

УДК 533.6.011.55:533.65

© 2007 г. И.И. МАЖУЛЬ, Р.Д. РАХИМОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАСЧЕТНЫХ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ ВОЛНОЛЕТОВ НА ОСНОВЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КОНИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Исследовано обтекание волнолетов на нерасчетных режимах в диапазоне числа Маха набегающего потока $M_\infty = 4-12$. Рассмотрены конфигурации, построенные на основе течений за осесимметричными коническими скачками уплотнения. Геометрия волнолетов определяется заданием поперечного контура нижней поверхности в сечении донного среза с помощью степенных функций. Данные получены путем решения уравнений Эйлера методом конечных объемов с использованием TVD-схем Рунге-Кутты высоких порядков аппроксимации.

Ключевые слова: волнолеты, нерасчетные режимы, сверхзвуковые течения, уравнения Эйлера.

Одно из возможных направлений построения новых аэродинамических форм, обладающих заданными свойствами – использование методов газодинамического конструирования. Для построенных таким образом конфигураций (волнолетов) нижняя поверхность образуется совокупностью линий тока за фронтом скачка уплотнения заданного течения, верхняя поверхность обычно формируется по линиям тока невозмущенного потока. На так называемом расчетном режиме обтекания головной скачок уплотнения, присоединенный вдоль всей передней кромки. Форма волнолета однозначно определяется заданием передней кромки или поперечного контура нижней или верхней поверхностей.

Помимо чисто теоретического интереса последнее время волнолеты рассматриваются также, как рациональные формы, имеющие, в частности, более высокую аэродинамическую эффективность в качестве основы перспективных летательных аппаратов с воздушно-реактивными двигателями [1–4], предназначенных для больших скоростей полета. В этом плане использование “обратного” метода проектирования для построения волнолетов имеет ряд преимуществ перед прямыми методами. Так, течение около волнолета на расчетном режиме известно, и это позволяет более надежно прогнозировать аэродинамические характеристики конфигурации. Кроме того, работоспособность силовой установки, расположенной под нижней поверхностью, существенно зависит от свойств потока на входе воздухозаборника. Выбором того или иного исходного течения могут быть получены желаемые параметры потока, обеспечивающие требуемую эффективность. При больших сверхзвуковых скоростях также существенен контроль за положением скачка уплотнения, в частности, для исключения его попадания на обечайку воздухозаборника, что для волнолетных конфигураций на расчетном режиме априори известно.

Конфигурации волнолетов могут быть получены на основе многих известных сверхзвуковых или гиперзвуковых полей течений. Так, например, используются течения за плоскими скачками уплотнения, коническими скачками около круговых или эллиптических конусов при нулевом угле атаки, степенными скачками уплотнения и некоторые другие. В то же время вопрос о выборе исходного поля течения, обеспечивающего рациональную форму тела и необходимые газодинамические характеристики, остается

открытым. С практической точки зрения этот выбор должен определяться целями использования построенных конфигураций. Например, требование обеспечения максимального аэродинамического качества, высоких несущих свойств или большой степени сжатия потока связано, по-видимому, с необходимостью использования разных типов течений. К настоящему времени отсутствуют какие-либо теоретические работы, позволяющие произвести предварительный выбор необходимого исходного течения для получения конфигураций, удовлетворяющих заданным требованиям. Поэтому необходимы знания аэрогазодинамики волнолетов в различных классах исходных течений, что в дальнейшем может позволить провести их сопоставление и наметить необходимые направления выбора поля течения. Именно по этому пути идет исследование свойств нового типа пространственных несущих тел, геометрия которых определяется методами газодинамического конструирования.

В данной работе представляются результаты численного моделирования обтекания волнолетов, построенных на основе течений за осесимметричными коническими скачками уплотнения. Известны исследования суммарных аэродинамических характеристик таких волнолетов, включая оптимизацию формы из условия максимума аэродинамического качества. Исследования же структуры течения на нерасчетных режимах, в частности применительно к летательным аппаратам для больших сверхзвуковых скоростей, ограничены [5–8] и недостаточны для понимания возможных особенностей их газодинамики. Ниже рассматривается обтекание данного класса волнолетов при числах Маха M_∞ как меньших, так и больших некоторого расчетного M_d , при котором проводилось построение конфигурации. Исследование – продолжение [9, 10], где представлены суммарные аэродинамические характеристики, включая интегральные тепловые потоки, на расчетных режимах обтекания.

1. Задание поверхности волнолетов. Геометрия рассматриваемых конфигураций определяется заданием поперечного контура нижней поверхности в сечении донного среза, через который проводится поверхность тока в известном поле до пересечения ее с коническим скачком уплотнения. Этот контур задается с помощью степенных функций, что позволяет получить широкий спектр тел с различными поперечными сечениями. В частности, имея в виду необходимость интеграции волнолетов с плоским воздухозаборником силовой установки, в этом случае возможно построение конфигураций, имеющих достаточно большой участок контура в области плоскости симметрии, близкий к плоскому. Исходное поле течения для построения описывается на основе гиперзвуковой теории малых возмущений [11, 12].

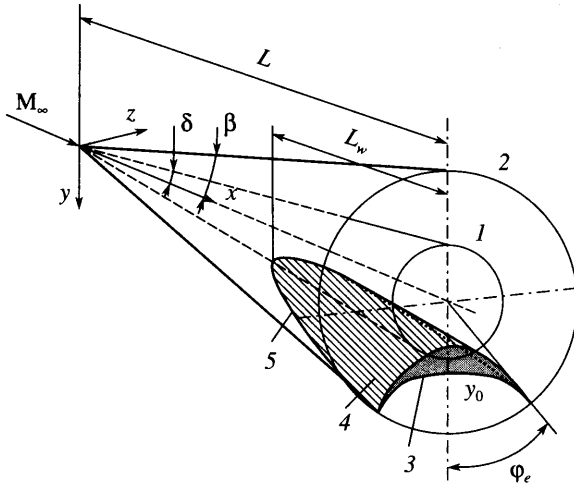
В прямоугольной системе координат xyz , представленной на фиг. 1 и связанной с носком исходного конуса, используемые соотношения для описания поперечного контура нижней поверхности в сечении донного среза имеют вид

$$y' = y'_0 + \left(\frac{z'}{B}\right)^{1/n} \quad (1.1)$$

$$y' = \frac{y}{L\delta}, \quad y'_0 = \frac{y_0}{L\delta}, \quad z' = \frac{z}{L\delta}$$

При этом $0 \leq z' \leq z'_e$, где $z'_e = z_e/(L\delta)$ – поперечная координата передней кромки. На передних кромках, при значениях $\varphi = \varphi_e$, должны выполняться условия пересечения поперечного контура и скачка уплотнения, а именно

$$y'_e = \sigma \cos \varphi_e, \quad z'_e = \sigma \sin \varphi_e, \quad \sigma = \beta/\delta$$



Фиг. 1. Схема построения волнолета: 1 – исходный конус, 2 – конический скачок уплотнения, 3 – поперечный контур в донном сечении тела, 4 – верхняя поверхность, 5 – передняя кромка

Для определения коэффициента B в степенной зависимости (1.1) используется требование прохождения кривой через точку y_0 в плоскости симметрии и переднюю кромку при заданном угле φ_e . Тогда можно получить, что

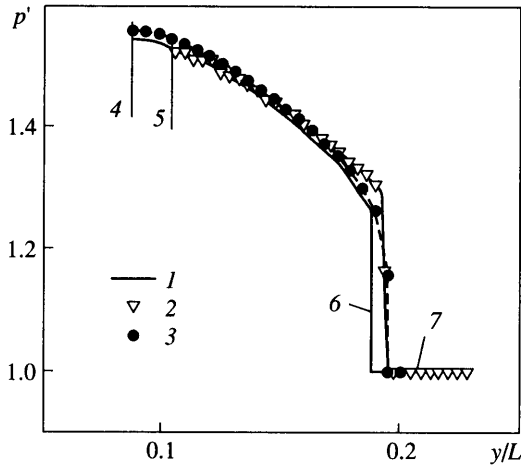
$$B = \frac{\sigma \sin \varphi_e}{(\sigma \cos \varphi_e - y_0')^n}$$

При этом должно выполняться условие $\sigma \cos \varphi_e > y_0'$. В предельном случае, когда $\sigma \cos \varphi_e = y_0'$, имеем $B \rightarrow \infty$ и тогда $y' = y_0'$, т.е. поперечный контур нижней поверхности в сечении донного среза становится линейным с нулевым углом наклона к оси z .

Величина y_0' задает положение поперечного контура в плоскости симметрии $z = 0$. При значениях $y_0' < 1$ нижняя поверхность волнолета в области плоскости симметрии содержит часть поверхности исходного конуса, при $y_0' > 1$ она полностью находится ниже исходного конуса (как это показано на фиг. 1). Именно область $y_0' > 1$ представляет наибольший практический интерес, поскольку здесь имеют место более высокие уровни аэродинамического качества по сравнению со случаем $y_0' < 1$ [9, 10].

Показатель степени n определяет форму поперечного сечения нижней поверхности в сечении донного среза и опосредовано форму волнолета в плане. В диапазоне $0 < n < 1$ имеем вогнутый контур и закругленную носовую часть конфигурации (см. фиг. 1), при $n = 1$ поперечный контур будет линейным.

Из каждой точки заданного поперечного контура нижней поверхности в сечении донного среза выстраиваются линии тока в исходном коническом поле течения, их пересечение со скачком уплотнения определяет переднюю кромку волнолета. Верхняя поверхность строится по линиям тока набегающего невозмущенного течения, проходящим через эту переднюю кромку.



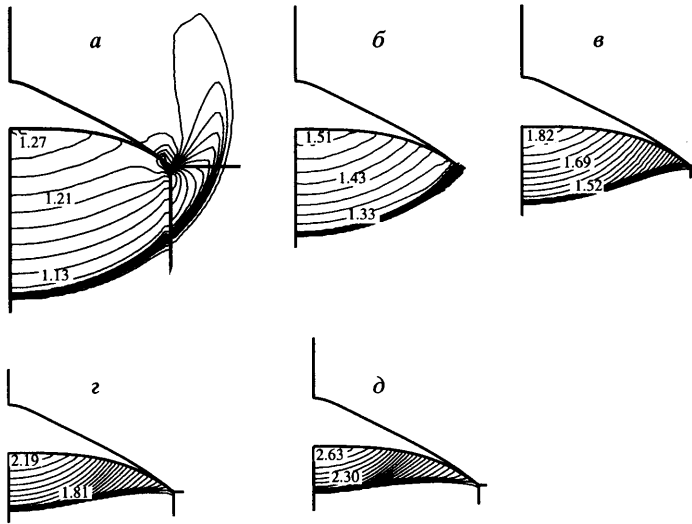
Фиг. 2. Сопоставление данных по распределению давления в поле течения: 1 – обтекание конуса, 2 – численные данные, 3 – данные [18], 4 – поверхность конуса, 5 – нижняя поверхность волнолета, 6 – скачок уплотнения, 7 – набегающий поток

В качестве возможных независимых параметров, описывающих поверхности рассматриваемого класса волнолетов, могут быть приняты число Маха на расчетном режиме M_d , полуугол раскрытия исходного конуса δ , координата y'_0 , определяющая положение волнолета в исходном поле течения, величина угла φ_e , ограничивающая размах тела, и показатель степени n контура нижней поверхности в сечении донного среза.

2. Методика численного решения задачи обтекания. Исследование трехмерного невязкого сверхзвукового стационарного течения около рассматриваемых конфигураций проводилось с использованием алгоритма численного решения уравнений Эйлера, описанного в [13, 14]. Интегрирование вдоль маршевого направления выполнено с помощью сохраняющих монотонность решения явных TVD-схем Рунге–Кутты высоких порядков аппроксимации (до третьего) [15], позволяющих проводить сквозной расчет течений с газодинамическими разрывами с высокой степенью разрешения без введения искусственной вязкости. Потoki газодинамических величин на гранях между расчетными ячейками определялись из решения задачи о распаде произвольного разрыва с использованием метода [16]. Для восстановления параметров на гранях расчетных ячеек из осредненных по их объемам применен метод MUSCL третьего порядка аппроксимации [17].

При построении расчетной сетки использован многоблочный подход. В данном случае в каждом поперечном сечении вычислительная область разбивалась на три зоны. Узлы на границах между соседними зонами были общими, и их количество совпадало, внутри различных зон сетки генерировались полностью независимо. Число узлов в каждом вычислительном поперечном сечении равнялось 160×160 , при этом число шагов в маршевом направлении при интегрировании до сечения донного среза составляло около $(6-8) \cdot 10^3$.

Исходя из метода построения волнолетов, на расчетном режиме параметры потока около нижней поверхности должны соответствовать параметрам при обтекании осесимметричного конуса под нулевым углом атаки, поле потока которого использовалось в качестве исходного. Поэтому именно расчетный режим может служить для верификации численного алгоритма. Пример, демонстрирующий сходимость используемого метода расчета с другими данными, представлен на фиг. 2. Рассмотрен волнолет на расчетном режиме при $M_\infty = M_d = 6$, угле атаки $\alpha = 0$ и с параметрами $\delta = 5^\circ$, $\varphi_e = 45^\circ$, $n = 0.5$,



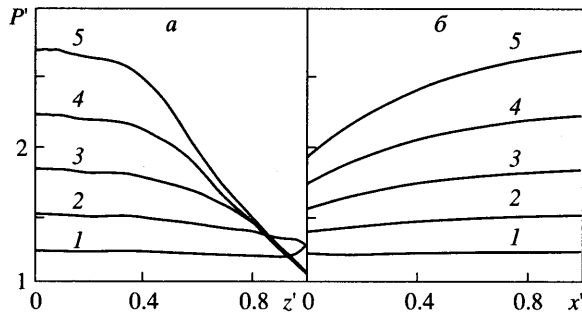
Фиг. 3. Структура обтекания волнолета при различных числах M_∞ : а – $M_\infty = 4$; б – $M_\infty = M_d = 6$; в – д – $M_\infty = 8; 10; 12$

$y'_0 = 1.2$. Результаты относятся к распределению относительного давления $P' = P/P_\infty$ между нижней поверхностью тела и головной ударной волной в плоскости симметрии $z = 0$ донного сечения. Величины относительного давления сопоставляются с данными, полученными численно в [18] и путем решения обыкновенных дифференциальных уравнений при осесимметричном обтекании конуса [19]. Можно отметить, что результаты расчета с использованием описанного выше подхода достаточно хорошо сходятся с другими данными, в частности в области расположения собственно поверхности волнолета. Так, различие давления на конусе [18] и соответствующего давления на волнолете не превышает 1.5%. Наблюдается также практическое совпадение с данными [18] по положению головного скачка уплотнения, здесь различие не превышает 1.1%.

Некоторые дополнительные результаты верификации используемого численного алгоритма можно найти в [20], где представлено сопоставление с экспериментальными данными для волнолетов как со сверхзвуковой, так и дозвуковой передними кромками. Для конфигурации волнолетов с криволинейной передней кромкой, построенных на основе течений за косым скачком уплотнения, численно получена также реализация расчетного режима обтекания в случае, когда в носовой части тела тела нормальная к передней кромке составляющая скорости сверхзвуковая, а далее по длине дозвуковая.

3. Результаты численного решения. Расчеты обтекания рассматриваемого класса волнолетов проведены при числах Маха набегающего потока $M_\infty = 4, 6, 8, 10$ и 12 . Данные получены для конфигурации, построенной на основе течения за коническим скачком уплотнения при расчетном числе $M_d = 6$ и угле полураствора конуса $\delta = 5^\circ$. При этом также приняты следующие значения определяющих параметров: $\varphi_e = 45^\circ$, $n = 0.3$ и $y'_0 = 1.3$. Везде далее при представлении результатов счета используется система координат, аналогичная изображенной на фиг. 1, но связанная с носком волнолета.

Пример, иллюстрирующий возможные изменения структуры течения около волнолета в зависимости от числа M_∞ , приведен на фиг. 3. Здесь представлено распределение линий равных относительных давлений P' (изобар) в сечении донного среза конфигурации при угле атаки $\alpha = 0$. Как и следовало ожидать, на расчетном режиме обтекания при

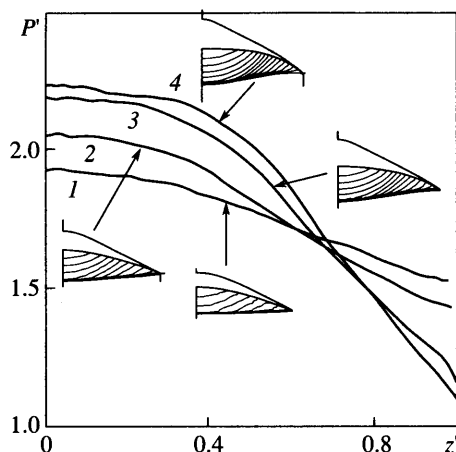


Фиг. 4. Распределения давления по поверхности: *a* – сечение $x' = 1$; *б* – плоскость симметрии $z' = 0$; 1 – $M_\infty = 4$, 2 – $M_\infty = M_d = 6$, 3–5 – $M_\infty = 8, 10, 12$

$M_\infty = M_d = 6$ течение около волнолета сохраняет все черты исходного конического течения. В частности, наблюдается практически равномерное распределение изобар и сжатие потока от скачка уплотнения к поверхности тела (фиг. 3, б). При этом давление на нижней поверхности падает в направлении к передней кромке, как это видно из данных фиг. 4, *a*, где $x' = x/L_w$, $z' = z/l$ – относительные продольная и поперечная координаты в связанной с волнолетом системе координат, l – местный размах тела. Это уменьшение давления по размаху составляет около 17%. В то же время следует отметить некоторое возрастание давления вдоль тела в плоскости симметрии (фиг. 4, б), поскольку на данном режиме нижняя поверхность совпадает с линией тока конического течения, вдоль которой имеет место сжатие исходного потока. При $x' = 0$ величина P' соответствует давлению непосредственно за коническим скачком уплотнения. Относительное давление P' возрастает от 1.42 при $x' = 0$ до 1.52 ($x' = 1$).

С отклонением от расчетного режима в сторону уменьшения числа M_∞ до 4 реализуется обтекание с частично присоединенным в носовой части и отсоединенным далее от передних кромок скачком уплотнения. Отсоединение скачка имеет место при значениях $x' > 0.1$, при этом с увеличением продольной координаты x' скачок уплотнения все более отходит от передних кромок. В распределении давления по размаху тела наблюдается характерное для таких режимов обтекания возрастание давления в области передних кромок, как это видно из фиг. 4, *a* для донного сечения $x' = 1$. Однако, как показывают расчетные данные, поле потока около нижней поверхности остается достаточно равномерным на большей части размаха при $z' < 0.8$ по всей длине тела. В частности, разброс величины давления в этой области в сечении $x' = 1$ не превышает 3%.

Изменение структуры течения в сечении донного среза при режимах обтекания с $M_\infty > M_d$ демонстрируется на фиг. 3, в–д, для чисел $M_\infty = 8, 10$ и 12 соответственно. Характерная особенность здесь – выпукло-вогнутая форма поперечного сечения скачка уплотнения, т.е. наблюдается появление перегиба скачка уплотнения, который с увеличением M_∞ перемещается от передних кромок к плоскости симметрии тела. Кроме того, интенсивность скачка уплотнения на передних кромках уменьшается по сравнению с расчетным режимом обтекания. Течение около нижней поверхности волнолета при этом характеризуется большой неравномерностью параметров потока вдоль размаха тела. В частности, здесь имеют место существенные поперечные градиенты давления (фиг. 4, *a*), которые все более возрастают с увеличением числа M_∞ . Так, при $M_\infty = 8$ давление нарастает от передней кромки к плоскости симметрии почти на 65%, при $M_\infty = 12$ – на 140%. С удалением от расчетного режима при $M_\infty > M_d$ также возрастают и продольные градиенты давления в плоскости симметрии тела, как это представлено на



Фиг. 5. Распределения давления и изобары в поперечных сечениях конфигурации: 1–4 – $x' = 0.2, 0.4, 0.8, 1$

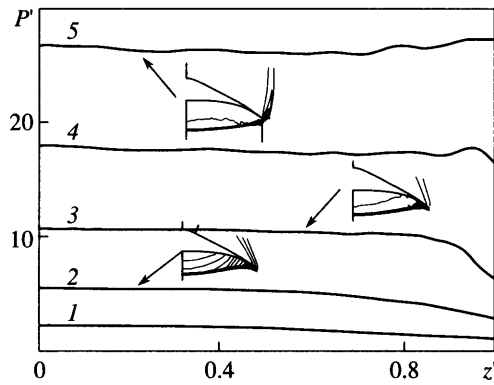
фиг. 4, б. Например, для числа $M_\infty = 8$ давление по длине волнолета увеличивается приблизительно на 16%, а для $M_\infty = 12$ – на 37%.

Особенности структуры течения по длине тела демонстрируются на фиг. 5 при обтекании волнолета с $M_\infty = 10$ и углом атаки $\alpha = 0$. В области малых величин x' скачок уплотнения в поперечном сечении имеет слабо выпуклую форму. Далее вниз по потоку его кривизна возрастает и при $x' > 0.6$ в окрестности передних кромок появляется перегиб скачка уплотнения, при этом интенсивность скачка на передних кромках по длине тела уменьшается. В результате чего имеет место возрастание поперечных градиентов давления на поверхности тела с увеличением продольной координаты x' .

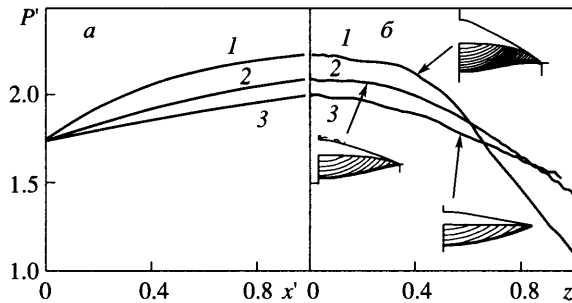
Как показывают расчеты, при числе $M_\infty = 12$ скачок уплотнения при малых значениях x' в отличие от описанного ранее при $M_\infty = 10$ имеет в поперечных сечениях слабо вогнутую форму и расположен выше передних кромок. С увеличением продольной координаты x' он все более отходит от поверхности тела в плоскости симметрии, приобретает выпуклую форму и в дальнейшем также имеет место перегиб скачка уплотнения. В целом можно заключить, что течение около нижней поверхности носит градиентный характер как в продольном, так и поперечном направлениях. При этом с возрастанием числа M_∞ эта неравномерность параметров потока усиливается.

Повышение угла атаки α приводит к тому, что скачок уплотнения в начальных сечениях становится более выпуклым, а в концевых сечениях перегиб скачка все более приближается к передней кромке (фиг. 6). При $\alpha = 20^\circ$ он уже отсоединенный от передних кромок. Следует отметить, что как продольные, так и поперечные градиенты давления с увеличением угла атаки уменьшаются, особенно в центральной части тела. При этом поперечные градиенты давления в области передних кромок меняют знак вследствие изменения режима обтекания кромок. Так, в случае присоединенного к передним кромкам скачка уплотнения имеет место возрастание давления от передних кромок, в случае отсоединенного скачка – наоборот, уменьшение давления.

Существенный параметр, позволяющий варьировать геометрию и исходное течение около волнолета – величина y'_0 . Во-первых, при прочих одинаковых условиях рост y'_0 приводит к тому, что поперечный контур становится все менее вогнутым. В предельном случае при $y'_0 = \sigma \cos \varphi_e$ в концевом сечении будем иметь линейный контур, как это уже отмечалось ранее. Во-вторых, с увеличением y'_0 все большая часть нижней поверхности



Фиг. 6. Влияние угла атаки на распределение давления по поверхности при $M_\infty = 10$, $x' = 1$: 1–5 – $\alpha = 0; 5, 10, 15, 20^\circ$



Фиг. 7. Влияние параметра y'_0 , определяющего положение волнолета в исходном поле течения: а – плоскость симметрии $z' = 0$, б – $x' = 1$; 1–3 – $y'_0 = 1.2, 1.4, 1.55$

волнолета при построении находится в менее сжатом потоке исходного течения около осесимметричного конуса, хотя при этом интенсивность скачка уплотнения вдоль передних кромок остается постоянной. Отмеченное приводит к снижению несущих свойств волнолета на расчетном режиме [9]. Кроме того, уменьшаются также углы наклона нижней поверхности, и изменяется форма тела в плане, носовая часть волнолета становится более закругленной. Естественно, что на нерасчетных режимах и условия обтекания передних кромок также будут другими.

Пример, показывающий возможное изменение структуры течения и распределения давления по поверхности при различных значениях y'_0 на нерасчетных режимах обтекания, представлен на фиг. 7 для $M_\infty = 10$, $\alpha = 0$. Несмотря на то, что в носовой части имеем одинаковые значения давления, соответствующие давлению непосредственно за скачком уплотнения, увеличение y'_0 приводит к ослаблению продольных градиентов давления в плоскости симметрии тела. Скачок уплотнения в поперечном сечении $x' = 1$ приобретает выпуклую форму и не имеет перегиба, его интенсивность на передних кромках возрастает. В целом можно отметить, что увеличение y'_0 способствует уменьшению как продольных, так и поперечных градиентов давления, т.е. поле параметров потока около нижней поверхности становится более равномерным.

Заключение. Численно, с использованием уравнений Эйлера, исследованы особенности структуры невязкого обтекания волнолетов, построенных на основе течения около осесимметричных конусов под нулевым углом атаки. Представлено описание поверхности класса конфигураций, поперечный контур которых задается с помощью степенных функций. Показано, что с увеличением числа Маха выше расчетного значения $M_\infty > M_d$ в сечении донного среза имеет место переход от течения с выпуклым к выпукло-вогнутым скачком уплотнения, имеющим перегиб в поперечном сечении. Этот переход реализуется постепенно по длине конфигурации – в носовой части тела имеет место обтекание с выпуклым ($M_\infty = 10$) или вогнутым ($M_\infty = 12$) присоединенным к передней кромке скачком уплотнения, далее вниз по потоку в области передних кромок наблюдается появление отмеченного перегиба. При этом интенсивность скачка уплотнения на передних кромках с ростом продольной координаты уменьшается и в целом имеет место возрастание поперечных градиентов давления по длине тела. Как поперечные, так и продольные градиенты давления увеличиваются также с ростом M_∞ . С повышением угла атаки перегиб скачка уплотнения перемещается к передней кромке и далее скачок отсоединяется от передней кромки.

При числах $M_\infty < M_d$ реализуется пространственное обтекание с присоединенным к передним кромкам скачком уплотнения в области носовой части, который далее вниз по потоку отсоединяется. Поле потока около нижней поверхности остается достаточно равномерным по всей длине тела на большей части размаха, при значениях $z' < 0.8$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stevens D.R.* Practical considerations in waverider applications // AIAA Paper. 1992. № 92–4247. 8 p.
2. *Tincher D.J., Burnett D.W.* Hypersonic waverider test vehicle: a logical next step // J. Spacecraft and Rockets. 1994. V. 31. № 3. P. 392–399.
3. *Haney J.W.* A waverider derived hypersonic X-vehicle // AIAA Paper. 1995. № 95–6162. 13 p.
4. *Rudd L., Pines D.J.* Dynamic control of mission oriented hypersonic waveriders // AIAA Paper. 1999. № 99–4951. 13 p.
5. *Jones K.D., Dougherty F.C.* Numerical simulation of high-speed flows about waveriders with sharp leading edges // J. Spacecraft and Rockets. 1992. V. 29. № 5. P. 661–667.
6. *He X., Rasmussen M.L.* Computational analysis of off-design waveriders // J. Aircraft. 1994. V. 31. № 2. P. 345–353.
7. *Takashima N., Lewis M.J.* Navier-Stokes computation of a viscous optimized waverider // J. Spacecraft and Rockets. 1994. V. 31. № 3. P. 383–391.
8. *Shi Y., Tsai B.-H., Miles J.B., Isaac K.M.* Cone-derived waverider flowfield simulation including turbulence and off-design conditions // J. Spacecraft and Rockets. 1996. V. 33. № 2. P. 185–190.
9. *Мажуль И.И.* Оптимизация аэродинамического качества волнолетов с поверхностями сжатия, построенными на основе осесимметричных конических течений // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5. № 1. С. 37–43.
10. *Мажуль И.И.* Волнолеты со степенным поперечным контуром нижней поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9. № 1. С. 87–101.
11. *Rasmussen M.L., He X.* Analysis of cone-derived waveriders by hypersonic small-disturbance theory // Proc. 1st Intern. Hypersonic Waverider Symp. Maryland, 1989. P. 1–46.
12. *Kim B.S., Rasmussen M.L., Jischke M.C.* Optimization of waverider configurations generated from axisymmetric conical flows // J. Spacecraft and Rockets. 1983. V. 20. № 5. P. 461–469.
13. *Kudryavtsev A.N., Rakhimov R.D.* A marching procedure of numerical solution of two-dimensional and three-dimensional steady Euler equations using shock-capturing schemes // Proc. Intern. Conf. on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR–98). Novosibirsk, 1998. Pt 1. P. 117–122.
14. *Mazhul I.I., Rakhimov R.D., Goonko Yu.P., Kharitonov A.M., Kudryavtsev A.N.* Euler simulations of the flow over a hypersonic convergent inlet integrated with a forebody compression surface // Europ. Congr. Comput. Methods in Applied Science and Engng. Barcelona, 2000. CD-Rom Proc.

15. Yee H.C., Warming R.F., Harten A. Implicit total variation diminishing (TVD) schemes for steady-state calculations // J. Comput. Phys. 1985. V. 57. № 3. P. 327–360.
16. Einfeldt B., Munz C.D., Roe P.L., Sjogreen B. On Godunov-type methods near low densities // J. Comput. Phys. 1991. V. 92. № 2. P. 273–295.
17. Anderson W.K., Thomas J.L., van Leer B. Comparison of finite volume flux vector splittings for the Euler equations // AIAA J. 1986. V. 24. № 9. P. 1453–1460.
18. Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Любимов А.Н., Русанов В.В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964. 505 с.
19. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
20. Mazhul I.I., Rakchimov R.D. Hypersonic power-law shaped waveriders in off-design regimes // J. Aircraft. 2004. V. 41. № 4. P. 839–845.

Новосибирск
E-mail: mazhul@itam.nsc.ru

Поступила в редакцию
31.I.2006