

УДК 533.6.011.72

© 2007 г. В.Н. ГУСЕВ, А.И. ЕРОФЕЕВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЦЕНТРИРОВАННОЙ ИЗОЭНТРОПИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ С ГОЛОВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ ПЕРЕД ТЕЛОМ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Методом прямого статистического моделирования решения уравнения Больцмана исследовано течение разреженного газа с центрированной изоэнтропической волной сжатия. В случае течения одноатомного газа рассмотрена картина образования висячего скачка уплотнения, формирующегося вблизи геометрического центра волны сжатия. Проведено сопоставление картины течения с результатами рассмотрения в рамках газовой динамики. Для двухатомного газа исследована интерференция центрированной волны сжатия с головной ударной волной перед цилиндром. Проведен анализ изменения давления и теплопередачи к поверхности в зависимости от числа Рейнольдса и положения центра волны относительно центра цилиндра. Дано сравнение с результатами численного решения уравнений Эйлера и пограничного слоя.

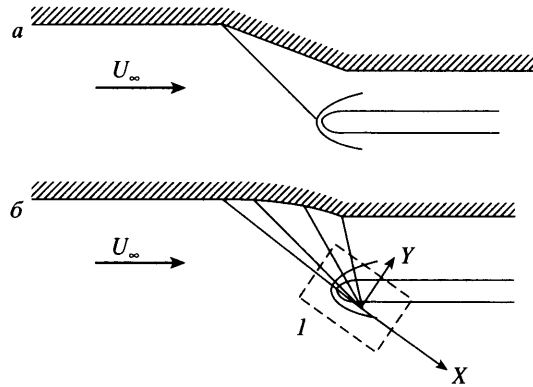
Ключевые слова: центрированная волна, ударная волна, интерференция, разреженный газ, прямое статистическое моделирование.

Особенности компоновок высокоскоростных летательных аппаратов с воздушно-реактивными двигателями приводят к значительному росту тепловых нагрузок к отдельным их элементам. Большие величины тепловых потоков к таким элементам, как носовая часть аппарата, передние кромки крыла и воздухозаборника, обусловлены их относительно малыми характерными размерами, а также взаимодействием ударных волн друг с другом и с пограничными и энтропийными слоями.

К наиболее критичному из перечисленных случаев нужно отнести взаимодействие ударной волны, образующейся перед отдельными элементами конструкции, с косым скачком уплотнения, образованным носовой частью обтекаемого тела. В таком течении может возникнуть высоконапорная струя сжатого газа, которая при взаимодействии с обтекаемым телом многократно увеличивает тепловой поток на линии растекания. Наибольшим это увеличение становится тогда, когда косой скачок уплотнения падает на участок ударной волны, перпендикулярный вектору скорости набегающего потока (IV тип взаимодействия по классификации [1]).

Подробные исследования этого режима проведены в [2–5]. Изучены особенности течения в области взаимодействия косого скачка уплотнения с головной ударной волной, образующейся на цилиндрической передней кромке воздухозаборника. Рассмотрены предельные режимы такого взаимодействия, сформулированы условия подобия и определены изменения давления и теплопередачи на линии растекания в широком диапазоне изменения параметров подобия. Проведенные расчеты показали, что при малых числах Рейнольдса относительные величины теплового потока на линии растекания становятся ниже своих предельных минимальных значений, полученных в рамках теории пограничного слоя.

У высокоскоростных летательных аппаратов с воздушно-реактивными двигателями указанный случай реализуется при обтекании передних кромок обечайки воздухозаборника внешнего сжатия потоком газа с косыми скачками уплотнения (фиг. 1, а). С целью уменьшения тепловых и динамических нагрузок при обтекании передней кромки при



Фиг. 1. Схема обтекания передней кромки обечайки: *a* – с падающим косым скачком, *б* – с центрированной волной сжатия, *l* – расчетная область

интерференции ударных волн в [4] было предложено перейти в таких воздухозаборниках к изоэнтропическому торможению потока (фиг. 1, б). Как показали проведенные в рамках механики сплошной среды исследования, интерференция центрированной изоэнтропической волны с головной ударной волной перед обечайкой воздухозаборника приводит к разрушению высоконапорной струи сжатого газа перед телом и значительному снижению давления и теплового потока на линии растекания.

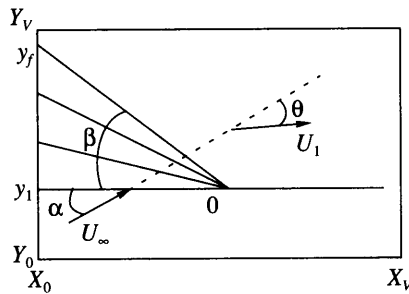
В данной работе исследование, проведенное в [4] для больших чисел Рейнольдса, распространяется на случай течения разреженного газа. Решение задачи об обтекании цилиндрической кромки гиперзвуковым потоком газа находится на основе уравнения Больцмана методом прямого статистического моделирования. Исследуется течение одноатомного газа в потоке с центрированной волной сжатия (без обтекаемого тела). Зарождение висячей ударной волны, согласование газодинамических параметров в потоке газа, с одной стороны, прошедшем волну сжатия, а с другой – ударную волну, проводится в окрестности центра волны сжатия на расстояниях порядка нескольких сотен длин свободного пробега молекул газа. Рассматривается обтекание цилиндрической кромки двухатомным газом с учетом взаимодействия центрированной волны сжатия с головной ударной волной. Дается сопоставление полученных расчетных величин давления и тепловых потоков на поверхность с результатами [4].

1. Центрированная волна сжатия. Рассматривается движение газа в центрированной волне сжатия, в которой характеристики имеют общую точку, образованную при обтекании потоком вогнутой поверхности. На фигуре 1, б прямоугольником *l* отмечена расчетная область течения газа. Система координат и параметры, характеризующие центрированную волну сжатия, приведены на фиг. 2: начало координат помещено в геометрический центр волны сжатия; ось *X* совпадает с первой характеристикой. Газодинамические параметры на характеристиках с углом наклона δ к вектору скорости набегающего потока определяются по формулам для изоэнтропического течения

$$\delta = B_\gamma \arctg \frac{\sqrt{M_\infty^2 - 1} - \sqrt{M_\delta^2 - 1}}{B_\gamma + B_\gamma^{-1} \sqrt{(M_\infty^2 - 1)(M_\delta^2 - 1)}} - \arccos \frac{1 + \sqrt{(M_\infty^2 - 1)(M_\delta^2 - 1)}}{M_\infty M_\delta}$$

$$p_\delta = p_\infty D^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \rho_\delta = \rho_\infty D^{1/(\gamma-1)} \quad (1.1)$$

$$B_\gamma = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}, \quad C_\gamma = \frac{\gamma-1}{2}, \quad D = \frac{1 + C_\gamma M_\infty^2}{1 + C_\gamma M_\delta^2}$$



Фиг. 2. Система координат и параметры централизованной волны сжатия

Здесь ρ_∞ , p_∞ , M_∞ – массовая плотность, давление газа и число Маха в набегающем потоке, γ – отношение удельных теплоемкостей. Угол между скоростью невозмущенного потока и первой характеристикой определяется соотношением $\sin \alpha_\infty = 1/M_\infty$.

Ниже на основе молекулярно-кинетической теории рассматривается течение одноатомного газа вблизи центра изэнтропической волны сжатия. Уравнение Больцмана решается методом прямого статистического моделирования, в котором рассчитывается движение ансамбля молекул, имитирующего движение реального газа. Алгоритм решения аналогичен использованному в [5]. Расчетная область разбивается на ячейки, размер которых должен быть меньше местной длины свободного пробега молекул в газе. Расчетная сетка определялась в декартовой системе координат, а ее шаг в начальной итерации был постоянным в обоих направлениях $\Delta x = \Delta y = h \leq (0.3-0.4)\lambda_\infty$. Здесь λ_∞ – средняя длина свободного пробега молекул в набегающем потоке.

После завершения расчета в начальной итерации проводилась корректировка расчетной сетки, а именно: начальные ячейки дробились в соответствии с величиной локальной длины свободного пробега молекул, т.е. проводилось дробление сетки с коэффициентом $K_n = n/n_1$ в направлении той оси, вдоль которой изменение плотности было больше. Необходимое количество таких итераций определялось сходимостью результатов расчетов.

Сечение взаимодействия молекул определялось по модели сфер переменного диаметра для степенного потенциала $V(r) = \kappa \cdot r^{-s}$, где r – расстояние между молекулами, а κ , s – параметры. Длина свободного пробега молекул для такой модели определяется соотношением

$$\lambda = \frac{16\mu}{5\pi\rho} \sqrt{\frac{\pi}{2RT}} \left(1 - \frac{2}{3s}\right) \left(1 - \frac{1}{s}\right) \quad (1.2)$$

а зависимость коэффициента вязкости от температуры имеет вид

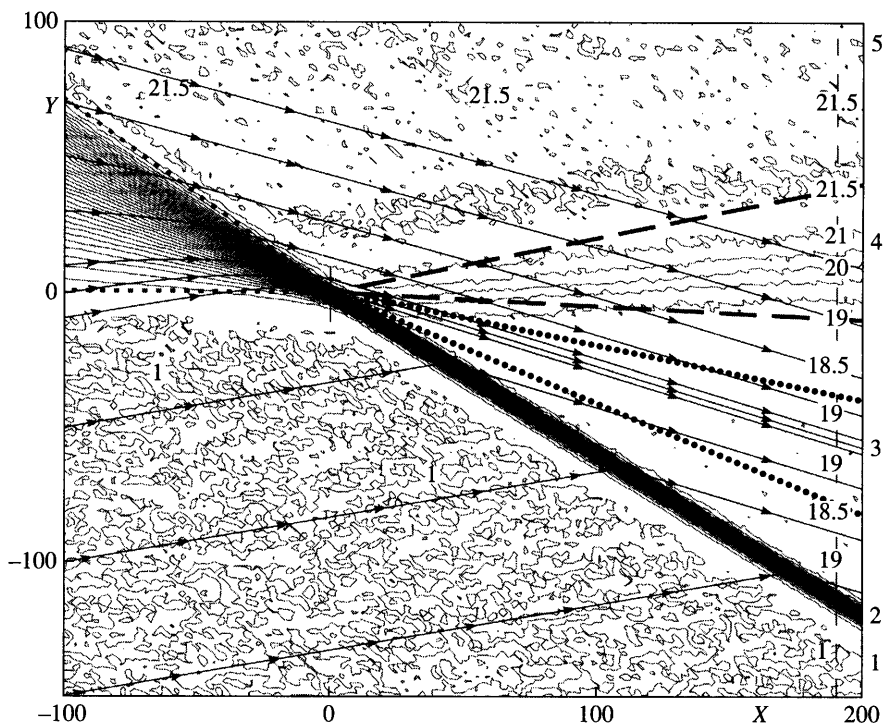
$$\mu \propto T^{1/2 + 2/s} \quad (1.3)$$

Рассматривался случай с $s = 10$, $\mu \propto T^{0.7}$.

В качестве граничных условий для влетающих в расчетную область молекул задавалась максвелловская функция распределения молекул по скоростям

$$f(x, y, \mathbf{v}) = \frac{n}{(2\pi RT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{U})^2}{2RT}\right) \quad (1.4)$$

в которой числовая плотность n , температура T и средняя скорость U принимали различные значения на разных участках границы расчетной области: для $y = Y_0$ и на грани-



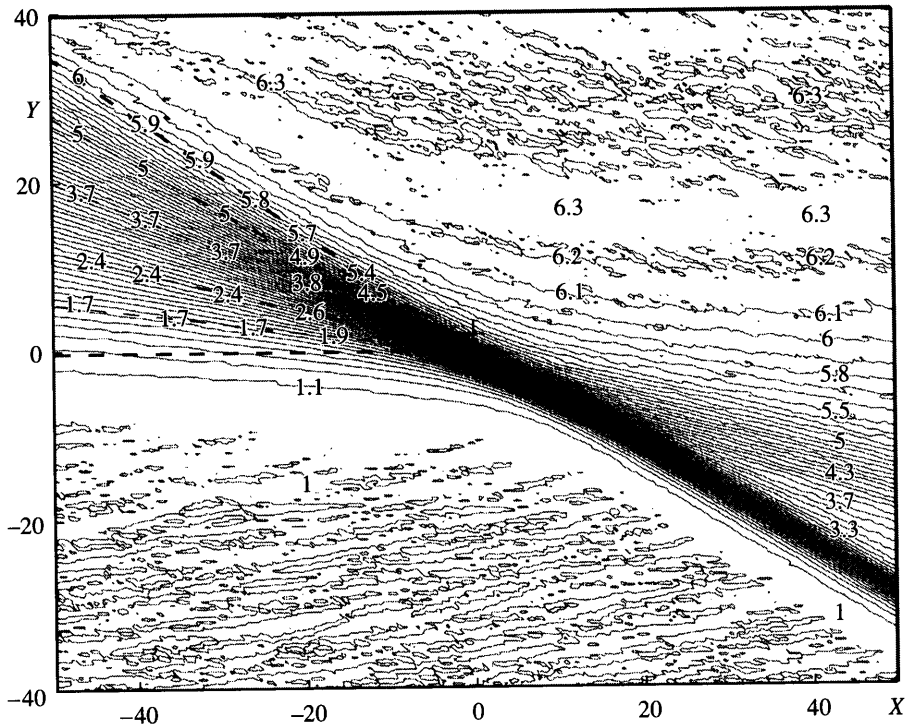
Фиг. 3. Поле давления и линии тока в течении при $M_\infty = 6$, $M_1 = 2.9$: 1 – набегающий поток, 2 – ударная волна, 3 – контактный разрыв, 4 – волна разрежения, 5 – область потока газа, прошедшего центрированную волну сжатия

це $x = X_0$ при $y < y_1$: $n = n_\infty$, $T = T_\infty$, $U = U_\infty$; для $x = X_0$ при $y > y_f$ и на поверхности $y = Y_V$: $n = n_1$, $T = T_1$, $U = U_1$, индекс 1 соответствует состоянию газа, прошедшего центрированную волну сжатия; при $x = X_0$ и $y_1 \leq y \leq y_f$ параметры n , T , U определялись по формулам (1.1). Поскольку рассматривалось только сверхзвуковое течение во всей области, на границе $x = X_V$ вниз по потоку ставилось условие полного поглощения молекул.

Так как в отсутствие тела задача не содержит характерного линейного размера, приводимые далее на фигурах координаты даны в единицах средней длины свободного пробега молекул в невозмущенном потоке λ_∞ .

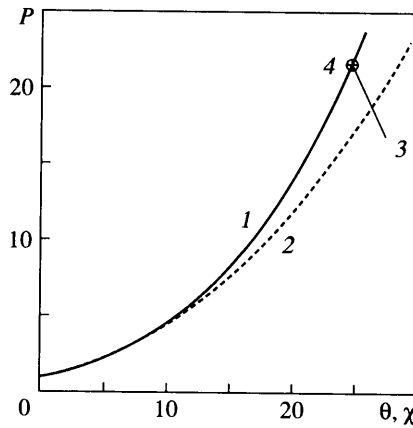
Расчеты проводились при $M_\infty = 6$ и $\gamma = 5/3$. Задание числа Маха $M_1 = 2.9$ в потоке газа, прошедшем волну сжатия, определяет все ее параметры: угол раствора $\beta = 35.24^\circ$, плотность $n_1 = 6.312 n_\infty$, температура $T_1 = 3.418 T_\infty$, давление $p_1 = 21.574 p_\infty$, угол поворота вектора скорости $\theta = 24.67^\circ$. Приводимые ниже значения газодинамических параметров нормированы на соответствующие величины набегающего потока.

Результаты расчета полей давления и плотности приведены на фиг. 3, 4. На фиг. 3 дана общая картина течения: поле давления и линии тока с указанием характерных зон. Газодинамические границы центрированной волны указаны штриховыми линиями при $X \leq 0$. На фиг. 4 поле плотности вблизи геометрического центра волны сжатия показано в увеличенном масштабе. Прежде всего заметим, что в газовой динамике параметры газа вдоль характеристик – постоянные величины и, так как в центре волны эти функции становятся многозначными, должна образоваться поверхность разрыва. На молекулярно-кинетическом уровне рассмотрения газодинамические параметры – непрерывные функции координат во всем поле течения, т.е. не имеют разрывов. В результате межмо-

Фиг. 4. Поле плотности n вблизи центра волны сжатия

лекулярных столкновений происходит перемешивание газа, что сопровождается некоторым размыванием границ волны, и, что особенно важно, изменением параметров газа вдоль характеристик при движении к центру волны. В качестве примера на фиг. 4 отмечены значения плотности вдоль характеристик, показывающие, что изменения происходят примерно на расстоянии $\Delta X \approx (30-40)\lambda_\infty$ от центра волны. Возрастание плотности от $n_\infty = 1$ до значения за волной сжатия $n_1 = 6.31$ в вертикальном направлении при $X = 0$ происходит на расстоянии $\Delta Y \approx 20\lambda_\infty$. Изолинии на фиг. 4 демонстрируют нарушение центрированного характера течения вблизи геометрического центра волны сжатия.

Поля газодинамических параметров дают ясное представление о формировании ударной волны. Достаточно близко к геометрическому центру волны – в зоне течения в несколько десятков длин свободного пробега вниз по течению – формирование скачка уплотнения можно считать законченным. Но давление газа, прошедшего ударную волну, в общем случае не равно давлению газа, прошедшего центрированную волну сжатия. Не согласуются также величины и углы разворота скорости в этих двух потоках и другие газодинамические параметры. В газовой динамике для исследования двумерного взаимодействия газодинамических разрывов хорошо развита теория локального приближения. В рамках этой теории поверхности газодинамических разрывов (ударные волны и контактные разрывы) заменяются в окрестностях точек их пересечения плоскостями, а течения в секторных областях между разрывами считаются либо однородными, либо центрированно изоэнтропическими в волнах сжатия или разрежения (например, [6]). Для наглядного представления возможных схем течения можно проанализировать изменения давления в зависимости от углов разворота вектора скорости потока θ в центрированной волне сжатия $p_1(\theta)$ и χ в ударной волне $p_2(\theta)$. Зависимость $p_1(\theta)$ опреде-



Фиг. 5. Зависимости давления газа от угла разворота вектора скорости в центрированной волне сжатия (1), в ударной волне (2), в центрированной волне разрежения (3); 4 – начало волны разрежения

ляется соотношениями (1.1). Зависимость $p_2(\chi)$ известна из соотношений для косо́го скачка

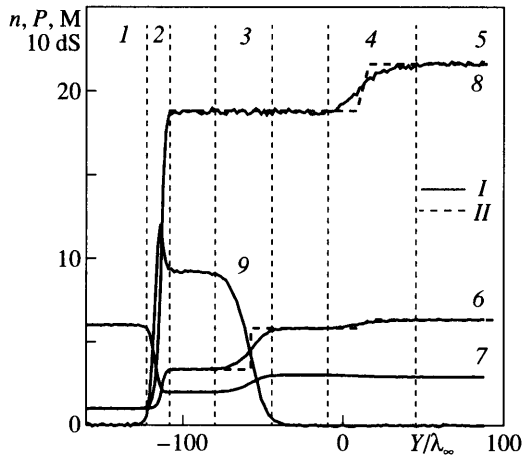
$$\frac{p_2}{p_\infty} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_\infty^2 \sin^2 \varphi - 1)$$

$$\operatorname{ctg} \chi = \operatorname{tg} \varphi \left[\frac{\gamma + 1}{2} \frac{M_\infty^2}{M_\infty^2 \sin^2 \varphi - 1} - 1 \right] \quad (1.5)$$

где φ – угол между вектором скорости U_∞ и ударной волной.

Зависимости $p_1(\theta)$ и $p_2(\chi)$, отнесенные к p_∞ , представлены на фиг. 5 для $M_\infty = 6$. Для давления газа за ударной волной показана только сверхзвуковая ветвь. Величина давления в потоке газа, прошедшем волну сжатия, и соответствующая числу Маха $M_1 = 2.9$, отмечена на кривой $p_1(\theta)$ – (4). Как видно, при фиксированной величине давления соотношение между углами разворота вектора скорости таково: $\chi \geq \theta$. Приближенное равенство имеет место при относительно слабых изменениях давления (для $M_\infty = 6$ – до $p \approx 4$). Поскольку в рассматриваемом случае давление $p_1 = 21.574$, согласование давлений и направления скоростей происходит в волне разрежения, следующей за волной сжатия. Зависимость давления в волне разрежения от угла разворота вектора скорости $p_3(\theta)$ показана на фиг. 5 кривой 3. Пересечению функций $p_3(\theta)$ и $p_2(\chi)$ соответствуют величины $p_3 = p_2 = 18.8$ и $\chi = \theta = 26.2^\circ$. Окончательное согласование газодинамических параметров: плотности, температуры и абсолютной величины скорости – происходит в контактном разрыве.

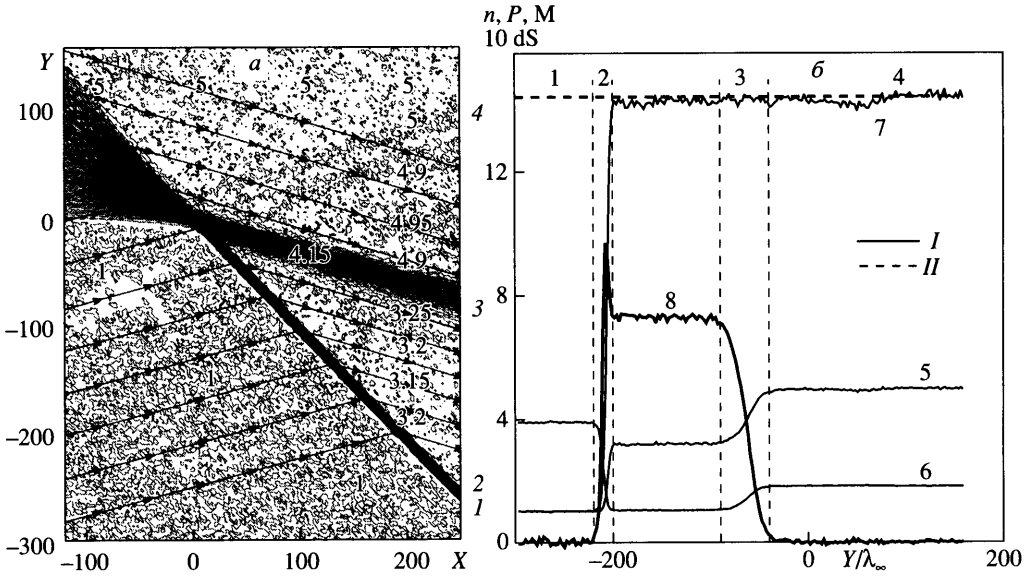
В отличие от газодинамического рассмотрения контактный разрыв, определенный из решения кинетического уравнения, имеет внутреннюю структуру (является размытым), как и все поверхности разрывов, рассмотрение которых проводится в рамках кинетической теории газов. Области течения, соответствующие центрированной волне разрежения, контактному разрыву, ударной волне, указаны на фиг. 3. Более подробные сведения об изменениях параметров газа вдали от центра волны представлены на фиг. 6 в сечении $x/\lambda_\infty = 190$ (для поля течения на фиг. 3). Протяженности зон течения отмечены на фиг. 6 вертикальными штриховыми отрезками прямых. Для зависимостей $n(Y)$ и $P(Y)$ даны также значения, определенные по уравнениям газовой динамики. Приведенные на



Фиг. 6. Зависимость плотности (6), числа Маха (7), давления (8) и изменения энтропии (9) в сечении $X/\lambda_\infty = 190$: обозначения зон (1–5) как на фиг. 3; I, II – расчеты по кинетической теории и по газовой динамике

фиг. 3, 6 данные показывают, насколько отличаются толщины газодинамических скачков от их действительных размеров, получаемых при кинетическом рассмотрении. Если толщина ударной волны остается постоянной во всем поле течения, то размер зоны контактного разрыва возрастает по мере удаления от центра волны сжатия. Увеличивается также и протяженность зоны волны разрежения. Полученные результаты по образованию ударной волны, размерам различных зон течения качественно хорошо согласуются с данными [7, 8], в которых с помощью кинетического модельного уравнения изучалось смещение сверхзвуковых потоков разреженного газа за задней кромкой гладкой пластины.

При уменьшении перепада давления в центрированной волне сжатия, как отмечено выше, приближенно выполняется соотношение $p_1(\theta) \cong p_2(\chi)$, т.е. величины давлений и направления вектора скорости в потоках газа, прошедших центрированную волну сжатия и ударную волну очень близки (фиг. 5). В этом случае волна разрежения практически незаметна, и согласование других величин – плотности, температуры, энтропии, величины скорости газа – происходит в зоне контактного разрыва. Аналогичная ситуация имеет место и при пересечении зависимостей $p_1(\theta)$ и $p_2(\chi)$ при сильном изменении перепада давления. Но здесь возможны два случая: 1) поток, прошедший волну сжатия, – сверхзвуковой, а поток, прошедший ударную волну, – дозвуковой (например, при $M_\infty = 6$), 2) оба потока – сверхзвуковые. Вторым случай был реализован в расчетах при $M_\infty = 3.9$: давление за волной сжатия $p_1 = 14.45$ и $M_1 = 1.804$, а число Маха за ударной волной $M_2 = 1.014$. Результаты расчетов даны на фиг. 7: приведены поля плотности и линии тока и изменение газодинамических параметров при $x = 200\lambda_\infty$. Анализ расчетов показывает, что давление и направление скорости практически не меняются в области течения между ударной волной и последней характеристикой центрированной волны сжатия. Имеющиеся слабые изменения давления в очень слабой волне разрежения, возможно, связаны с граничными условиями прилипания на границе $x = X_V$ (фиг. 2), справедливыми при достаточно большом числе Маха. Изменение других параметров происходит в зоне контактного разрыва. Как видно, именно в этой зоне энтропия dS изменяется от значения, определенного ударной волной, до нуля, принятого за исходное значение для изоэнтропического потока.



Фиг. 7. Поле плотности и линии тока (а) и зависимости (б) плотности (5), числа Маха (6), давления (7) и изменения энтропии (8) в сечении $X/\lambda_\infty = 200$ для $M_\infty = 3.9, M_1 = 1.804$; I, II – расчеты по кинетической теории и по газовой динамике, 1–4 как на фиг. 3

2. Обтекание цилиндрической передней кромки при интерференции центрированной волны сжатия с головной ударной волной. В этом разделе взаимодействие центрированной волны сжатия с головной ударной волной рассматривается на примере обтекания цилиндра гиперзвуковым потоком двухатомного газа. Газодинамические параметры и геометрия центрированной волны взяты такими же, как в [4], где задача решалась на основе уравнений Эйлера, а именно: $M_\infty = 6$, отношение температуры поверхности T_w к температуре торможения T_0 – температурный фактор $t_w = 0.31$, угол раствора между первой и последней характеристиками центрированной волны $\beta = 18.743^\circ$. Газодинамические параметры газа, прошедшего через изэнтропическую центрированную волну сжатия, следующие: $M_1 = 4.335, n_1 = 3.898, T_1 = 1.723, p_1 = 6.716$. При этом поворот потока в волне, т.е. угол между векторами скорости набегающего потока и потоком газа за центрированной волной, составил $\theta = 15^\circ$. Приведенные выше параметры – безразмерные величины, отнесенные к значениям в невозмущенном потоке.

Решение задачи проводилось методом прямого статистического моделирования, особенности применения которого для течений с взаимодействием скачков уплотнения даны в [5]. В дополнение к граничным условиям (1.4) на границе задавалась и функция распределения молекул по вращательной энергии в виде бoльцмановского распределения

$$f(E_R) = \frac{1}{kT} \exp\left(-\frac{E_R}{kT}\right)$$

граничные значения температуры – переменные величины для различных участков границы, как это описано в разд. 1. Обмен энергией между поступательными и вращательными степенями свободы сталкивающихся молекул проводился по методу Ларсена–Боргнакке, величина постоянной скорости обмена $Z_R \approx 6$ [5]. Коэффициенты давления C_p и теплопередачи C_h задавались как отношения давления к скоростному напору $0.5\rho_\infty U_\infty^2$, а теплового потока – к величине $0.5\rho_\infty U_\infty^3$. Рассматривалось обтекание цилин-

дра газом, моделирующим азот, коэффициент вязкости которого $\mu \propto T^{0.7}$. В качестве безразмерного параметра, определяющего степень разреженности газа, будет использовано число Рейнольдса Re_{0d} , рассчитанное по диаметру цилиндра d и коэффициенту вязкости μ_0 , найденному по температуре торможения: $T_0 - Re_{0d} = \rho_\infty U_\infty d / \mu_0$. Как и в [5], расчеты проводились итерациями, количество которых зависело от параметров задачи. Расчет заканчивался, когда величины давления и тепловые потоки на поверхности слабо отличались в двух последних итерациях. Статистические погрешности вычисления коэффициентов давления C_p и теплопередачи C_h на линии растекания составляют не более 2 и 4% соответственно.

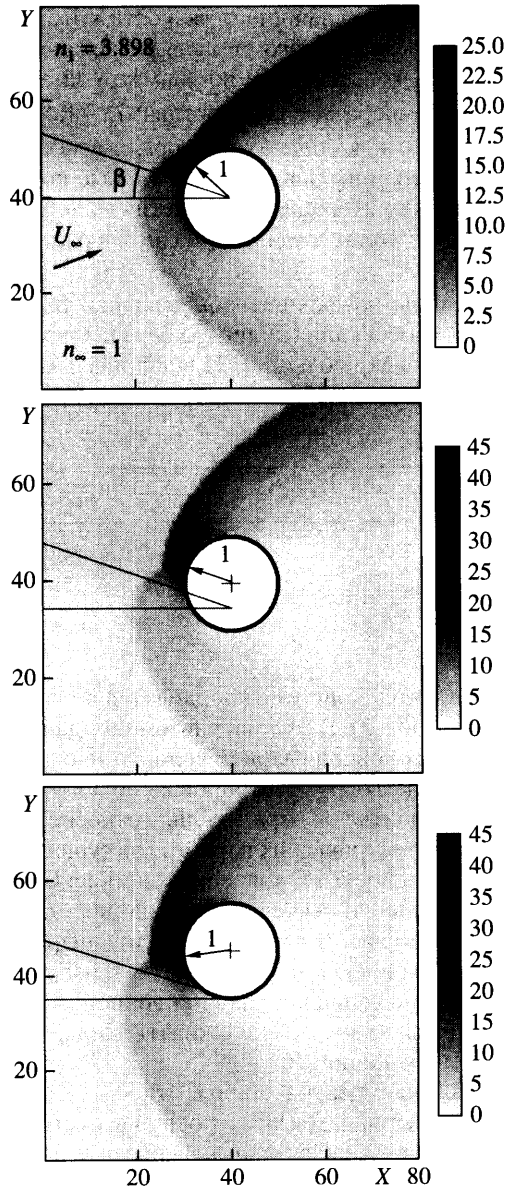
Ниже необходимы величины коэффициентов давления C_{p0} и теплопередачи C_{h0} на линии торможения для случая обтекания цилиндра без интерференции. В расчетном интервале чисел $Re_{0d} = 58-200$ при $M_1 = 6$ и $t_w = 0.31$ величина давления практически не меняется и равна $C_{p0} = 1.86$. Значения коэффициента теплопередачи приведены в таблице

Re_{0d}	C_{h0}
58	0.170
100	0.130
200	0.097

Расчет течения газа проводится в системе координат, в которой первая характеристика параллельна оси абсцисс (фиг. 2). В рассматриваемой задаче об интерференции центрированной волны сжатия и головной ударной волны имеются два геометрических параметра. При заданном угле раствора β центрированной волны этими параметрами могут быть, например, координаты центра волны относительно центра цилиндра. Наличие двух независимых геометрических параметров существенно усложняет анализ влияния интерференции на силовое и тепловое воздействие. Относительно влияния места расположения центра волны относительно центра цилиндра с учетом результатов разд. 1 можно отметить следующее. В случае, когда цилиндр расположен далеко вниз по потоку относительно центра волны, задача сведется к ранее рассмотренной задаче о взаимодействии косоугольного скачка с головной ударной волной [4]. Существенного изменения картины обтекания, по-видимому, можно ожидать тогда, когда центр волны расположен вниз по потоку от центра цилиндра.

Влияние места расположения центра волны относительно центра цилиндра при $Re_{0d} = 58$ в случае, когда оба центра находятся на одной вертикали, показано на фиг. 8 на примерах изменения поля плотности. Стрелками на рисунке показано положение линии растекания потока газа на поверхности, которое обозначает и максимальные величины давления и тепловых потоков. Как видно, при смещении центра волны по вертикали на расстояние, равное радиусу цилиндра, происходит существенная перестройка картины течения. В рассматриваемом случае для анализа результатов можно ввести безразмерный параметр $L_y = (Y_{cyl} - Y_{cw}) / R_{cyl}$, где Y_{cyl} и Y_{cw} – координаты по оси y центров цилиндра и волны соответственно, R_{cyl} – радиус цилиндра. Зависимости отношений максимальных значений давления $P_m = P_{1max} / P_{0max}$ и тепловых потоков $Q_m = H_{1max} / H_{0max}$, к их значениям при безытерференционном обтекании, от параметра L_y приведены ниже:

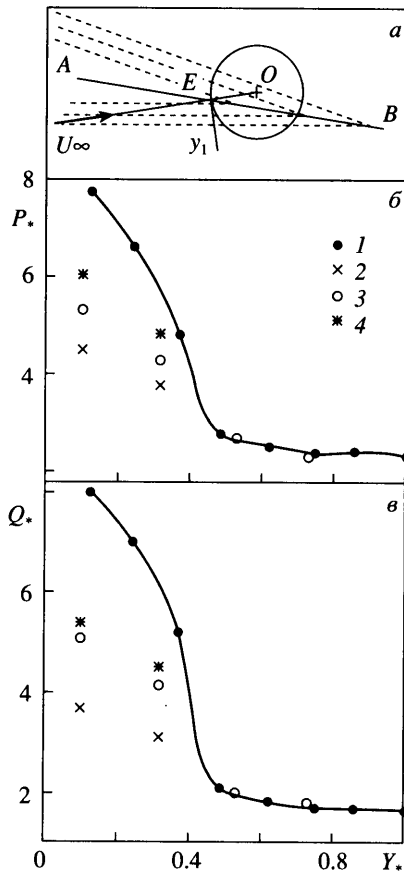
L_y	$-\infty$	0	0.5	1	≥ 1
P_m	1	2.20	5.18	4.00	3.5
Q_m	1	1.95	4.25	2.92	1.9



Фиг. 8. Поля плотности при интерференции центрированной волны сжатия и головной ударной волны при различных положениях центра волны относительно центра цилиндра при $Re_{0d} = 58$, $M_\infty = 6$, $M_1 = 4.335$: 1 – положение линии растекания

Если центр волны будет расположен много выше центра цилиндра, то будет иметь место безинтерференционное обтекание и $P_m = 1$, $Q_m = 1$.

В другом предельном случае, когда центр волны расположен много ниже центра цилиндра ($L_y \gg 1$), также будет иметь место безинтерференционное обтекание, но с параметрами газа, прошедшего волну сжатия. Число Рейнольдса Re_{1d} для этого случая связа-



Фиг. 9. Схема (а), изменение давления (б) и теплового потока (в) на линии растекания при различных положениях центра волны относительно центра цилиндра: 1 – расчет уравнений Эйлера, 2–4 – расчет по кинетической теории при 2 – $Re_{0d} = 58$, 3 – 100, 4 – 200

но с числом Рейнольдса Re_{0d} , определенного по параметрам невозмущенного потока, соотношением $Re_{1d} = 3.79 Re_{0d}$. При $Re_{0d} = 58$ имеем $Re_{1d} = 220$ и можно считать, что $C_{p1} = 1.86$, а $C_{h1} \approx 0.095$ [5]. Из приведенных данных следует, что конфигурация при $L_y = 0.5$ дает наиболее острые пики давления и теплового потока, сходные с аналогичными распределениями в случае обтекания с взаимодействием ударных волн. В [5] при примерно аналогичных условиях обтекания ($M_1 = 6.5$, $t_w = 0.31$, $Re_{0d} = 64$) для величины максимального давления получены значения $P_m = 5.7$, а для величины максимального теплового потока – $Q_m = 4.5$, т.е. значения, лишь на 10 и на 7% соответственно бóльшие полученных в данной работе для $L_y = 0.5$.

Как отмечено, в рассматриваемой задаче есть два независимых геометрических параметра. В частных случаях задачу можно свести к однопараметрическому представлению, как это было сделано выше. Другой вариант рассмотрен в [4]: координаты центра волны сжатия перемещаются по некоторой прямой AB , которая проходит через точку пересечения E линии OU_∞ с поверхностью цилиндра (фиг. 9, а). В этом случае можно

ввести безразмерный параметр $L_1 = y_1/R_{cyl}$, в котором y_1 – длина перпендикуляра к линии OU_∞ , проведенного из точки E до пересечения с первой характеристикой центрированной волны сжатия. Сравнение результатов расчетов максимальных значений давления P_m и теплового потока Q_m , полученные при малых числах Рейнольдса для этой геометрии на основе уравнения Больцмана, с результатами [4] приведено на фиг. 9. В [4] расчеты проводились с помощью уравнений Эйлера для невязкого совершенного газа и соотношений для теплового потока на линии растекания, полученных с помощью уравнений пограничного слоя. Как видно, уменьшение числа Рейнольдса существенно влияет на величину давления и тепловых потоков к поверхности. Но уже при $Re_{0d} = 200$ данные для максимальных значений давления P_m неплохо согласуются с результатами континуальных расчетов (различие 27% при $y_1 = 0.1$), при этом максимальные значения теплового потока Q_m составляют примерно 66% от континуальных значений. Такая же ситуация имела место и при расчетах обтекания цилиндра с взаимодействием ударных волн [5].

Заключение. С помощью уравнения Больцмана исследовано течение одноатомного газа в изэнтропической центрированной волне сжатия в масштабе, связанном со средней длиной свободного пробега молекул. Детально рассмотрена картина образования висячего скачка уплотнения, формирующегося вблизи геометрического центра волны сжатия. Зона образования скачка составляет несколько десятков (примерно $40\lambda_\infty$) длин свободного пробега молекул.

При сверхзвуковом течении газа между ударной волной и потоком газа, прошедшим центрированную волну сжатия, образуются центрированная волна разрежения и неизэнтропическая зона смешения (аналог контактного разрыва). Толщины этих зон увеличиваются по мере удаления от центра волны сжатия. Так, на расстоянии $200\lambda_\infty$ от центра волны вниз по потоку толщины указанных зон составляют $(40-50)\lambda_\infty$. На расстоянии $100\lambda_\infty$ от центра волны вниз по потоку течение можно рассматривать как центрированное.

При небольших перепадах давления согласование газодинамических параметров потоков газа, прошедших волну сжатия и ударную волну, происходит без формирования волны разрежения.

Рассмотрено гиперзвуковое обтекание цилиндра потоком разреженного двухатомного газа, в котором имеет место интерференция головной ударной волны с центрированной волной сжатия ($M_\infty = 6$, угол раствора волны сжатия $\beta = 18.74^\circ$, температурный фактор $t_w = 0.31$). Показано, что максимальные величины давления и теплового потока на поверхность цилиндра существенно зависят от относительного положения центра цилиндра (координаты x_{cyl}, y_{cyl}) и центра волны сжатия (x_{cw}, y_{cw}). Так, для $Re_{0d} = 58$ при смещении центра волны на радиус от значения безразмерного параметра $L_y = 0$ до $L_y = 1$ ($x_{cyl} = x_{cw}$) максимальные величины давления и теплового потока изменяются более чем в 2 раза. Сдвиг центра волны сжатия вниз по потоку примерно на величину диаметра ($L_x = -2.25, L_y = 0.7$) уменьшает максимальные величины давления и теплового потока более, чем в два раза.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 04-01-00812) и программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ-4272.2006.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Edney B. Anomalous Heat Transfer and Pressure Distributions on Blunt Bodies at Hypersonic Speeds in the Presence of an Impinging Shock // K.T.H. Abhandl. N 239. Medd. Flugtekn. Forsok.-canstalt. Stockholm. ARI. Report 115. 1968. 92 p.

2. Borovoy V.Ya., Chinilov A.Yu., Gusev V.N., Struminskaya I.V., Delery J., Chanetz B. Interference between a cylindrical bow shock and a plane oblique shock // AIAA Journal. 1997. V. 35. № 11. P. 1721–1728.
3. Гусев В.Н. Предельные режимы взаимодействия внешнего скачка уплотнения с головной ударной волной перед телом // Учен. зап. ЦАГИ. 2001. Т. 32. № 1–2. С. 3–12.
4. Гусев В.Н., Чинилов А.Ю. Интерференция головной ударной волны с косым скачком уплотнения и изэнтропической волной сжатия // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 122–130.
5. Гусев В.Н., Ерофеев А.И. Интерференция косоугольного скачка с головной ударной волной при обтекании цилиндра разреженным газом // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 5. С. 171–180.
6. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 427 с.
7. Титарев В.А., Шахов Е.М. Слой смешения сверхзвуковых потоков разреженного газа за задней кромкой гладкой пластины // Мат. моделирование. 1999. Т. 11. № 4. С. 37–48.
8. Титарев В.А. Численное решение некоторых задач для модельного кинетического уравнения Больцмана: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2003. 171 с.

Москва

Поступила в редакцию
27.IV.2006