

УДК 532.546:536.421

© 2007 г. Г. Г. ЦЫПКИН

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ РАЗЛОЖЕНИЯ
ГАЗОВОГО ГИДРАТА В ПЛАСТЕ**

Рассматривается задача о разложении гидрата метана в пласте при больших градиентах давления, когда течение в прискважинной области описывается нелинейным уравнением. В квазистационарном приближении получено аналитическое решение задачи, представимое в виде неявной функции. Показано, что при больших градиентах давления образование льда при разложении может происходить при достаточно высоких начальных температурах пласта. Построена критическая диаграмма режимов разложения гидрата.

Ключевые слова: фильтрация, гидраты, диссоциация, нелинейное решение, образование льда.

Процессы образования и разложения газовых гидратов при низких и отрицательных температурах изучались в связи с их обнаружением в районах распространения вечной мерзлоты [1, 2]. В [3–6] было показано, что разложение газового гидрата в диапазоне отрицательных температур может происходить в пластах с изначально положительной температурой и сопровождаться образованием льда. Образование льда обусловлено значительным поглощением тепла при диссоциации и соответственно падением температуры на фронте разложения. Используемое ранее для исследования аналитическое решение было основано на линеаризации основных уравнений в областях за и перед фронтом фазового перехода [3–6]. Применяемый метод линеаризации значительно ограничивал область применения решения, так как значения давления в добывающей скважине не могли существенно отличаться от давления диссоциации, поэтому возможность образования льда исследовалась только для пластов, чья температура незначительно превышала температуру замерзания воды. Остался невыясненным вопрос о диапазоне начальных температур пласта, для которых разложение гидрата происходит при отрицательных температурах и сопровождается образованием льда. Максимальное охлаждение пласта происходит в режиме интенсивного разложения гидрата, что соответствует значительному падению давления в добывающей скважине, когда течение в области вода–пар описывается нелинейными уравнениями.

В предлагаемой работе показано, что в широком диапазоне параметров выполняется условие квазистационарности, соответствующее медленному движению скорости фронта диссоциации по сравнению со скоростью перераспределения давления в области за фронтом. В первой части предлагаемой работы получено решение нелинейной задачи в изотермическом приближении, которое соответствует тонкому гидратсодержащему пласту или пластам с малой пористостью. Во второй части работы найдено нелинейное решение неізотермической задачи и представлены результаты численных экспериментов. В области параметров построены критические диаграммы существования режимов разложения гидрата с образованием воды и льда соответственно.

1. Формулировка задачи. Изотермическое приближение. Пусть гидратсодержащий пласт в начальный момент времени представляет собой пористую среду, насыщенную гидратом метана и имеющую температуру T_0 . Рассмотрим задачу об отборе газа из полубесконечного пласта $0 < x < \infty$. Если работа добывающей скважины в точке $x = 0$ понижает давление в пласте ниже давления диссоциации $P_f(T_0)$, то формируется фронт

разложения гидрата $x = X(t)$, разделяющий области, насыщенные гидратом $X(t) < x < \infty$ (область 1) и смесью газа и воды или льда $0 < x < X(t)$ (область 2). Если гидратсодержащий пласт ограничен сверху и снизу двумя непроницаемыми пластами, то понижение температуры в проницаемом пласте вследствие диссоциации гидрата инициирует кондуктивный перенос тепла в пласт от окружающих пород в поперечном направлении. Этот поток тепла будет стремиться поддерживать начальную температуру и при небольшой толщине продуктивного пласта влияние окружающих пород будет существенным. В предельном случае, рассматривая процесс разложения гидрата в бесконечно тонком пласте, можно положить температуру постоянной и изучить особенности, связанные только с фильтрационным движением газа и воды, образующихся при разложении гидрата.

Для описания изотермического процесса фильтрации газа и воды в области 2 за фронтом диссоциации воспользуемся уравнениями сохранения масс газа и воды, законом Дарси и уравнением состояния Клапейрона. При двухфазном течении газ-вода сжимаемость будет определяться сжимаемостью газа, поэтому можно считать воду несжимаемой жидкостью. Система основных уравнений в области 2 имеет вид

$$m \frac{\partial}{\partial t} (1 - S_w) \rho_g + \operatorname{div} \mathbf{v}_g \rho_g = 0, \quad m \frac{\partial}{\partial t} S_w + \operatorname{div} \mathbf{v}_w = 0 \quad (1.1)$$

$$\mathbf{v}_j = -\frac{k}{\mu_j} f_j(S_w) \operatorname{grad} P, \quad j = g, w, \quad P = \rho_g R T_0$$

Здесь v – скорость фильтрации, m – пористость, k – проницаемость, μ – вязкость, P – давление, S – водонасыщенность, ρ – плотность, f_w, f_g – фазовые проницаемости воды и газа в области газ-вода, T – температура, R – газовая постоянная. Индексы w, g и h – вода, газ и гидрат соответственно.

Условия на фронте разложения газового гидрата следуют из законов сохранения масс газа и H_2O , а значение давления диссоциации P_* вычисляется при условии, что температура известна и равна начальной:

$$m \left[\frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} + S_{w-} - 1 \right] V_n = \frac{k}{\mu_g} f_g(S_{w-}) (\operatorname{grad} P)_{n-}$$

$$m \left[\frac{\rho_{w0}}{\rho_w} - S_{w-} \right] V_n = \frac{k}{\mu_w} f_w(S_{w-}) (\operatorname{grad} P)_{n-} \quad (1.2)$$

$$P_+ = P_- = P_*, \quad P_* = P_f(T_0) \equiv P_a \exp\left(A_w + \frac{B_w}{T_0}\right)$$

$$A_w = 49.32, \quad B_w = -9459, \quad P_a = 10^5 \text{ Па}$$

Здесь V – скорость межфазной поверхности диссоциации гидрата, ρ_{w0} – эффективная плотность H_2O в объеме, занимаемом гидратом, ρ_{g0} – эффективная плотность газа в объеме, занимаемом гидратом. Индексы n – нормаль, плюс и минус – величины, относящиеся к областям перед и за фронтом, соответственно, “звездочка” – значения величин на фронте.

Разделив первое уравнение системы (1.2) на второе, исключаем скорость границы и градиент давления

$$\frac{\rho_{g0}/\rho_g + S_{w-} - 1}{\rho_{w0}/\rho_w - S_{w-}} = \frac{1 - S_{w-} \mu_w}{S_{w-} \mu_g}, \quad \rho_{g*} = \frac{P_*}{RT_0} \equiv \frac{P_f(T_0)}{RT_0} \quad (1.3)$$

Здесь плотность газа на фронте определяется из уравнения Клапейрона.

В результате значение водонасыщенности за фронтом находится из квадратного уравнения

$$\left(\frac{\mu_w}{\mu_g} - 1\right) S_{w-}^2 + \left[1 - \frac{\rho_{g0}}{\rho_{g*}} - \frac{\mu_w}{\mu_g} \left(1 + \frac{\rho_{w0}}{\rho_w}\right)\right] S_{w-} + \frac{\mu_w \rho_{w0}}{\mu_g \rho_w} = 0 \quad (1.4)$$

Выбираем меньший корень квадратного уравнения (1.4), так как второй корень при всех допустимых значениях параметров больше единицы.

Рассмотрим одномерную задачу диссоциации газового гидрата при извлечении газа из пласта. Тогда, исключая скорость фильтрации и плотность газа из системы основных уравнений (1.1), получаем

$$m \frac{\partial}{\partial t} (1 - S) \frac{P}{T_0} - \frac{k}{\mu_g} \frac{\partial}{\partial x} \left[f_g(S) \frac{P}{T_0} \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 0 \quad (1.5)$$

$$m \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{k}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial x} \left[f_w(S) \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 0 \quad (1.6)$$

2. Квазистационарное приближение. При исследовании задачи о разложении газового гидрата для незначительного перепада давления может быть использовано линейное приближение. Тогда распределение давления в прискважинной области формально выражается через интеграл вероятности и, как показали вычисления [3–6], хорошо описывается линейной функцией. Это можно объяснить только тем, что аргумент интеграла вероятности мал и сам интеграл с достаточной точностью аппроксимируется первым членом разложения в ряд. Физически это означает, что скорость движения фронта разложения гидрата мала по сравнению со скоростью установления давления в области за фронтом. Это соответствует тому, что распределение давления квазистационарно. Использование условия квазистационарности делает возможным получение аналитического решения нелинейной задачи при больших градиентах давления.

Пусть L – характерный размер области газ–вода, t_x – характерное время, а δP – характерная вариация давления. Тогда отношение правой части уравнения (1.5) к левой части определяется параметром

$$\epsilon = \frac{k \delta P t_x}{m \mu_g L^2}$$

Из условия на подвижной границе (1.2) следует соотношение между характерными величинами

$$\left[\frac{\rho_{g0}}{\rho_g} + S_w - 1 \right] \frac{L}{t_x} \sim \frac{k}{\mu_g} (1 - S_w) \frac{\delta P}{L} \quad (2.1)$$

$$\left[\frac{\rho_{g0}}{\rho_g} \frac{1}{1 - S_w} - 1 \right] \frac{L^2}{t_x} \sim \frac{k \delta P}{m \mu_g}$$

Оценивая плотность газа из уравнения Клапейрона, получаем, что при давлениях диссоциации гидрата порядка 5 МПа и менее справедливо соотношение

$$\frac{\rho_{g0}}{\rho_g} \frac{1}{1 - S_w} \gg 1 \quad (2.2)$$

Из (2.1) и (2.2) следует оценка

$$\frac{L^2}{t_x} \ll \frac{k \delta P}{m \mu_g} \quad (2.3)$$

Из (2.3) следует $\epsilon \gg 1$, что является условием квазистационарности течения за фронтом диссоциации. Аналогичные оценки можно получить для уравнения (1.6), поэтому в области газ-вода распределения давления и водонасыщенности определяются из стационарных уравнений, имеющих вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[f_g(S) \frac{P}{T_0} \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[f_w(S) \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 0 \quad (2.4)$$

3. Автомодельное решение. Рассмотрим одномерную задачу извлечения газа из гидратсодержащего пласта, занимающего полупространство $x > 0$. Положим, что в добывающей скважине справедливо граничное условие для давления

$$x = 0: P = P^0 = \text{const} \quad (3.1)$$

Тогда задача (1.2), (2.4) и (3.1) допускает автомодельное решение вида

$$0 < x < X(t): P = P(\zeta), \quad S = S(\zeta), \quad X(t) = 2\gamma\sqrt{t\kappa_w}, \quad (3.2)$$

$$\zeta = \frac{x}{2\sqrt{\kappa_w t}}, \quad \kappa_w = \frac{kP^0}{m\mu_w}$$

Интегрируя уравнения (2.4), получаем

$$P(1 - S_w)P' = c_1, \quad S_w P' = c_2 \quad (3.3)$$

Здесь c_1 и c_2 – постоянные интегрирования, а штрих обозначает производную по ζ . Исключая S_w из системы (2.4), получаем уравнение для давления

$$PP' - Pc_2 = c_1 \quad (3.4)$$

Из уравнения (3.4) находим давление, которое выражается в виде неявной функции

$$\frac{P}{c_2} - \frac{c_1}{c_2^2} \ln(c_1 + c_2 P) = \zeta + c_3 \quad (3.5)$$

Соответственно S_w определяется из соотношения

$$S_w = \frac{c_2 P}{c_2 P + c_1} \quad (3.6)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1.2) и (3.1), получаем систему четырех трансцендентных уравнений для нахождения произвольных постоянных c_1 , c_2 , c_3 и автомодельной скорости фронта γ

$$\frac{P^0}{c_2} - \frac{c_1}{c_2^2} \ln(c_1 + c_2 P^0) = c_3 \quad (3.7)$$

$$\frac{P_*}{c_2} - \frac{c_1}{c_2^2} \ln(c_1 + c_2 P_*) = \gamma + c_3 \quad (3.8)$$

$$c_2 + \frac{c_1}{P_*} = \frac{c_2}{S_w} \quad (3.9)$$

$$m\sqrt{\kappa_w} \left(\frac{P_w^0}{\rho_w} - S_w \right) \gamma = \frac{k}{\mu_w} \left(c_2 + \frac{c_1}{P_*} \right) \quad (3.10)$$

Здесь $P_* = P_*(T_0)$, а значение водонасыщенности на фронте диссоциации определяется из уравнения (1.4) независимо от других искомым параметров.

Исключая постоянные интегрирования из системы (3.7)–(3.10), после преобразования получаем уравнение для определения автомодельной скорости фронта диссоциации

$$\gamma = \sqrt{\frac{\rho_w}{2(\rho_{w0} - \rho_w S_{w-})} \left[\frac{P_*}{P^0} - 1 + \frac{P_*}{P^0} \frac{1 - S_{w-}}{S_{w-}} \ln \left(1 + S_{w-} \left(\frac{P^0}{P_*} - 1 \right) \right) \right]} \quad (3.11)$$

Постоянные интегрирования определяются из системы (3.7)–(3.10). Подставляя c_1, c_2, c_3 в (3.5), получаем распределение давления в области газ–вода в виде неявной функции от автомодельной переменной ζ

$$\frac{P}{P_0} - 1 - \frac{P_*}{P^0} \frac{1 - S_{w-}}{S_{w-}} \ln \frac{P_*(1 - S_{w-}) + P S_{w-}}{P_*(1 - S_{w-}) + P^0 S_{w-}} = 2\gamma \left(\frac{\rho_{w0}}{\rho_w} - S_{w-} \right) \zeta \quad (3.12)$$

Уравнение (3.12) представляет собой трансцендентное уравнение для вычисления давления в каждой точке области газ–вода. Для этого фиксируем значение ζ из интервала $[0, \gamma]$ и, решая уравнение (3.12), получаем значение давления в этой точке. По найденному значению давления, используя соотношение (3.6), находим функцию водонасыщенности в той же точке ζ

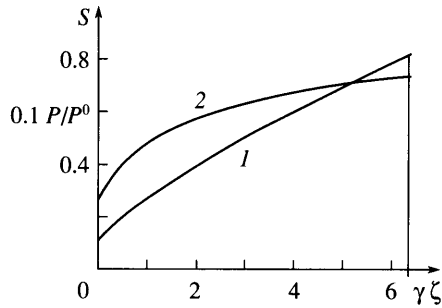
$$S_w(\zeta) = \frac{P(\zeta) S_{w-}}{P(\zeta) S_{w-} + P_*(1 - S_{w-})} \quad (3.13)$$

Вычисления проводились при следующих значениях исходных параметров: $m = 0.25$, $R = 520$ Дж/(кг К), $\rho_w = 10^3$ кг/м³, $\rho_h = 9 \cdot 10^2$ кг/м³, $\rho_{w0} = 0.784 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_{g0} = 0.116 \cdot 10^3$ кг/м³, $\mu_w = 1.8 \cdot 10^{-3}$ Па с, $\mu_g = 1.8 \cdot 10^{-5}$ Па с.

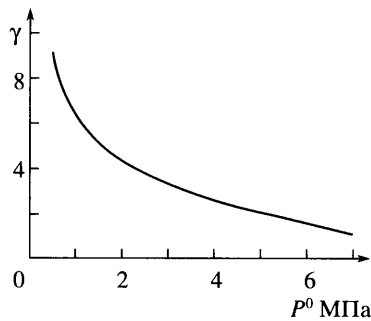
В изотермическом приближении из (1.4) следует, что искомое значение водонасыщенности на фронте диссоциации не зависит от значения давления в добывающей скважине. Согласно (3.11) при выбранном способе приведения уравнений к безразмерному виду безразмерная скорость фронта γ не зависит от коэффициента проницаемости k . Отсюда находим, что, согласно формуле (3.2), реальная скорость фронта пропорциональна квадратному корню из k . Таким образом, распределения давления и водонасыщенности в выбранных безразмерных автомодельных переменных также не зависят от проницаемости и имеют универсальный вид. Поскольку имеется ограничение в виде соотношения (2.3) на применение квазистационарного приближения, ниже ограничимся рассмотрением невысоких начальных температур пласта.

Из распределения давления (фиг. 1) видно, что нелинейность проявляется существенным образом в прискважинной области. Абсолютная величина давления незначительно отличается от линейного распределения, но производная давления, характеризующая поток массы согласно закону Дарси, изменяется значительно. Эти изменения вызывают изменения функции водонасыщенности от значения $S_- = 0.73$ на фронте до значения $S^0 = 0.25$ вблизи добывающей скважины. В линейном приближении, предполагая возмущения давления и водонасыщенности малыми, получаем из уравнений (1.5) и (1.6), что функция S постоянна в области газ–вода [3–6]. В этом приближении при уменьшении давления в скважине водонасыщенность уменьшается, оставаясь постоянной, и это изменение должно быть много меньше невозмущенного значения водонасыщенности.

В нелинейном случае водонасыщенность может значительно изменяться от значения на фронте диссоциации до значения в прискважинной области. Если падение давления в скважине невелико, то водонасыщенность практически не изменяется в области за фронтом. При уменьшении давления в скважине изменение водонасыщенности стано-



Фиг. 1. Распределение давления (кривая 1) и водонасыщенности (кривая 2) в области за фронтом в изотермическом приближении: $m = 0.2$, $T_0 = 283$ К, $P^0 = 1$ МПа



Фиг. 2. Зависимость автомоделной скорости движения фронта диссоциации от давления в скважине: $m = 0.2$, $T_0 = 283$ К

вится существенным. Если давление упало значительно, то функция водонасыщенности ведет себя нелинейным образом (фиг. 1). Уменьшение водонасыщенности в прискважинной области при падении давления приводит к увеличению относительной фазовой проницаемости газа, что вызывает нелинейный рост скорости разложения гидрата (фиг. 2). Если давление в добывающей скважине близко к давлению на фронте разложения ($P > 4$), то применима процедура линеаризации и скорость фронта зависит линейно от давления. При значительном отклонении давления в скважине от давления диссоциации скорость фронта растет уже по нелинейному закону.

4. Неизотермическое решение. Для пласта значительной толщины можно пренебречь подтоком тепла от окружающих пород (от кровли и подошвы пласта). Тогда поглощение тепла и падение температуры на фронте фазового перехода не будет компенсироваться подтоком энергии от окружающих пород, что приведет к существенному понижению температуры по сравнению с начальной. На разложение газового гидрата будет расходоваться энергия объема, в котором происходит разложение, а также и тепло пород, расположенных перед фронтом диссоциации за счет кондуктивного потока тепла из гидратонасыщенной области. В этой области справедливо уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \Delta T, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{(\rho C)_1} \quad (4.1)$$

$$\lambda_1 = m\lambda_h + (1 - m)\lambda_s$$

$$(\rho C)_1 = m\rho_h C_h + (1 - m)\rho_s C_s$$

Здесь C – теплоемкость, λ – теплопроводность, индекс s – скелет пористой среды.

Температура диссоциации T_* в неизотермическом случае становится искомой функцией и для ее нахождения система условий на фронте диссоциации гидрата (1.2) должна быть дополнена законом сохранения энергии, который имеет вид

$$m\rho_h q V_n = \lambda_1(\text{grad}T)_+ \quad (4.2)$$

Давление диссоциации P_* уже не может быть определено из последнего уравнения системы (1.2), а является искомым параметром.

Как и в изотермическом случае, рассмотрим автомодельное решение задачи вида (3.2). Тогда распределение температуры находится из соотношения

$$T = T_0 + (T_* - T_0) \frac{\text{erfc}(\zeta \sqrt{\kappa_w/a_1})}{\text{erfc}(\gamma \sqrt{\kappa_w/a_1})} \quad (4.3)$$

Пренебрегая работой сил давления за фронтом диссоциации, можно положить температуру в области газ–вода постоянной и равной температуре диссоциации гидрата на фронте. Тогда уравнения движения в этой области остаются прежними, как и граничные условия, выражающие законы сохранения масс. Аналогичным образом задача сводится к решению системы трансцендентных уравнений (3.7)–(3.10), которые дополняются уравнением баланса тепла и зависимостью давления диссоциации гидрата от температуры и зависимостью давления диссоциации гидрата от температуры

$$\frac{m\sqrt{\pi a_1 \kappa_w} \rho_h q}{\lambda_1 T_0} \gamma + \left(\frac{T_*}{T_0} - 1 \right) \frac{\exp(-\gamma^2 \kappa_w/a_1)}{\text{erfc}(\gamma \sqrt{\kappa_w/a_1})} = 0 \quad (4.4)$$

$$P_* = P_f(T_*) \quad (4.5)$$

Значение функции водонасыщенности на фронте также не может быть определено независимо от остальных параметров, так как уравнение для S_{w-} содержит плотность газа на фронте, которая связана уравнением Клапейрона с неизвестными значениями температуры T_* и давления P_* на поверхности диссоциации

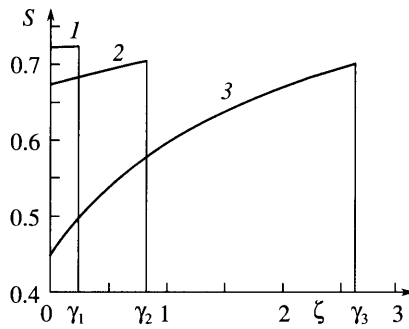
$$\left(\frac{\mu_w}{\mu_g} - 1 \right) S_{w-}^2 + \left[1 - \frac{\rho_g R T_*}{P_*} - \frac{\mu_w}{\mu_g} \left(1 + \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} \right) \right] S_{w-} + \frac{\mu_w \rho_{w0}}{\mu_g \rho_w} = 0 \quad (4.6)$$

Аналогичным образом соотношение (3.11) для автомодельной скорости γ зависит от давления диссоциации и скорость не может быть определена как функция параметров. В результате задача усложнилась и искомые параметры S_{w-} , γ , T_* и P_* находятся из решения системы уравнений (1.4), (3.11), (4.4) и (4.5).

Для исследования неизотермической задачи к параметрам предыдущего параграфа необходимо добавить следующие теплофизические параметры: $\rho_s = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, $q_{hw} = 5 \cdot 10^5$ кг/м³, $\lambda_s = 2$ Вт/(м К), $\lambda_h = 2.11$ Вт/(м К), $C_s = 10^3$ Дж/(кг К), $C_h = 2.5 \cdot 10^3$ Дж/(кг К).

Рассмотрим процесс разложения гидрата, инициированный падением давления в добывающей скважине. Численные эксперименты показали, что основными параметрами пласта, от которых существенно зависит интенсивность разложения гидрата, являются пористость и проницаемость. Представляет интерес рассмотрение некоторых асимптотических случаев, для которых справедливы простые оценки.

При уменьшении пористости количество гидрата в единице объема уменьшается и на его диссоциацию требуется меньше количество энергии, что приводит к уменьшению падения температуры пласта. Численные эксперименты показывают, что при стремлении пористости к нулю ($m \rightarrow 0$) температура на фронте диссоциации стремится к на-



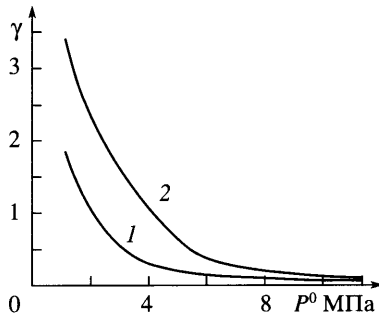
Фиг. 3. Распределение водонасыщенности за фронтом диссоциации в неизотермическом случае: $m = 0.2$, $T_0 = 300$ К, $k = 10^{-15}$ м²; $P^0 = 6.5, 4, 1.5$ МПа (кривые 1–3)

начальной температуре: $T_* \rightarrow T_0$. Если пористость составляет порядка 1% и менее, процесс разложения гидрата достаточно хорошо описывается изотермическим приближением. Интенсивность разложения гидрата, характеризующаяся скоростью фронта, в этом случае определяется проницаемостью и градиентом давления. Для высокопроницаемой среды скорость движения фронта велика и на диссоциацию гидрата в некотором объеме расходуется только та энергия, которая содержится в этом объеме. Скорость переноса тепла мала, и теплопроводностью можно пренебречь. Например, при $m = 0.05$, $k = 10^{-15}$ м², $T_0 = 300$ К, $P^0 = 10$ МПа в результате решения полной системы трансцендентных уравнений (1.4), (3.11), (4.4) и (4.5) находим температуру диссоциации $T_* = 288.82$ К. Оценим температуру диссоциации из интегральных соображений. Энергия в единице объема, расходуемая на диссоциацию, с одной стороны, определяется теплоемкостью среды, а с другой — энергией диссоциации. Отсюда следует равенство

$$m\rho_h g_h = [m\rho_h C_h + (1 - m)\rho_s C_s] \delta T$$

Подставляя значения параметров, получаем оценку для изменения температуры пласта вследствие диссоциации гидрата $\delta T \approx 11.25$ и находим температуру пласта за фронтом $T_* \approx 288.75$ К. Температура, полученная из оценки, немного ниже температуры, полученной из полной системы, так как при этом пренебрегалось кондуктивным теплопереносом из области перед фронтом, который дает небольшой вклад и увеличивает температуру на фронте. В рассматриваемом асимптотическом случае температура диссоциации не зависит от проницаемости и давления в скважине, и задача расщепляется, поэтому вначале можно определить температуру из приведенной интегральной оценки, а затем решить задачу в изотермическом приближении, взяв найденную температуру в качестве начальной. Для рассмотренных выше параметров из решения полной задачи находим автомоделную скорость $\gamma = 2.752$, а из изотермического приближения получаем $\gamma = 2.75$. Рассмотренные режимы разложения характеризуются тем, что определяющее значение играют динамические характеристики физической системы.

Как уже отмечалось, для пород с низкой пористостью характерна высокая скорость движения фронта диссоциации. Такие режимы являются существенно нелинейными. На фиг. 3 проиллюстрирована зависимость скорости разложения для различных значений давления в скважине. Если падение давления в скважине невелико, то скорость разложения мала, водонасыщенность изменяется несущественно в области вода–газ и режим диссоциации хорошо описывается линейным приближением. При снижении давления P^0 водонасыщенность в области уже не является постоянной, а изменяется приблизительно по линейному закону (кривая 2). При низких давлениях в скважине реализуется суще-



Фиг. 4. Зависимость автомодельной скорости фронта от давления в скважине в не-изотермическом случае при различных начальных температурах пласта: $m = 0.1$, $k = 10^{-15} \text{ м}^2$, $T_0 = 295, 300 \text{ К}$ (кривые 1–2)

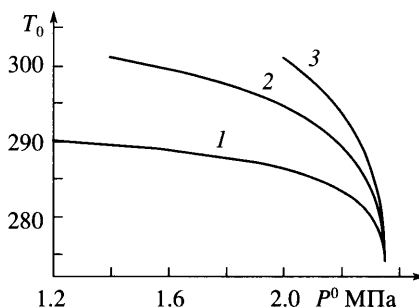
ственно нелинейный режим разложения, который характеризуется выносом в скважину значительных количеств пластовой воды. Уменьшение водонасыщенности увеличивает проницаемость по газу и в результате интенсивность разложения гидрата возрастает по нелинейному закону (фиг. 4). Также видно, что скорость движения фронта возрастает с температурой пласта. Поведение давления аналогично изотермическому случаю. Примеры нелинейного поведения давления в области газ–вода при разложении гидраты были получены численно в работах [7, 8], и эти результаты хорошо согласуются с представленными в настоящей работе аналитическими результатами.

Если пористость пород продуктивного пласта велика, то режим разложения медленный, поглощается значительное количество тепла и давление на фронте незначительно отличается от давления в скважине. Функция водонасыщенности остается постоянной в области за фронтом. Например, при $m = 0.25$, $k = 10^{-15} \text{ м}^2$, $T_0 = 300 \text{ К}$, $P^0 = 30 \text{ МПа}$ получаем в результате решения системы трансцендентных уравнений: $T_* = 274.95 \text{ К}$, $P_* = 30.1 \text{ МПа}$. Разница между давлением в скважине и давлением на фронте очень мала. Это означает, что тепла пород для разложения гидрата недостаточно, но получить дополнительную энергию система может только за счет притока тепла из области перед фронтом. Для такого режима скорость движения фронта диссоциации определяется теплофизическими параметрами физической системы.

Если давление в скважине P^0 падает ниже $P_f = 2.4 \text{ МПа}$, соответствующего температуре диссоциации $T_f = 273 \text{ К}$, совпадающей с точкой замерзания воды, то температура на фронте разложения гидрата может опуститься ниже точки замерзания воды, и тогда разложение гидрата будет идти с образованием льда. Отсюда следует, что для высокопроницаемых пластов с большой пористостью определяющим фактором является значение давления в скважине. Если оно ниже 2.4 МПа , то разложение гидрата происходит в режиме образования льда даже для сравнительно высоких начальных температур пласта.

На фиг. 5 для случая низкопроницаемых пластов представлены критические кривые, разделяющие области существования режимов разложения гидрата с образованием воды (над кривыми) и режимов с образованием льда (под кривыми). В случае пород большой пористости лед образуется в пласте при достаточно высокой температуре и при незначительном падении давления ниже критического $P_f = 2.4 \text{ МПа}$.

Заключение. Рассмотрены два предельных случая задачи разложения газового гидрата, полностью насыщенного пласта, – разложение в тонком пласте и в пласте значительной толщины. В первом случае работает изотермическое приближение, а во втором случае пренебрегается подтоком тепла от окружающих пород. Показано, что в силу медленности движения фронта диссоциации гидрата существует широкий диапазон



Фиг. 5. Критическая диаграмма режимов диссоциации гидрата. Области под кривыми соответствуют режимам разложения с формированием льда: $k = 0.7 \cdot 10^{-16} \text{ м}^2$; $m = 0.1$, 0.2, 0.3 (кривые 1–3)

параметров, в котором уравнения движения за фронтом диссоциации могут быть решены в квазистационарном приближении. Для пластов малой пористости процесс диссоциации главным образом зависит от динамических характеристик среды. Если пористость и проницаемость пласта велики, то температура диссоциации на фронте определяется давлением в скважине. В этом случае лед при разложении гидрата может образовываться в пластах, имеющих достаточно высокую температуру.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (№ 06-01-00166) и гранта НШ-4710.2006.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sloan E. D., Jr., Fleyfel F. A molecular mechanism for as hydrate nucleation from ice // *AICHE Journal*. 1991. V. 37. № 9. P. 1281–1292.
2. Chan-Yu Sun, Guang-Jin Chen. Methane hydrate dissociation above 0 C and below 0 C // *Fluid phase Equilibria*. 2006. № 242. P. 123–128.
3. Цыпкин Г.Г. О возникновении двух подвижных границ фазовых переходов при диссоциации газовых гидратов в пластах // *Докл. РАН*. 1992. Т. 323. № 1. С. 52–57.
4. Tsyipkin G.G. Mathematical models of gas hydrates dissociation in porous media // *Annals New York Acad. Sci.* 2000. V. 912. P. 428–436.
5. Цыпкин Г.Г. Математическая модель диссоциации газовых гидратов, сосуществующих с газом в пластах // *Докл. РАН*. 2001. Т. 381. № 1. С. 56–59.
6. Цыпкин Г.Г. Влияние разложения газового гидрата на добычу газа из пласта, содержащего гидрат и газ в свободном состоянии // *Изв. РАН. МЖГ*. 2005. № 1. С. 132–142.
7. Goel N., Wiggins M., Shah S. Analytical modeling of gas recovery from in situ hydrate dissociation // *J. Petroleum Sci. and Eng.* 2001. V. 29. № 2. P. 115–127.
8. Ji C., Ahmadi G., Smith D.H. Constant rate natural gas production from a well in a hydrate reservoir // *Energy Conv. and Man.* 2003. V. 44. № 15. P. 2403–2423.

Москва

Поступила в редакцию
5.11.2007