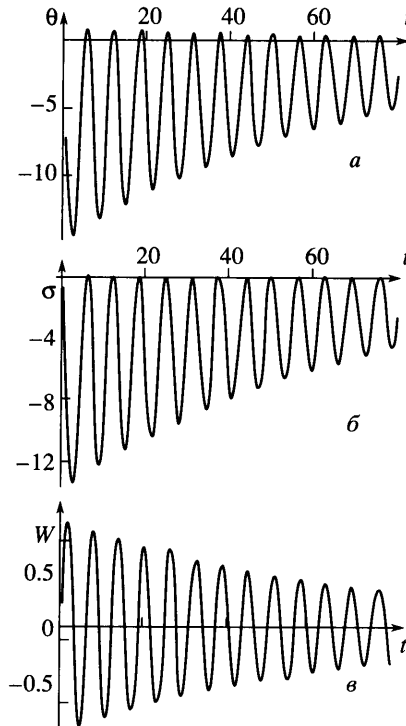
Заключение. В отличие от обычной однокомпонентной среды эволюция возмущений может качественно зависеть от типа начальных условий. Начальные возмущения количества движения приводят к качественно иной эволюции, чем температурные и (или) “концентрационные”.

Начальные возмущения температуры и (или) концентрации примеси могут помимо волновых движений, присущих устойчиво стратифицированной среде, приводить к образованию долгоживущего следа в бинарной смеси.

Характерное время диссипации следа существенно отличается от времени затухания волновых движений. Последнее в большей степени определяется вязкостью, в то время как квазистационарный след в основном диссипирует вследствие диффузии тепла и примеси. Поскольку в соленой воде значение коэффициента кинематической вязкости значительно превышает коэффициенты переноса других субстанций, след может сохраняться в течение длительного времени после затухания колебаний.

Таким образом, динамика рассмотренных возмущений определяется тремя различными физически значимыми масштабами времени: периодом колебаний плавучести (с частотой Брента–Вяйсяля), характерным временем диссипации этих колебаний и масштабом времени, на котором диссипирует образующийся след в полях температуры и концентрации примеси.

В механически равновесной бинарной смеси, устойчивой по всем известным критериям, возможно возникновение течений вследствие различия значений коэффициентов переноса для разных субстанций. Эти течения могут, в частности, носить колебательный характер. Отметим отличие от ситуаций с неустойчивостью, обусловленной двойной диффузией. В случае неустойчивости двойная диффузия обеспечивает механизм усиления малых возмущений различной природы (происхождение начальных возмущений может быть не связано с различием значений коэффициентов переноса). В настоящем же случае именно различие этих значений приводит к возникновению возмущений



Фиг. 4. То же, что на фиг. 1, при $N_s^2 = -6/7$, $N_T^2 = 1$, $S = -7$, $\nu = \kappa = \chi = 0.014$

плавучести, приводящих, в свою очередь, к появлению течений (со временем, по мере релаксации неоднородностей горизонтальных распределений обеих субстанций, эти течения, разумеется, затухают).

В бинарной смеси, устойчивой по всем известным критериям, возможна существенная интенсификация, а также смена знака начальных возмущений температуры и концентрации примеси.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 04-05-64027) и МНТЦ (проект G-1217).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободно-конвективные течения, тепло- и массообмен. М.: Мир, 1991. Кн. 1. 678 с.; Кн. 2. 528 с.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
3. Тернер Дж. Эффекты плавуности в жидкостях. М.: Мир, 1977. 431 с.
4. Калашиник М.В., Ингель Л.Х. Механизм формирования температурных неоднородностей в стратифицированном по температуре и солёности океане // Докл. РАН. 2006. Т. 407. № 5. С. 673–678.
5. Калашиник М.В., Ингель Л.Х. Гидродинамическая “память” бинарных смесей // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. № 1. С. 161–170.
6. Алексеев В.В., Киселева С.В., Ланно С.С. Лабораторные модели физических процессов в атмосфере и океане. М.: Наука, 2005. 312 с.
7. Ингель Л.Х. Нестационарная конвекция в бинарной смеси у плоской вертикальной поверхности // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 3. С. 92–97.
8. Ингель Л.Х. “Отрицательная теплоемкость” стратифицированных жидкостей // Успехи физ. наук. 2002. Т. 172. № 6. С. 691–699.