

УДК 533.6.011.55:537.84

© 2007 г. Л. В. БЕЗГИН, А. Б. ВАТАЖИН, О. В. ГУСЬКОВ, М. К. ДАНИЛОВ, В. И. КОПЧЕНОВ

ОСОБЕННОСТИ ВНУТРЕННЕГО И ВНЕШНЕГО ТЕЧЕНИЙ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ УСТРОЙСТВАХ С МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКИМ ВОЗДУХОЗАБОРНИКОМ

Рассмотрены особенности внутреннего и внешнего течений в высокоскоростных устройствах с магнитогазодинамическим воздухозаборником, обеспечивающим дополнительное торможение сверхзвукового потока. Проведенные ранее предварительные исследования показали, что такое МГД-управление потоком позволяет значительно увеличить газодинамическую составляющую силы тяги устройства. Однако имеются и существенные отрицательные эффекты, главное из которых – появление дополнительной, обусловленной магнитным полем, силы сопротивления аппарата. Таким образом, возникает комплекс взаимосвязанных, но противоположных по их влиянию на результирующие характеристики устройства, вопросов.

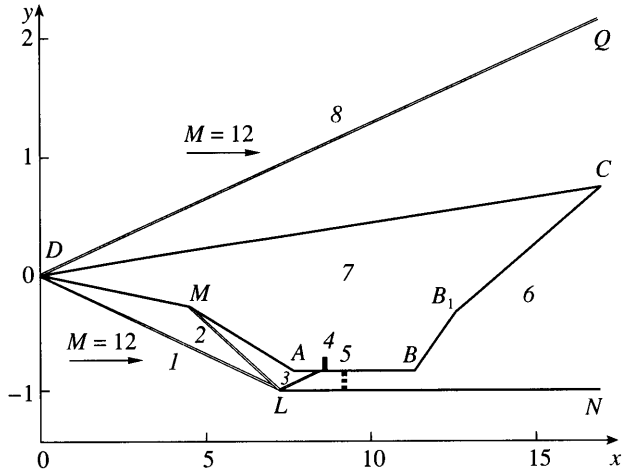
В данной работе проведено исследование этих вопросов на основе развитых физико-математических моделей и численных методов, а также путем совместной оптимизации контура внутреннего тракта устройства и его внешних обводов. Показано, что только при одновременном анализе особенностей внутреннего (магнитогазодинамического) и внешнего (газодинамического) течений в рассматриваемых устройствах возможен выбор стратегии улучшения их характеристик.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, магнитное поле, воздухозаборник, летательный аппарат, оптимизация течения.

В последнее десятилетие интенсивно исследуются сверх- и гиперзвуковые внешние и внутренние магнитогазодинамические (МГД) течения. Это обусловлено аэродинамическими и аэрокосмическими приложениями (общие перспективы [1–4], вопросы создания высокоскоростных летательных аппаратов [5–7], управление аэродинамикой и теплообменом обтекаемых тел [8–15], управление течением газа в каналах [16–19]).

В работах по внешней магнитной газовой динамике [8–13] изучалось обтекание сверх- и гиперзвуковым потоком тел (цилиндра, сферы, затупленного конуса), внутри которых имеются системы, создающие магнитное поле. Расчеты выполнялись в различных приближениях (при изотропной проводимости, при учете эффекта Холла [10, 12, 13], при учете физико-химических реакций в сжатом ударном слое [13]). Индуцированное магнитное поле не учитывалось вследствие его малости в рассматриваемых задачах. Было показано, что использование магнитного поля приводит к значительному утолщению ударного слоя, уменьшению градиентов газодинамических параметров и, как следствие, к уменьшению теплового потока в тело. Однако это сопровождается увеличением полного сопротивления тела (из-за появления дополнительного “магнитного” сопротивления). При полете тела (летательного аппарата) в атмосфере это – нежелательный эффект. Однако если рассматривается проблема входа космических аппаратов в плотные слои атмосферы, то оба указанных эффекта (снижение теплового потока и возрастание полного сопротивления тела) оказываются равно полезными.

Другой класс задач внешней сверхзвуковой магнитной газовой динамики – исследование входа тел в атмосферу планет, имеющих собственное магнитное поле. В этом случае необходимо учитывать индуцированное магнитное поле. Такие задачи рассматривались в [14, 15].



Фиг. 1. Схема модели высокоскоростного ВРД при наличии МГД-воздухозаборника: скачки уплотнения головные (1, 8), от клина воздухозаборника (2), отраженный от обечайки (3), место установки МГД-генератора (4), пилоны в камере сгорания (5), сопло (6), летательный аппарат (7)

Работы по внутренней сверхзвуковой магнитной газовой динамике [12, 16–21] были направлены на исследование МГД-торможения сверхзвукового потока в каналах. Основной вопрос – цена (необратимое увеличение потерь полного давления), которую надо заплатить за возможность эффективного МГД-торможения потока в канале постоянного сечения. В статье [12] на нескольких примерах внешних и внутренних МГД-течений была рассмотрена общая проблема: желаемые МГД-эффекты – цена их осуществления.

Данная статья посвящена вопросам сверхзвуковой магнитной газовой динамики, когда необходимо одновременно анализировать внешнее и внутреннее течения. Рассматривается газодинамическая система: высокоскоростной воздушно-реактивный двигатель (ВРД) с воздухозаборником, в тракте постоянного сечения которого, перед камерой сгорания двигателя, установлено МГД-устройство, обеспечивающее дополнительное торможение сверхзвукового потока.

Возможность воздействовать электрическим и магнитным полями на систему входных скачков в диффузоре была экспериментально продемонстрирована в [20]. Концепция МГД-воздухозаборника была предложена в [21]. В [12] получены первые представления о характеристиках ВРД при наличии МГД-воздухозаборника, согласно которым, наличие МГД-управления в воздухозаборнике позволяет значительно повысить в нем степень сжатия воздуха и увеличить газодинамическую составляющую силы тяги всего устройства. Однако имеются и существенные отрицательные эффекты: рост потерь полного давления в воздухозаборнике, появление дополнительной, обусловленной магнитным полем, силы сопротивления аппарата, повышение вероятности развития неравновесных эффектов в тракте двигателя.

Возникает проблема поиска компромисса между указанными разнонаправленными эффектами. В данной работе эта проблема решается путем совместного анализа внутреннего и внешнего течений, а также путем проведения (при определенных допущениях) совместной оптимизации контура внутреннего тракта двигателя и внешних обводов аппарата.

1. Схема течения в модельном высокоскоростном воздушно-реактивном двигателе (ВРД). Схема ВРД при наличии МГД-воздухозаборника показана на фиг. 1. Расчетному

режиму соответствует полет аппарата на высоте 36 км с числом Маха $M = 12$ под нулевым углом атаки. Длина летательного аппарата и высота входного сечения канала воздухозаборника составляют 17 и 1 м соответственно. Высоты каналов воздухозаборника и следующей за ним камеры сгорания постоянны и одинаковы. Воздухозаборник – двухскачковый (с клиньями DM и MA и скачками 1 и 2) и многорежимный. Запуск ВРД происходит при числе Маха $M = 6$, и этому режиму соответствует указанная на фиг. 1 высота горла воздухозаборника; следовательно, для всех режимов полета с числами Маха, превосходящими $M = 6$, такое горло – перерасширенное, поэтому скачок 3, идущий от точки L панели аппарата LN (от носика обечайки), попадает не в точку A , а внутрь канала воздухозаборника, что приводит к образованию течения разрежения ниже по потоку от точки A , а также к отрыву пограничного слоя в месте падения скачка 3. Для подавления эффекта уменьшения давления (вследствие развития указанного течения разрежения) в канале воздухозаборника устанавливается МГД генератор 4, обеспечивающий необходимое повышение давления и температуры перед входом в камеру сгорания.

В камере сгорания установлены три пилона 5, через которые в горячий воздушный поток подаются сверхзвуковые ($M = 2$) струи водорода. Осуществляется диффузионное горение с коэффициентом избытка воздуха, равным 0.5.

Далее поток расширяется в сопле 6, имеющем простейшую форму и обеспечивающем расширение потока до внешнего давления с учетом дополнительного поджатия потока около аппарата, внешним обводом которого является поверхность DC . Следует отметить, что обечайка LN может быть укорочена настолько, чтобы возмущения от ее концевой точки приходили бы в точку C без изменения давления на контуре BB_1C . (При таком укорочении обечайки тяговые характеристики системы не изменятся.)

2. Воздушно-реактивный двигатель при наличии МГД-воздухозаборника: проблемы. Один из источников потери эффективности высокоскоростного двигателя – это отсутствие возможности механического регулирования его проточного тракта при изменении числа Маха полета. Для воздухозаборника это означает отсутствие управления степенью сжатия газа, поэтому МГД-методы сжатия газа становятся весьма привлекательными [21, 12]. В таком устройстве “горло” воздухозаборника выбирается, исходя из условий запуска на режиме наименьшего числа Маха полета $M = 6$, в то время как ожидаемый диапазон его работы в рассматриваемом примере доходит до $M = 12$. Для больших чисел Маха горло воздухозаборника оказывается перерасширенным, что приводит к заметному снижению его эффективности (по сравнению с ожидаемой для геометрически регулируемого воздухозаборника) вследствие уменьшения степени сжатия воздуха в воздухозаборнике. Предложенный воздухозаборник комбинированного сжатия [21, 12], в котором сжатие потока происходит во внешней системе скачков уплотнения и в установленном в воздухозаборнике МГД генераторе, исправляет ситуацию. В таком воздухозаборнике может быть достигнута такая высокая степень повышения давления, которая соответствует идеально регулируемому двигателю, без срыва работы воздухозаборника. Повышение давления и температуры в воздухозаборнике перед камерой сгорания намного сокращает длину участка воспламенения в ней водородно-воздушной смеси. Возможно полное устранение задержки воспламенения: факел “присоединяется” к системе пилонов для подачи водорода. Значительно возрастает газодинамическая составляющая тяги аппарата.

Однако наличие МГД-генератора в рассматриваемом устройстве имеет ряд негативных, упомянутых во Введении, последствий: значительное уменьшение коэффициента восстановления полного давления в воздухозаборнике, появление “магнитной” составляющей силы сопротивления, которая действует на создающую магнитное поле систему (а следовательно, и на тело) и неравномерные эффекты. На последнем, отрицательном, эффекте остановимся более подробно. При повышении температуры в камере сгорания может снижаться полнота сгорания в тракте двигателя, которая определяется количеством тепла, выделенного в поток при горении. Объясняется этот, на первый

взгляд, неожиданный результат тем, что при горении, в случае высокой температуры, нарабатываются промежуточные продукты, среди которых особенно следует выделить радикалы ОН и атомарный кислород. При быстром расширении продуктов сгорания в сопле их состав может “заморозиться”, вследствие чего значительная доля теплотворной способности топлива из-за высокой энергии образования промежуточных продуктов оказывается неиспользованной (так называемые потери на диссоциацию).

В результате, вследствие указанных негативных эффектов, согласно предварительным оценкам, эффективная тяга для выбранных фиксированного проточного тракта и обвода гипотетического летательного аппарата при включении МГД-управления уменьшается. (Эффективная тяга определяется как проекция на отрицательное направление продольной оси всех сил – сил давления и трения, действующих на внутренние и внешние поверхности двигателя и летательного аппарата, импульса истекающих из пилонов струй водорода, магнитной силы.) При этом аэродинамическая составляющая силы тяги (включающая все, за исключением магнитной, силы) при МГД-управлении возрастает. Однако наличие магнитной силы сопротивления меняет знак выигрыша.

Этот нежелательный эффект можно попытаться уменьшить, доведя полноту сгорания в тракте двигателя при МГД-управлении до ее уровня в традиционном высокоскоростном ВРД, и улучшить таким образом баланс сил в пользу варианта с МГД управлением.

Исследования [22–24], выполненные ранее в ЦИАМ для традиционного высокоскоростного ВРД, показали, что можно существенно поднять тяговую эффективность, повышая выделение тепла в поток при горении путем специального профилирования контура проточного тракта, направленного на снижение температуры газа в камере сгорания и тем самым на уменьшение уровня потерь на диссоциацию при горении. Существенно, что профилирование камеры сгорания, сопла и внешних обводов аппарата следует проводить совместно, поскольку все они взаимосвязаны. (Так, опыт профилирования только проточного тракта показывает, что контур камеры сгорания, полученный при оптимизации по полноте сгорания в камере, и контур камеры, полученный при оптимизации по тяговым характеристикам контура всей проточной части, состоящей из камеры сгорания и сопла, заметно различаются между собой [22, 24].

3. Физико-математические модели. МГД-течение в канале воздухозаборника и газодинамическое течение во внутреннем тракте двигателя и вне аппарата описываются полной осредненной системой уравнений Навье – Стокса с включенными в нее (для воздухозаборника) силовым источником $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ и плотностью подвода энергии \mathbf{jE} , уравнениями для однопараметрической модели турбулентности, уравнениями кинетики горения водорода и электродинамическими уравнениями. Здесь \mathbf{j} , \mathbf{E} и \mathbf{B} – векторы плотности электрического тока, электрического поля и магнитной индукции. Учтены обтекание пилонов, смешение сверхзвуковых водородных струй с воздушным потоком, сформировавшимся в воздухозаборнике, химическая неравновесность.

Для рассматриваемых приложений электродинамические уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0 \quad (\mathbf{E} = -\nabla \varphi), \quad \operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \\ \mathbf{j} &= \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \alpha \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad \alpha = \frac{e}{m_e \nu'} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь φ – электрический потенциал, σ – электропроводность газа, e и m_e – заряд и масса электрона, ν' – частота столкновений электрона с другими частицами. Вследствие малых магнитных чисел Рейнольдса [6, 8–13] распределение поля \mathbf{B} считается известным, удовлетворяющим уравнениям $\operatorname{rot} \mathbf{B} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$.

Так как данное исследование направлено на выяснение принципиальных закономерностей МГД-управления сверхзвуковыми течениями, проблема создания необходимой

электропроводности газа предполагается уже решенной, поэтому σ считается известной величиной, которая в данной работе задается кусочно-постоянной функцией.

Еще раз подчеркнем важное обстоятельство. В рассматриваемых приложениях магнитное поле создается либо магнитами, либо электрическими токами, протекающими внутри тела. При наличии МГД-взаимодействия текущие по газу токи создают собственное магнитное поле, взаимодействующее с токами в теле, что приводит к появлению силы, действующей на токи в теле, а следовательно, и на само тело. Эта “магнитная” сила вызывает дополнительное сопротивление аппарата, о котором говорилось ниже.

Полная действующая на тело сила определяется выражениями

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2, \quad \mathbf{F}_1 = -\int_{\Sigma} \mathbf{P} \mathbf{n} d\Sigma, \quad \mathbf{F}_2 = -\int_V (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) dV \quad (2.2)$$

Здесь \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 – действующие на тело газодинамическая и магнитная силы, V – часть области течения, в которой $\mathbf{j} \neq 0$, Σ – замкнутая поверхность тела, \mathbf{P} – тензор гидродинамических напряжений, \mathbf{n} – внутренняя нормаль к поверхности тела. Выражение для силы \mathbf{F}_2 получено из условия, что суммарная электромагнитная сила, действующая на систему “тело (аппарат) – газообразная среда в тракте двигателя и вне аппарата” равна нулю. Интеграл по объему V от $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ является силой, действующей на среду, и поэтому сила, действующая на тело, равна этому интегралу со знаком минус.

Иногда используют другое выражение для силы \mathbf{F}_2 :

$$\mathbf{F}_2 = -\int_{\Sigma} g_{ik} n_k \mathbf{e}_i d\Sigma, \quad g_{ik} = \mu_0 (H_i H_k - 1/2 H^2 \delta_{ik}), \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.3)$$

где g_{ik} – тензор магнитных напряжений, \mathbf{H} – вектор магнитного поля, являющегося суммой внешнего и индуцированного полей, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, относительная магнитная проницаемость среды полагается равной единице, \mathbf{n} – вектор внутренней нормали к поверхности тела Σ , \mathbf{e}_i ($i = 1, 2, 3$) – единичные векторы декартовой прямоугольной системы координат; по индексам, встречающимся дважды, производится суммирование. Убедимся в эквивалентности определений (2.2) и (2.3). Построим замкнутую поверхность Σ' , содержащую внутри себя тело и удаленную от него на бесконечно большое расстояние, превосходящее размер области протекания токов вне тела. Тогда на этой поверхности магнитное поле и тензор g_{ik} оказываются малыми величинами порядка r^{-2} и r^{-4} и, следовательно

$$r \rightarrow \infty: \int_{\Sigma'} g_{ik} n_k \mathbf{e}_i d\Sigma' \sim r^{-2} \rightarrow 0, \quad \int_{\Sigma + \Sigma'} g_{ik} n_k \mathbf{e}_i d\Sigma = \int_{\Sigma} g_{ik} n_k \mathbf{e}_i d\Sigma = -\mathbf{F}_2$$

Переходя (по теореме Гаусса–Остроградского) от интеграла по поверхности $\Sigma + \Sigma'$ к интегралу по объему V и выполняя преобразования с использованием уравнений Максвелла (для стационарного случая) $\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}$, $\text{div} \mathbf{H} = 0$, находим соотношение, совпадающее с определением силы в (2.2).

Выражение (2.2) более удобно для использования при малых, а (2.3) – при конечных магнитных числах Рейнольдса, когда искомой величиной является поле \mathbf{H} . В последнем случае действующую на тело силу часто вычисляют, непосредственно интегрируя величину $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ по объему тела. Определение силы таким способом и по эквивалентным формулам (2.2) и (2.3) позволяет оценить точность используемых численных методов.

В общем случае к тензору g_{ik} необходимо добавить тензор электрических напряжений, выражение для которого формально получается из (2.3) заменой μ_0 на диэлектрическую проницаемость вакуума ϵ_0 , H на E и \mathbf{B} на вектор электрической индукции. (Относительная диэлектрическая проницаемость среды полагается равной единице.) Дей-

ствующая на тело электрическая сила выражается первой формулой в (2.3), в которой используется тензор электрических напряжений. Проведя такие же, как и выше, преобразования с учетом уравнений Максвелла $\text{rot}\mathbf{E} = 0$, $\text{div}\mathbf{E} = q/\epsilon_0$ (для стационарного случая), найдем, что электрическая сила, действующая на тело, равна интегралу (со знаком минус) по объему V от величины $q\mathbf{E}$, где q – объемная плотность электрического заряда. В рассматриваемой постановке задачи (уравнения (2.1)) величина q находится после решения этих уравнений и определяется только что приведенным уравнением Максвелла. Величины \mathbf{j} и \mathbf{E} , согласно (2.1), имеют порядки величины σvB и vB , и отношение модулей сил $q\mathbf{E}$ и $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ по порядку величины равно $v/l\sigma$ (используются характерные величины, l – характерный размер). Последнее отношение в изучаемых приложениях является величиной высокого порядка малости, и влияние электрических сил ничтожно, за исключением случаев, когда в чрезвычайно узких областях может происходить конечное изменение параметров [25].

Для понимания результатов, которые будут получены в статье, важно интегральное соотношение [25], следующее из уравнений (2.1) и (2.2):

$$A = -\int_V (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \mathbf{v} dV = \int_V \mathbf{j} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) dV = \int_V \mathbf{j} \left(\frac{\mathbf{j}}{\sigma} + \frac{\alpha}{\delta} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) - \mathbf{E} \right) dV = Q + N, \quad (2.4)$$

$$Q = \int_V \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} dV, \quad N = -\int_V \mathbf{j} \mathbf{E} dV$$

Величина $(-A)$ представляет собой работу (за единицу времени) электромагнитной силы над газом, а величина A – работу (за единицу времени) газа “над телом”. Эта работа равна сумме джоулевой диссипации Q в газе и уходящей из него в тело электромагнитной энергии N (за единицу времени), которая может быть представлена в виде

$$N = \int_V \mathbf{j} \nabla \phi dV = \int_V \text{div}(\phi \mathbf{j}) dV = \int_{\Sigma + \Sigma'} \phi \mathbf{j}_n d\Sigma = \int_{\Sigma} \phi \mathbf{j}_n d\Sigma$$

где нормаль \mathbf{n} направлена внутрь тела. В случае МГД-генератора величина N является “снимаемой” электрической мощностью.

Система уравнений (2.1) преобразуется к одному эллиптическому уравнению относительно ϕ .

Система МГД-уравнений решается на основе оригинальной вычислительной программы [26–28], в которой используется релаксационная схема и неявная, повышенного порядка точности, версия схемы Годунова [28]. Результирующая программа обеспечивает второй порядок точности стационарного решения на регулярных и сохранение аппроксимации на произвольных нерегулярных сетках. Использование неявной схемы позволяет провести эффективную адаптацию сетки при расчете пограничных слоев и слоев смещения и обеспечить быструю сходимость к стационарному решению.

Численное решение уравнения относительно ϕ осуществляется путем искусственного введения в него нестационарного релаксационного члена, преобразующего его в параболическое уравнение (метод замедленной искусственной релаксации [10]). Для определения стационарных полей газодинамических параметров (на основе МГД-уравнений) и электрического потенциала ϕ используется единая процедура установления по времени для всех уравнений.

Совместная оптимизация геометрии проточного тракта двигателя (камеры сгорания и сопла) и внешних обводов аппарата проводилась на основе ранее разработанного алгоритма прямого метода оптимизации с учетом сложной газодинамической структуры потока и неравновесных химических реакций в водородо-воздушной смеси [29].

В проблеме оптимизации формы внутреннего тракта двигателя важен учет химической неравновесности течения. Ряд основополагающих вопросов, связанных с постановкой и особенностями задачи о построении оптимальной сверхзвуковой части сопла при наличии неравновесных процессов, был рассмотрен в [30, 31]. Различные аспекты, связанные с техникой решения такой вариационной задачи, обсуждались в [32, 33]. В [34] проводилась оптимизация конфигурации гиперзвуковой силовой установки. В [35] с использованием упрощенной модели горения решалась задача оптимизации сверхзвуковой камеры сгорания и сопла водородно-воздушного двигателя для получения максимума тяги устройства при учете возможных ограничений на максимально допустимую температуру, которая сама находилась в процессе решения задачи. В работах [22–24] был предложен способ рационального проектирования камеры сгорания ГПВРД, осуществляемый на основе прямых параметрических расчетов процесса горения с учетом двумерного или пространственного характера течения, турбулентного смешения и неравновесных химических реакций. При этом было показано, что попытка уменьшения “потерь на диссоциацию” при горении, требующая понижения температуры в тракте, может, вообще говоря, приводить к увеличению потерь на неравновесность и даже к уменьшению степени смешения струй водорода с потоком воздуха, что неизбежно сопровождается потерями эффективности выделения тепла в поток. Другой обнаруженный в [22–24] эффект состоял в том, что в той части канала, которая относится к соплу, возможно дополнительное выделение тепла в поток. Этот опыт был использован при создании прямого метода оптимизации проточного тракта модельного двигателя [29].

В данной работе в качестве оптимизируемого функционала принимается интеграл сил давления по контуру проточного тракта и внешней образующей модельного летательного аппарата в проекции на отрицательное направление продольной оси. При этом предполагается, что воздухозаборник задан и фиксирован. Распределения газодинамических параметров на входе в камеру сгорания задаются из расчета течения в МГД-воздухозаборнике. Таким образом, длина воздухозаборника с установленным МГД-генератором, все его геометрические параметры, высота на входе в камеру сгорания, а также длина модельного летательного аппарата считаются заданными. В проточном тракте камеры сгорания и сопла допускается наличие точек излома контура. Каждый из участков между точками излома задается с помощью ряда по полиномам Чебышева. Положение точек излома и коэффициенты при членах рядов должны определяться в процессе решения задачи оптимизации.

При указанном выше математическом представлении контура исходный функционал приближенно заменяется функцией многих переменных. Поиск экстремума этой функции осуществляется с использованием метода Давидона–Флетчера–Пауэлла (см., например, [36]) и упрощенной схемы поиска, предложенной в [37]. Выбранный метод сочетает в себе преимущества градиентных методов и метода Ньютона (быстрая сходимость в достаточно малой окрестности решения). К преимуществам данного метода следует отнести и то, что его реализация не требует вычисления матрицы Гессе (вторых производных, как в методе Ньютона) и ее обращения, а основана на рекуррентных формулах с использованием лишь самой функции и ее градиента (как в градиентных методах). Внимание к этому методу для решения задач оптимизации сопел было привлечено в [38], а затем он успешно использовался при решении ряда задач, в том числе для двухфазных течений в соплах [39].

В первом приближении внешний контур аппарата, как и каждый из указанных выше участков внутреннего контура, задается в виде прямолинейного отрезка. Во внутреннем контуре допускаются две точки излома. Как показали результаты прямых параметрических расчетов для заданной длины летательного аппарата, струя продуктов сгорания, истекающая из сопла, является существенно недорасширенной, поэтому на данном этапе существование донного торца не учитывалось. (Разработанный алгоритм позволяет проводить оптимизацию проточного тракта камеры сгорания и сопла при наличии дон-

ного торца при заданном противодавлении, а также учитывать ограничение на максимальный допустимый поперечный размер.) Поскольку начальный участок камеры сгорания должен обеспечивать условия для хорошего смещения (расширение канала приводит к его ухудшению), а также воспламенения, высота начального участка камеры, как и в большинстве параметрических расчетов [22–24], выбирается постоянной.

Таким образом, принимается (фиг. 1), что проточный тракт включает в себя участок канала постоянной высоты, точку излома B , положение которой (абсцисса) заранее неизвестно, а также вторую точку излома B_1 , обе координаты которой должны быть найдены. Абсцисса точки C считается заданной, а ордината определяется. Внешняя образующая (поверхность аппарата) ищется в виде прямолинейного отрезка, угол наклона которого к оси x является функцией вертикальной координаты точки C . Для варианта без МГД-воздействия на поток, когда имеется значительная задержка воспламенения, реализовалось решение с сужением канала на участке BB_1 . Поскольку такое сужение канала может сопровождаться отрывом пограничного слоя, накладывалось дополнительное ограничение на угол наклона участка BB_1 – он должен быть неотрицательным. В результате в процессе оптимизации должны находиться четыре параметра (продольная координата точки B , абсцисса и ордината точки B_1 , а также ордината точки C).

На данном этапе при построении оптимального контура не учитывались силы трения на стенках. Это связано с тем, что прямой метод оптимизации предполагает проведение многократных расчетов течения, что требует привлечения быстрого метода расчета. В качестве такого метода использовался маршевый расчет на базе стационарной осредненной параболизированной системы уравнений Навье–Стокса для сверхзвуковых течений, дифференциальной модели турбулентности и детальной схемы кинетики горения. При использовании такого расчета описываются турбулентное смещение и сложная газодинамическая структура потока при наличии неравновесных химических реакций, но пограничный слой не учитывается. Наличие пограничного слоя на стенках канала не позволяет в общем случае использовать метод маршевого счета, поэтому полученный оптимальный контур следует рассматривать как первое приближение для решения исходной задачи.

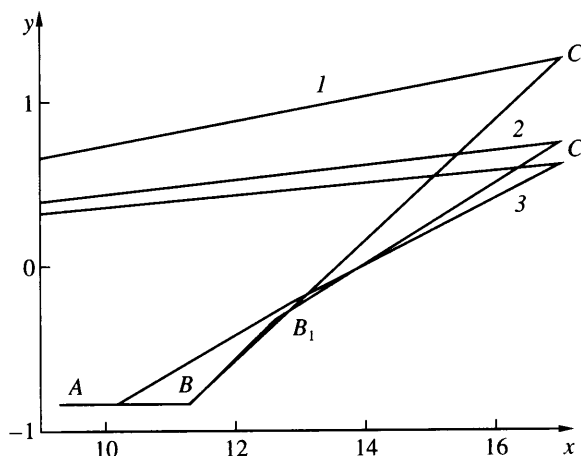
На завершающем этапе проводился непосредственный расчет течения для базовой и “оптимальной” конфигураций и находилась величина эффективной тяги. Расчет осуществлялся в рамках полной осредненной системы уравнений Навье–Стокса и уравнений детальной химической кинетики. (Пограничный слой здесь уже учитывался.)

В заключение отметим, что в [40, 41] для построения оптимального сопла ГПВРД с учетом обтекания кормовой части также использовался прямой метод оптимизации, отличающийся в его реализации от принятого в данной работе. В этих работах учитывался пограничный слой, который рассчитывался с использованием интегрального метода, а также определялось противодавление, действующее на донный торец, однако возможность протекания химических процессов исключалась. Прямой метод оптимизации применялся и в [42] для определения облика летательного аппарата с ГПВРД, но при упрощенных моделях течения в воздухозаборнике и в проточном тракте двигателя.

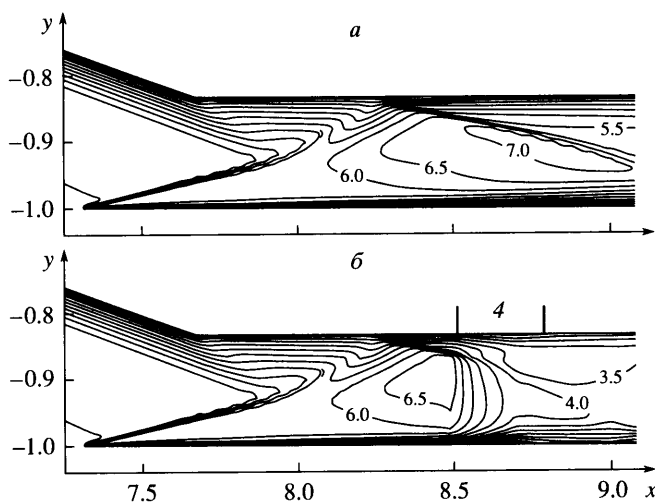
4. Плоский высокоскоростной ВРД с МГД-воздухозаборником (базовый вариант).

Рассмотрим устройство, контур которого включает: участки DM , MA , LN (см. фиг. 1); контур тракта (постоянной высоты) воздухозаборника, начинающийся в точке A и переходящий в контур канала камеры сгорания (до точки B , фиг. 1 и 2); контур сопла BC и прямолинейный (левее точки C) внешний контур, показанные на фиг. 2 линиями l . Высоты внутреннего канала воздухозаборника и камеры сгорания одинаковы.

Согласно уравнениям (2.1), течение в МГД-воздухозаборнике характеризуется тремя безразмерными параметрами: параметром МГД-взаимодействия $S = \sigma B^2 l / \rho u$, параметром Холла $\beta = eB / m_e v'$ и параметром электрической нагрузки $K = E / uB$. (Здесь использованы характерные значения величин, l – характерная длина). Параметр S характеризует степень воздействия на поток магнитного поля, параметры β и K – анизотропию прово-



Фиг. 2. Контуры внутреннего тракта двигателя (камеры сгорания и сопла) и внешние обводы аппарата для базового варианта, $S = 0$ (1), для оптимального варианта при $S = 0$ (2), для оптимального варианта при $S = 2$ (3)



Фиг. 3. Линии постоянного числа Маха в воздухозаборнике: без МГД-управления, $S = 0$ (а), с МГД-управлением при $S = 2$, $\beta = 0$, $K = 0$ (б). Область 4 – зона МГД-взаимодействия

димости газа и устройство внешней (по отношению к газу в тракте воздухозаборника) электрической цепи, по которой протекает генерируемый в тракте электрический ток. Внешнее, перпендикулярное к плоскости течения, магнитное поле, эпюра которого показана в [21], постоянно в большей части области МГД-взаимодействия 4 (см. фиг. 1) и экспоненциально спадает к ее краям. Расчеты проводились при следующих условиях в набегающем потоке: высота 36 км, число Маха $M = 12$, нулевой угол атаки. Параметры S , β и K изменялись в диапазоне (0, 5).

На фиг. 3, а и б показаны линии постоянного числа Маха в воздухозаборнике при $\mathbf{V} = 0$ и $\mathbf{V} \neq 0$ соответственно. (Для более наглядного выделения особенностей МГД-управления течением ниже представляются результаты расчетов при $S \neq 0$, $\beta = 0$, $K = 0$).

При $V \neq 0$ достигаются более низкие числа Маха и более высокие давление и температура на выходе из воздухозаборника (желательный эффект), что является следствием возникновения зоны торможения потока в области МГД-генератора. Отношения давлений (p/p_1), температур (T/T_1), давлений торможения p^*/p_1^* на выходе из воздухозаборника и в убегающем потоке при наличии ($S = 2$, $\beta = 0$, $K = 0$) и отсутствии МГД-управления равны 27.97 и 61.81; 4.53 и 9.04; 0.13 и 0.026. Давление и температура на выходе из воздухозаборника осреднены с сохранением потоков массы, импульса и полного теплосодержания. Заметное уменьшение отношения давлений торможения указывает на значительный рост необратимых потерь при наличии магнитного поля.

На фиг. 4, а и б (см. вклейку) представлены поля концентрации паров воды при $V = 0$ и $V \neq 0$ соответственно в установленной за воздухозаборником камере сгорания и в зоне входа в сопло. Пары воды – это основной продукт сгорания водородно-воздушной смеси, и характер распределения их концентрации позволяет судить о динамике горения в камере. В случае МГД-управления потоком в воздухозаборнике задержка воспламенения в камере практически исчезает.

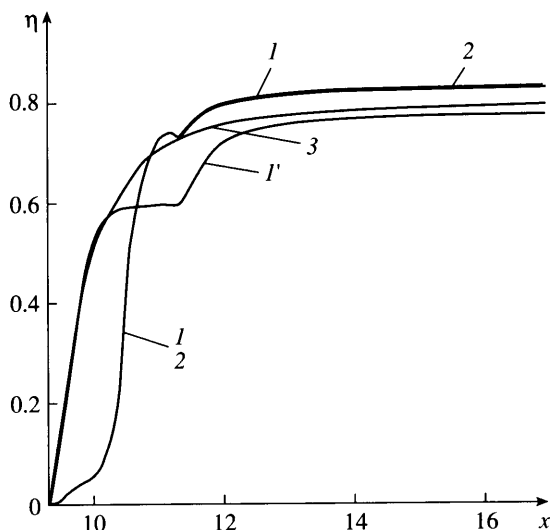
5. Оптимизация геометрии проточного тракта двигателя (камеры сгорания с соплом) и внешних обводов аппарата. Цель исследования – построение оптимального контура проточного тракта (участок камеры сгорания и сопла) и внешних обводов аппарата, который обеспечивает максимум эффективной тяги летательного аппарата с ВРД с учетом внешнего сопротивления при заданной геометрии воздухозаборника, общей для вариантов с МГД-генератором и без него. Выше было показано, что МГД-управление существенно изменяет распределения параметров на входе в камеру сгорания, а следовательно, влияет на процесс горения и параметры потока в проточном тракте. Поэтому при одинаковом воздухозаборнике для указанных вариантов оптимальная геометрия проточного тракта двигателя и внешнего обвода аппарата, вносящего значительный вклад в сопротивление, будут разными для этих вариантов. При проведении оптимизации уровень МГД-воздействия на поток в воздухозаборнике не варьировался и соответствовал базовому варианту при $S = 2$ (разд. 4). Оптимизация проводилась по описанной в разд. 3 модели. Результаты по оптимизации внутреннего и внешнего контуров представлены на фиг. 2.

Укажем ряд особенностей оптимальных контуров. Раскрытие внутреннего тракта для базовой конфигурации (1 на фиг. 2) выбиралось таким образом, чтобы приблизиться к расчетному режиму истечения потока из сопла (по отношению к значению давления в точке C со стороны внешнего потока). Полученные степени расширения внутренних участков оптимальных контуров оказались значительно меньше, чем для базовой конфигурации. Оптимальные варианты соответствуют существенно недорасширенному режиму истечения (отношение давлений в точке C со стороны сопла и внешнего контура составляет 2.41 при $S = 0$ и 4.08 при $S = 2$).

Оптимальный контур для варианта с МГД-воздействием начинает расширяться существенно раньше (участок тракта постоянного сечения короче), суммарная степень расширения (отношение ординат точек C и A) меньше, углы наклона отрезков BB_1 и B_1C к продольной оси также меньше, чем для оптимального контура при отсутствии МГД-управления.

Особенность оптимального контура при отсутствии МГД-управления состоит в том, что положения точки B для базового 1 и оптимального 2 вариантов практически совпадают. Более того, и угол наклона первого расширяющегося участка оптимального контура проточного тракта (участок BB_1) практически совпадает с углом раскрытия базового сопла. В результате базовый и оптимальный (без МГД-управления) контуры различаются лишь после точки B_1 .

Поле давления в тракте оптимального устройства и вне аппарата для варианта $S = 2$ приведено на фиг. 5 (см. вклейку). Отчетливо видны области потока, обеспечивающие



Фиг. 6. Изменение полноты сгорания по длине устройства: для базовой геометрии при $S = 0$ (1), при $S = 2$ (1'), для оптимальной конфигурации при $S = 0$ (2), при $S = 2$ (3)

тягу устройства. Заметим также, что расширяющийся контур проточного тракта близок к прямолинейному: точка сопряжения его двух участков едва заметна. Малость угла излома контура в точке B_1 для оптимального варианта с МГД-воздействием хорошо видна на фиг. 2 (кривая 3).

На фиг. 6 показано распределение полноты сгорания η по длине проточного тракта двигателя. Величина η — это отношение реально выделившегося тепла до рассматриваемого поперечного сечения канала к максимально возможной теплоте, которая могла бы выделиться при протекании одной глобальной реакции в сторону образования продуктов сгорания в соответствии с коэффициентом избытка воздуха на входе в камеру сгорания.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Полнота сгорания для базовой геометрии при МГД-управлении оказывается существенно ниже (на участке камеры сгорания), чем при отсутствии МГД-воздействия: кривая 1' расположена ниже кривой 1. Первоначально ожидалось, что при МГД-управлении полнота η для оптимальной геометрии будет значительно превосходить ее значение для базовой геометрии и, возможно, приблизится к величине полноты сгорания для базового контура без МГД-управления. Однако все оказалось сложнее: кривая 3 (для оптимальной геометрии при МГД-управлении) значительно выше кривой 1 (для базовой геометрии) непосредственно за первой точкой B излома контура, но к выходу из канала различие кривых существенно уменьшается, начиная со второй точки излома контура B_1 . И хотя оптимизация контура для варианта с МГД-воздухозаборником позволила повысить полноту сгорания, однако в выходной части канала полнота сгорания для оптимальной геометрии при МГД-управлении лишь незначительно выше, чем в случае базового контура. При этом даже для оптимального контура полнота сгорания для варианта с МГД-управлением в зоне выхода из канала оказывается по-прежнему заметно ниже, чем в случае базового контура без МГД-управления (кривая 3 ниже кривых 1 и 2).

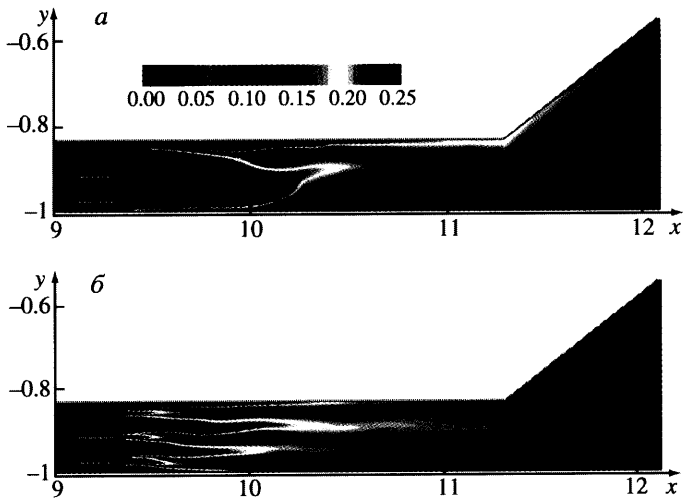
Для варианта без МГД-управления различие в полноте для базовой конфигурации 1 и оптимальной конфигурации 2 практически отсутствует. Это связано с тем, что длины участков постоянного сечения, а также участок BB_1 оптимального контура и начальный участок сопла базового контура с большой степенью точности совпадают (вследствие

специального проектирования базового контура на основе прямых численных расчетов). В результате на выходе из участка постоянного сечения полнота сгорания для базового и оптимального контуров практически одинакова. На начальном участке сопла базового контура и за первой точкой B излома контура для оптимальной конфигурации происходит понижение температуры при практически равновесном химическом процессе с выделением тепла в поток. В выходной части сопла для базовой конфигурации и за второй точкой излома B_1 оптимального контура при расширении потока происходит “замораживание” химического состава, и выделение тепла в поток прекращается. Поскольку участки интенсивного выделения тепла в поток для двух рассмотренных конфигураций практически идентичны, а концевые участки контуров различаются только там, где выделение тепла в поток фактически прекращается, то и кривые тепловыделения практически совпадают. При этом различие выходных участков проточного тракта, а также углов наклона внешнего контура для базовой и оптимальной конфигураций сказываются на балансе действующих на аппарат сил.

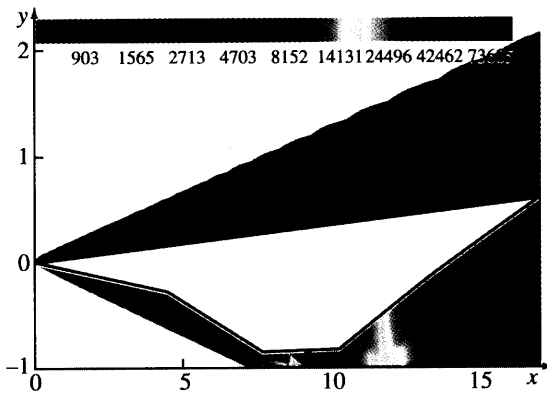
Для варианта с МГД-управлением за первым изломом оптимального контура полнота сгорания возрастает намного сильнее, чем для варианта без МГД-управления. Объясняется это существенно более высоким уровнем температур в канале постоянного сечения при наличии МГД-управления. Интенсивность тепловыделения заметно снижается за второй точкой излома оптимального контура для варианта с МГД-управлением. Интересно отметить, что на начальном участке базового сопла наблюдается интенсивный рост η для базового варианта с МГД-управлением (кривая I') фактически до тех же значений полноты сгорания, что и для оптимального контура. Все это свидетельствует о том, что при МГД-управлении на начальном участке расширяющегося канала (за первой точкой излома оптимального контура, а также на начальном участке сопла базового контура) происходит близкое к равновесному течение с уменьшением температуры.

Распределение температуры в тракте двигателя для оптимальных вариантов показано на фиг. 7 (см. вклейку). Температура остается достаточно высокой. Так, на выходе из двигателя осредненная температура для базового варианта без МГД-воздействия превышает 1200 К: она составляет 1400 и более 1600 К для оптимальных контуров при отсутствии и наличии МГД-управления. Важно отметить, что для оптимальных контуров температура в выходной части канала оказывается выше, чем для базового контура. Можно сделать предположение, что для повышения тяговой эффективности внутреннего контура желательно иметь более высокую степень расширения внутреннего канала. Однако это сопряжено с быстрым ростом сопротивления по внешнему контуру, поэтому одна из возможностей улучшения ситуации состоит в ослаблении ограничения на длину канала. Удлинение канала позволило бы дополнительно понизить температуру и увеличить переход тепловой энергии в кинетическую внутри проточного тракта. Причем, это можно сделать практически без увеличения волнового сопротивления по внешнему контуру летательного аппарата. Естественно, что при этом возникает дополнительное сопротивление, связанное с трением по внутреннему и внешнему контурам. Учет взаимного влияния этих разнонаправленных факторов может быть проведен на следующем этапе работы.

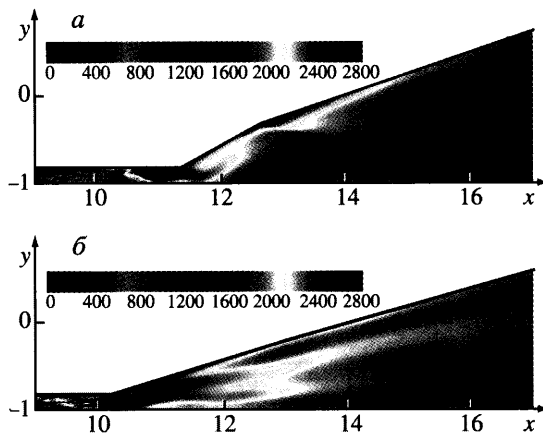
Приведем сравнительную оценку сил, действующих на устройство в отрицательном направлении продольной оси, для рассмотренных конфигураций: I – базовая конфигурация, $S = 0$ ($\mathbf{B} = 0$); I' – базовая конфигурация, $S = 2$ ($\mathbf{B} \neq 0$); 2 – оптимальная конфигурация, $S = 0$ ($\mathbf{B} = 0$); 3 – оптимальная конфигурация, $S = 2$ ($\mathbf{B} \neq 0$). На фиг. 8 (см. вклейку) изображены сумма сил давления, действующих на внутренний и внешний контуры аппарата (столбец I); суммарная сила трения (столбец II); вклад в силу тяги аппарата собственного импульса вдуваемых в продольном направлении струй водорода (столбец III); аэродинамическая сила, равная сумме сил давления, трения и вклада от импульса струй (столбец IV); МГД-сила, действующая со стороны потока на устройство, создающее магнитное поле (столбец V); результирующая всех сил – эффективная тяга (столбец VI).



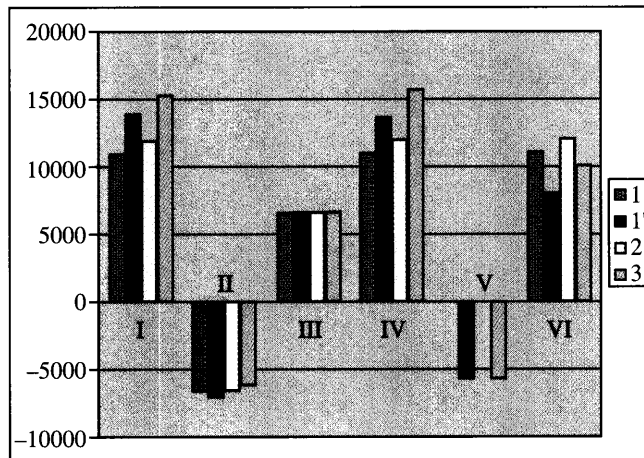
Фиг. 4. Изменение концентрации паров воды в камере сгорания и в области ее перехода в сопло: без МГД управления, $S = 0(a)$, с МГД управлением



Фиг. 5. Поле давления для оптимальной конфигурации при МГД управлении потоком в воздухозаборнике ($S = 2$)



Фиг. 7. Оптимальные конфигурации и распределение температуры в камере сгорания и сопле: при отсутствии (а) и наличии (б) МГД управления потоком в воздухозаборнике



Фиг. 8. Баланс сил: I – силы давления; II – силы трения; III – собственный импульс струй водорода; IV – суммарная аэродинамическая сила; V – магнитная сила; VI – эффективная тяга. Размерность силы: Н/м

Данные на фиг. 8 позволяют сделать следующие выводы.

Оптимизация контуров как при отсутствии, так и при наличии МГД-управления течением в воздухозаборнике приводит к более высоким значениям силы давления, суммарной аэродинамической силы и эффективной тяги по сравнению с неоптимизированными вариантами: столбцы 2 выше столбцов 1 и столбцы 3 выше столбцов 1'.

Оптимизация контуров при наличии МГД-управления более эффективна по сравнению с оптимизацией при отсутствии МГД-воздействия: разности между высотами столбцов 3 и 1' превосходят разности между столбцами 2 и 1.

Наибольшая величина аэродинамической составляющей силы тяги соответствует оптимальной геометрии при наличии МГД-управления.

Однако из-за большой магнитной силы, тормозящий аппарат, результирующая тяга для оптимального варианта с МГД-управлением оказывается меньше, чем для базового варианта.

Заключение. Изучены внутреннее и внешнее течение в высокоскоростном воздушно-реактивном двигателе при наличии воздухозаборника, в канале которого установлен МГД-генератор для регулирования работы воздухозаборника в широком диапазоне чисел Маха полета.

Исследование проведено в двухмерном варианте на основе полной осредненной системы уравнений Навье–Стокса с МГД-силовыми и тепловыми источниками, уравнений электродинамики, которые сведены к одному уравнению эллиптического типа относительно электрического потенциала, и уравнений детальной кинетики горения водородно-воздушной смеси.

Численное моделирование осуществлено с помощью вычислительной программы, в которой используется релаксационная схема и неявная, повышенного порядка точности, версия схемы Годунова [28]. Электрический потенциал рассчитывается с помощью метода искусственной замедленной релаксации.

Исследованы течение вне аппарата, течения в МГД-воздухозаборнике, камере сгорания и сопле.

Указаны положительные стороны выбранного МГД-управления потоком: значительное увеличение давления и температуры в воздухозаборнике на входе в камеру сгорания; как следствие этого, рост уровня давления и температуры во всем внутреннем тракте двигателя, что приводит к увеличению газодинамической составляющей силы тяги; сокращение участка воспламенения водородно-воздушной смеси.

Но появляются отрицательные последствия такого управления: возникновение силы магнитного сопротивления летательного аппарата, дополнительные потери в МГД-воздухозаборнике, чрезмерно высокий уровень температуры в камере сгорания, приводящий к наработке в камере сгорания дополнительного количества радикалов, рекомбинация которых в дальнейшем не успевает произойти в сопле. В результате уровень результирующей силы тяги при наличии МГД-управления оказался ниже, чем в отсутствие магнитного поля.

Рассмотрен вопрос о возможности изменения соотношения между указанными положительными и отрицательными эффектами при воздействии магнитного поля путем оптимизации контуров тракта двигателя и внешнего обвода летательного аппарата. Оптимизация контуров проводилась по эффективной тяге двигателя специально разработанными прямыми методами при заданном течении в воздухозаборнике, фиксированной длине общего тракта двигателя.

Показано, что оптимизация контуров как в отсутствие, так и при наличии МГД-генератора в воздухозаборнике приводит к увеличению силы давления, суммарной аэродинамической силы и эффективной тяги по сравнению с неоптимизированными вариантами. При этом оптимизация при наличии МГД-управления даже более эффективна по сравнению с оптимизацией при отсутствии МГД-воздействия. В оптимальном варианте при МГД-воздействии на поток получена наибольшая величина аэродинамической со-

ставляющей силы тяги. Но из-за возникновения тормозящей аппарат магнитной силы результирующая тяга для этого оптимального варианта оказывается все же меньше, чем для базового, неоптимизированного, варианта без магнитного поля.

Указаны пути оптимизационного улучшения характеристик рассматриваемых систем при наличии и в отсутствие МГД-управления.

Работа проводилась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 04-01-00775) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-1635.2003.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bityurin V.A., Zeigarnik V.A., Kuranov A.L.* On a perspective of MHD technology in aerospace applications // AIAA. Paper. 1996. № 96-2355.
2. *Gurijanov E.P., Harsha Ph.T.* AJAX: New directions in hypersonic technology // AIAA Paper. 1996. № 96-4609.
3. *Фрайштадт В.Л., Куранов А.Л., Шейкин Е.Г.* Применение МГД-систем на гиперзвуковых летательных аппаратах // Журн. техн. физики. 1998. № 11. С. 43–47.
4. *Brichkin D.I., Kuranov A.L., Sheikin E.G.* MHD-technology for scramjet control // AIAA Paper. 1998. № 98-1642.
5. *Bityurin V.A., Bocharov A.N., Lineberry J.T.* MHD aerospace applications // Proc. Intern. Conf. on MHD Power Generation and High Temperature Technologies. Beijing PRC, 1999. V. 3. P. 793–814.
6. *Lineberry J.T., Bityurin V.A., Vatazhin A.B., Bocharov A.N., Baranov D.S., Kopchenov V.I., Gouskov O.V., Alfayorov V.I., Boushmin A.S.* Cylinder with current in hypersonic flow // Proc. 3rd Workshop on Magneto-plasma Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow: Inst. High Temperature of RAS (IVTAN), 2001. P. 15–25.
7. *Bruno C., Czysz P.A.* Magnetohydrodynamic coupled ramjet propulsion system: A perspective // Int. Soc. Air Breathing Engines. 2001. № 2001-1230.
8. *Bityurin V.A., Bocharov A.N., Vatazhin A.B. et al.* Theoretical and experimental study of MHD interaction effects at circular cylinder in a transversal hypersonic flow // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting. 2002. AIAA paper 2002. № 0491. Reno, NV.
9. *Bityurin V.A., Bocharov A.N., Lineberry J.T., Suckomel C.* Studies on MHD interaction in hypervelocity ionized air flow over aero-surfaces // AIAA Paper 2003. № 1365.
10. *Битюрин В.А., Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Копченков В.И.* Обтекание головной сферической части тела гиперзвуковым потоком при наличии магнитного поля // Изв. РАН. МЖГ. 2004. С. 169–179.
11. *Vatazhin A.B., Danilov M.K., Gouskov O.V., Kopchenov V.I.* Some problems of MHD hypersonic flow control in aerodynamics // 15th. Intern. Conf. MHD Energy Conversion and 6 Intern. Workshop on Magneto-Aerodynamics, Moscow, 2005. V. 2. P. 422–428.
12. *Ватажин А.Б., Данилов М.К., Гуськов О.В., Копченков В.И.* Магнитогазодинамическое управление сверхзвуковым обтеканием тел: возможности и нежелательные эффекты // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 2. С. 138–148.
13. *Битюрин В.А., Бочаров А.Н.* Магнитогидродинамическое взаимодействие при обтекании затупленного тела гиперзвуковым воздушным потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 5. С. 188–202.
14. *Губанов Е.В., Лихачёв А.П., Медин С.А., Фортвов В.Е.* МГД-эффекты, обусловленные гиперзвуковым движением цилиндрического тела в магнитосфере планеты при перпендикулярной ориентации образующей и магнитного поля // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 155–163.
15. *Губанов Е.В., Лихачёв А.П., Медин С.А.* Гиперзвуковое обтекание плоского магнитного диполя с параллельной ориентацией векторов магнитного момента и скорости набегающего потока при умеренных магнитных числах Рейнольдса // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 3. С. 172–180.
16. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Копчёнов В.И.* Особенности торможения двумерного гиперзвукового потока проводящего газа в каналах в режиме генерирования электроэнергии // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1998. Т. 223. С. 153–162.

17. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Копчёнов В.И., Лихтер В.А.* К проблеме торможения проводящего сверхзвукового потока в каналах с магнитным полем // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 169–181.
18. *Vatazhin A.B., Gouskov O.V., Kopchenov V.I.* The investigation of supersonic flow deceleration by magnetic field // Proc. Int. Conf. MHD Power Generation and High Temperature Technologies. Beijing PRC, 1999. V. 3. P. 875–882.
19. *Vatazhin A.B., Kopchenov V.I.* Problem of hypersonic flow deceleration by magnetic field // Progr. Astronaut. and Aeronaut. 2000. V. 189. P. 891–938.
20. *Бобашев С.В., Васильева Р.В., Ерофеев А.В., Ланушкина Т.А., Поняев С.А., Ван Ви Д.М.* Локальное воздействие магнитного и электрического полей на положение присоединенного скачка в сверхзвуковом диффузоре // Ж. техн. физики. 2003. Т. 73. Вып. 2.
21. *Ватажин А.Б., Гуськов О.В., Данилов М.К., Копчёнов В.И.* Исследование возможности магнитогазодинамического управления течением в гиперзвуковых воздухозаборниках // Аэромеханика и газовая динамика. 2002. № 2. С. 3–15.
22. *Bezgin L., Ganzhelo A., Gouskov O., Kopchenov V., Laskin I., Lomkov K.* Numerical simulation of supersonic flow applied to scramjet duct // ISABE 95-7082, 1995.
23. *Копченов В.И., Ломков К.Э.* Численное исследование интенсификации сверхзвукового горения и профилирование камеры сгорания ГПВРД с учетом неравновесных эффектов в трехмерной постановке // Аэродинамика больших скоростей. 1997. Т. 1. С. 43–54.
24. *Безгин Л.В., Ганжело А.Н., Копченов В.И.* О влиянии эффектов интеграции на характеристики силовой установки с ГПВРД // Аэродинамика больших скоростей. 1997. Т. 1. № 1. С. 93–104.
25. *Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регурер С.А.* Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука. 1970. 672 с.
26. *Gouskov O.V., Kopchenov V.I., Nikiforov D.A.* Flow numerical simulation in the propulsion elements of aviation-space systems within full Navier-Stokes equations // Proc. Int. Conf. Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, 1994. Pt. 1. P. 104–109.
27. *Топеха Е.А., Коченов В.И.* Неявная релаксационная конечно-разностная схема для системы уравнений Навье–Стокса // Методы исследования гиперзвуковых летательных аппаратов: Сб. докл. ежегодной научной Школы-семинара ЦАГИ “Механика жидкости и газа”. 1992 г. М.: ЦАГИ, 1994. Ч. 3. С. 9.1–9.10.
28. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
29. *Безгин Л.В., Копченов В.И.* Оптимизация проточного тракта модельного ГПВРД с учетом сложной газодинамической структуры потока и неравновесных химических реакций // ЦИАМ 2001–2005. Основные результаты научно-технической деятельности. 2005. Т. 1. С. 200–205.
30. *Крайко А.Н.* Вариационные задачи газовой динамики неравновесных и равновесных течений // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 2. С. 285–295.
31. *Осинов А.А.* К решению вариационных задач газовой динамики сверхзвуковых неравновесных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. Т. 28. № 1. С. 77–79.
32. *Гонор А.Л., Крайко А.Н.* Приложение. Некоторые результаты исследования оптимальных форм при сверх- и гиперзвуковых скоростях // Теория оптимальных аэродинамических форм / Под ред. Миеле А. М.: Мир, 1969. С. 455–492.
33. *Крайко А.Н.* Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
34. *Бафталовский С.В., Крайко А.Н., Макаров В.Е., Тилляева Н.И.* Оптимизация силовой установки гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 4. С. 126–135.
35. *Крайко А.Н., Макаров В.Е., Тилляева Н.И.* Профилирование сверхзвуковой камеры сгорания и сопла при ограничении на их суммарную длину // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 3–12.
36. *Ортега Дж., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир. 1975. 558 с.
37. *Power W.F.* A crude-search Davidson-type technique with application to shuttle optimization // AIAA Paper. 1972. № 907.
38. *Бутов В.Г., Васенин И.М., Шелуха А.И.* Применение методов нелинейного программирования для решения вариационных задач газовой динамики // ПММ. 1977. Т. 41. Вып. 1. С. 59–64.

39. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г. и др. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. 262 с.
40. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Применение прямого метода для определения оптимального контура сверхзвукового выходного устройства реактивного двигателя // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 1. С. 169–178.
41. Аукин М.К., Тагиров Р.К. Определение оптимальных контуров выходного устройства плоского гиперзвукового прямого водушно-реактивного двигателя с учетом влияния пограничных слоев // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 4. С. 174–184.
42. McQuade P.D., Eberhardt S., Livne E. Optimization of a 2D scramjet – vehicle using CFD and simplified approximate flow analysis techniques // AIAA Paper 1992. № 3673.

Москва
vatazhin@ciam.ru

Поступила в редакцию
22.V.2007