

УДК 532.546

© 2007 г. П.Е. МОРОЗОВ, Р.Г. ФАРХУЛЛИН, М.Х. ХАЙРУЛЛИН, М.Н. ШАМСИЕВ

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КРИВЫХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ, СНЯТЫХ ОДНОВРЕМЕННО НА РАЗНЫХ УЧАСТКАХ СТВОЛА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

Предлагается новый подход к проведению и интерпретации гидродинамических исследований горизонтальных скважин. Рассматривается задача определения фильтрационных параметров неоднородного нефтяного пласта. В качестве исходной информации используются кривые восстановления давления, измеренные одновременно в разных участках ствола горизонтальной скважины.

Ключевые слова: горизонтальная скважина, кривая восстановления давления, обратная задача, регуляризация.

Задачи определения фильтрационных параметров нефтяного пласта по данным нестационарных гидродинамических исследований скважин принадлежат к классу обратных задач подземной гидромеханики. Они являются некорректно-поставленными и нелинейными. Для них типично нарушение требования непрерывной зависимости решения от входных данных. При определенном сужении класса допустимых решений за счет привлечения дополнительной информации количественного или качественного характера эти задачи становятся условно-корректными. Дополнительная информация определяется возможностями промыслового эксперимента, при этом необходимо учитывать наличие погрешностей в экспериментальных данных.

Существующие графоаналитические методы интерпретации кривых восстановления давления, снятых с горизонтальных скважин, основаны на гипотезе плоских потоков [1]. В данной работе течение моделируется численно, т.е. решается трехмерная задача фильтрации жидкости к горизонтальной скважине. Для решения обратной задачи используется метод итерационной регуляризации [2–4]. Оценка коэффициента проводимости ищется в классе кусочно-постоянных функций. В качестве исходной информации при решении обратной задачи используются кривые восстановления давления, снятые одновременно скважинными манометрами, установленными в разных участках ствола горизонтальной скважины.

1. Обратная задача состоит в определении коэффициента проводимости и величины избыточного давления p_k , когда процесс фильтрации описывается дифференциальным уравнением с соответствующими начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} \nabla(s\nabla p) &= \beta^* \frac{\partial p}{\partial t}, \quad 0 < t \leq T, \quad (x, y, z) \in V \\ p(x, y, z, 0) &= p_0(x, y, z) \\ (s\nabla p, \mathbf{n}) &= 0, \quad (x, y, z) \in \partial V_1; \quad p = p_k, \quad (x, y, z) \in \partial V_2 \\ (s\nabla p, \mathbf{n}) &= q(x, y, z, t), \quad (x, y, z) \in S_c, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где $s = k/\mu$ – коэффициент проводимости; k – коэффициент проницаемости; μ – коэффициент динамической вязкости; β^* – коэффициент упругоэластичности; T – время исследования; $q(x, y, z, t)$ – приток флюида, приходящийся на единицу поверхности ствола горизон-

тальной скважины; V – область фильтрации, ограниченная внешней поверхностью $\partial V = \partial V_1 \cup \partial V_2$; S_c – поверхность ствола горизонтальной скважины, \mathbf{n} – единичный вектор нормали.

В качестве исходной информации используются кривые восстановления давления $f_i(t)$, $1 = \overline{1, N}$, снятые N скважинными манометрами, установленными в разных участках ствола горизонтальной скважины.

Один из подходов к решению обратной задачи основывается на минимизации средне-квадратичного отклонения между вычисленными и наблюдаемыми давлениями:

$$\min J(s, p_k), J(s, p_k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_0^T [p_i(t) - f_i(t)]^2 dt \quad (1.2)$$

где оценка коэффициента s ищется в классе кусочно-постоянных функций $s(x, y, z) = s_i$,

$(x, y, z) \in V_i$, $\bigcup_{i=1}^N V_i = V$, V_i – области однородности. Границы зон V_i считаются заданными, а неизвестными являются величины s_i . Итерационная последовательность для минимизации функционала (1.2) строится градиентными методами [2]. Градиенты функционала имеют вид:

Здесь $\psi(x, y, z, t)$ – решение следующей сопряженной задачи:

$$J'_{s_i} = - \int_0^T \int_{\partial V_i} (\nabla \psi \nabla p) dV dt, \quad i = \overline{1, N}, \quad J'_{p_k} = - \int_0^T \int_{\partial V} (s \nabla \psi, \mathbf{n}) d\sigma dt$$

Здесь $\psi(x, y, z, t)$ – решение следующей сопряженной задачи:

$$\nabla(s \nabla \psi) = -\beta^* \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad 0 \leq t < T, \quad (x, y, z) \in V$$

$$\psi(x, y, z, T) = 0; \quad (s \nabla \psi, \mathbf{n}) = 0, \quad (x, y, z) \in \partial V_1$$

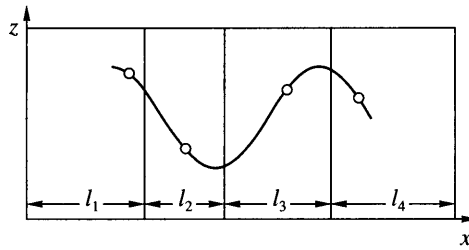
$$\psi = 0, \quad (x, y, z) \in \partial V_2; \quad (s \nabla \psi, \mathbf{n}) = q^*(x, y, z, t), \quad (x, y, z) \in S_c$$

$$\int_{S_c} q^*(x, y, z, t) d\sigma = \sum_{i=1}^N (p_i(t) - f_i(t))$$

Для вычисления градиентов функционала на каждом шаге итерационного процесса решаются прямая и сопряженная задачи. В отличие от прямой задачи сопряженная задача решается в обратном направлении по времени.

2. Прямая и сопряженная задачи решаются численно. Для этого область фильтрации покрывается конечно-элементной сеткой, сгущающейся к стволу скважины. Построение сетки осуществляется с помощью алгоритма триангуляции Делоне. Внутренняя граница представляется в виде цилиндрической полости, повторяющей траекторию скважины [4]. Для построения системы алгебраических уравнений относительно неизвестных узловых значений используется процедура метода конечных элементов в форме метода Галеркина. Результирующая матрица является разреженной, положительно определенной и в силу учета граничных условий несимметричной. Для ее решения используются методы подпространств Крылова с предобуславливанием [4, 5].

Анализ численного решения обратной задачи методом итерационной регуляризации проводится на модельном примере. Рассматривается неоднородный пласт (фиг. 1) со следующими данными: длина пласта 500 м; ширина пласта 500 м; толщина пласта 25 м;



Фиг. 1. Траектория горизонтальной скважины в пласте, точки – места установки приборов

длина горизонтальной части ствола скважины 310 м; пластовое давление 5 МПа; упругость пласта $\beta^* = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/МПа; коэффициент динамической вязкости $\mu = 25$ мПа · с; дебит скважины до остановки 10 м³/сут; время исследования после остановки скважины $T = 10$ сут; количество измерений давления каждым скважинным манометром – 22; приток флюида к стволу скважины задается равномерным; значения коэффициента проницаемости k_i и размеры i -й зоны однородности l_i представлены в таблице.

Схема вычислительного эксперимента заключается в следующем. Для заданных значений s_i решается прямая задача фильтрации (1.1). Вычисленные кривые восстановления давления в зонах расположения приборов принимаются за исходные данные $f_i(t)$ для численного решения обратной задачи. Результаты сходимости итерационного процесса приводятся на фиг. 2. Вычислительные эксперименты показали, что с увеличением количества итераций не наблюдаются какие-либо осцилляции в приближенных решениях.

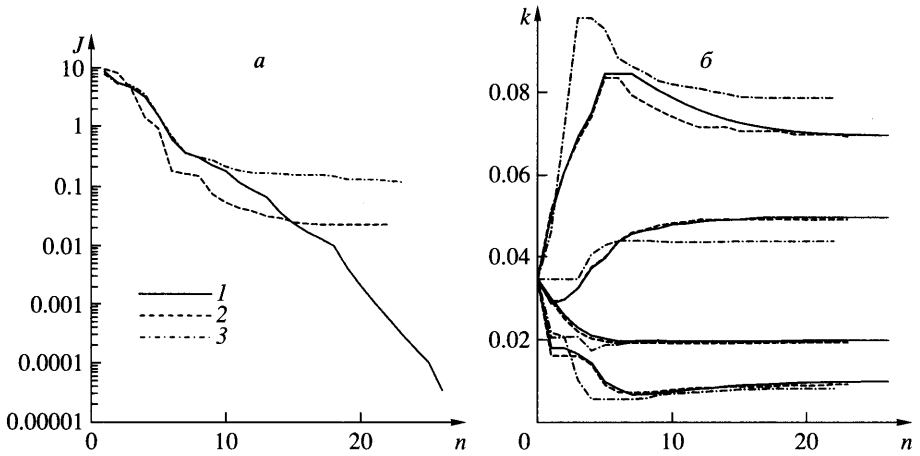
Далее анализируется решение обратной задачи с использованием кривых восстановления давления, заданных с погрешностями. В этом случае после решения прямой задачи на полученные зависимости давления от времени накладываются возмущения, т.е.

$f_{\delta i}(t) = f_i(t) + \delta_0 \omega$, $i = \overline{1, 4}$, где $\delta_0 = 0.01$ МПа, ω – случайная величина, распределенная по равномерному закону на отрезке $[-1, 1]$. Результаты численных экспериментов показали (фиг. 2), что предложенный вычислительный алгоритм устойчив относительно погрешностей исходных данных. Результаты расчётов при вариации размеров зон однородности ($l_1 = 115$ м, $l_2 = 95$ м, $l_3 = 160$ м, $l_4 = 130$ м) представлены на фиг. 2. Из расчетов следует, что погрешности в определении значений проницаемостей соизмеримы с погрешностями в задании размеров зон.

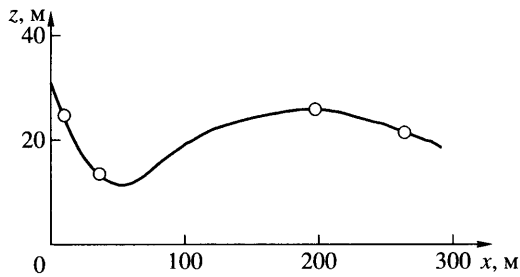
На горизонтальной скважине 1947 (Сиреневское месторождение, Татарстан) были проведены гидродинамические исследования четырьмя глубинными приборами. Данные о пласте: длина 510 м; ширина 400 м; толщина 31 м; коэффициент упругости $\beta^* = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/МПа; дебит скважины до остановки 8.4 м³/сут. Расположение приборов представлено на фиг. 3. Пласт разбивается на четыре зоны однородности ($l_1 = 125$ м, $l_2 = 110$ м, $l_3 = 145$ м, $l_4 = 130$ м).

Результаты расчётов представлены на фиг. 4 и в таблице (последняя строка). Оценка пластового давления составила 3.43 МПа. Из результатов расчетов следует, что наилучшие фильтрационные свойства имеют зоны II и III.

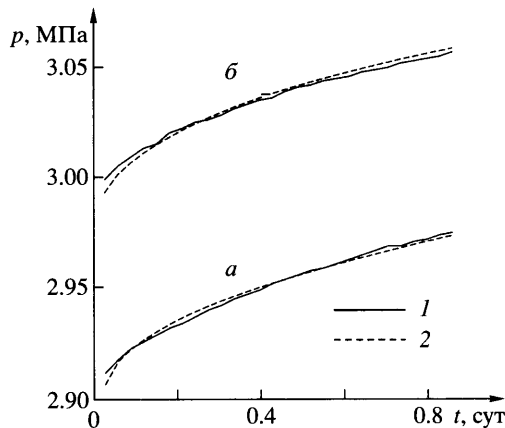
	I зона	II зона	III зона	IV зона
k_i	0.01	0.07	0.05	0.02
l_i	125	95	130	150
s_i	$3.32 \cdot 10^{-4}$	$3.86 \cdot 10^{-3}$	$2.39 \cdot 10^{-3}$	$7.30 \cdot 10^{-4}$



Фиг. 2. Результаты решения обратной задачи: *a* – убывание функционала-невязки по итерациям, *б* – сходимость метода при точных (1), возмущенных (2) данных и вариации зон однородности (3)



Фиг. 3. Траектория горизонтальной скважины 1947, точки – места установки приборов



Фиг. 4. Реальные (1) и вычисленные (2) кривые восстановления давления по приборам 1 и 3 (*a, б*)

Заключение. В работе решается задача интерпретации кривых восстановления давления, снятых одновременно несколькими приборами, установленными на расстоянии друг от друга. Результаты расчетов свидетельствуют о способности метода восстанавливать параметры пласта как при неопределенности исходных данных, так и при наличии ошибок измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuchuk F.J., Goode P.A., Brice B.W. et al.* Pressure transient analysis and inflow performance for horizontal wells // *J. Petroleum Technol.* 1990. V. 42. № 8. P. 974–1031.
2. *Алифанов О.М.* Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 279 с.
3. *Морозов П.Е., Садовников Р.В., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н.* Оценка фильтрационных параметров пласта по данным нестационарных исследований горизонтальных скважин // *ПМТФ.* 2005. Т. 46. № 2. С. 109–114.
4. *Морозов П.Е., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н.* Численное решение прямой и обратной задачи при фильтрации флюида к горизонтальной скважине // *Вычислительные методы и программирование.* 2005. Т. 6. № 2. С. 139–145.
5. *Saad Y.* Iterative Methods for Sparse Linear Systems. Boston: PWS Publ., 2000. 447 p.

Казань

Поступила в редакцию
8.VIII.2005