

УДК 532.517.4

© 2006 г. С. И. ЧЕРНЫШЕНКО, Г. М. ДИ-ЧИККА, А. ЙОЛЛО, А. В. СМИРНОВ,
Н. Д. СЭНДЖЕМ, З. В. ХУ

АНАЛИЗ ДАННЫХ О СВЯЗИ ВИХРЕЙ И ПОЛОСЧАТЫХ СТРУКТУР В ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ МЕТОДОМ ПЛАСЕБО

Искусственно синтезированное поле скорости с известными свойствами применено как контрольный набор данных при анализе и интерпретации полей скорости турбулентного течения. Объективный характер такого подхода используется для изучения связи полосчатых и вихревых структур. Анализ показал, что эта связь может быть менее значительна, чем обычно принято считать.

Ключевые слова: турбулентность, визуализация, полосчатые структуры, вихрь, галилеева декомпозиция.

До последнего времени было общепризнано, что существование так называемых полосчатых структур в пристенных турбулентных течениях продиктовано наличием структуры вихрей [1]. Недавно показано [2], что в действительности полосчатые структуры возникают независимо от вихревых структур, причем подход, включающий отказ от предположения о связи вихревых и полосчатых структур, дает обширные качественные и количественные результаты, согласующиеся с экспериментом. В то же время на протяжении нескольких десятилетий в физических и численных экспериментах были собраны данные, обычно интерпретируемые как доказательство связи полосчатых и вихревых структур. В свете результатов [2] наличие таких данных может быть объяснено двумя причинами. Можно предположить, что полосчатые структуры, сами от вихревых структур не зависящие, служат причиной возникновения вихрей, таким образом оставляя на них отпечаток своей структуры. Вторая возможность состоит в том, что общепринятая интерпретация данных ошибочна. Действительно, современные методы идентификации вихрей развивались в условиях, когда наличие связи между полосчатыми структурами и вихрями считалось настолько несомненным, что методы идентификации, не подтверждающие эту связь, могли быть отброшены как заведомо неэффективные.

Настоящая работа представляет собой попытку определить, какая из этих двух возможностей более вероятна. С этой целью в работе конструируется пласебо: поле скорости, напоминающее турбулентное, с полосчатыми структурами и вихрями, но такое, что полосчатые структуры и остальная часть поля заведомо не связаны между собой. Затем пласебо и образцы реальных турбулентных полей скорости обрабатываются одними и теми же методами и проводится сравнение результатов.

1. Постановка задачи. Современные экспериментальные и численные методы дают большие массивы данных в виде двумерных и трехмерных полей скорости. Анализ и интерпретация таких полей представляют собой сложную задачу, для решения которой были развиты различные методы. Векторные поля скоростей трудно интерпретировать непосредственно. В большинстве случаев данные некоторым образом обрабатываются, затем визуализируются и затем исследователь интерпретирует результат визуализации. Например, для обнаружения вихрей можно использовать галилееву декомпозицию. Этот метод сводится к вычитанию постоянного вектора из векторного поля скорости,

что эквивалентно переходу в движущуюся систему отсчета. Затем проводится визуальный анализ графического представления полученного поля скорости. На таком рисунке наблюдатель нередко способен заметить определенные структуры, например вихри. Для подтверждения такого наблюдения можно затем использовать статистические методы. Другой эффективный метод обнаружения вихрей состоит в вычислении так называемой “степени закрутки” и визуализации областей, в которых она велика. Эти и многие другие методы описаны, например, в [3] (см. также [4]).

Наличие стадий обработки и визуализации в процессе интерпретации данных приводит к возможности того, что некоторые черты получающейся картины присущи самим процессам обработки или визуализации данных, а не первичным данным. В настоящей работе показывается, что такое явление действительно имеет место, и предложен способ его преодоления.

2. Метод плацебо. Плацебо используют для объективной проверки интерпретации экспериментальных данных в условиях, когда эксперимент или его интерпретация подвержены действию неизвестных факторов. Например, в медицине при проверке нового лекарства часть пациентов получает плацебо (т.е. нейтральное, неактивное средство). Результаты лечения новым лекарством и плацебо затем обрабатываются одинаковым способом и сравниваются.

В применении к интерпретации турбулентных полей скорости плацебо, или набор контрольных полей скорости, может состоять из искусственно синтезированных векторных полей, структуру которых можно контролировать явно. Такие кинематические модели турбулентности были созданы и использовались для различных целей в [5–7].

В частности, в [5] поле скорости было сконструировано в виде суперпозиции полей, индуцированных в одном случае случайно распределенными подковообразными вихрями, а в другом случае пакетами таких вихрей, и было показано, что во втором случае получается лучшее соответствие с экспериментальными данными. Эта работа, таким образом, проводит сравнение двух разных интерпретаций одних и тех же экспериментальных данных, что подобно, но не идентично технике проверки правильности одной интерпретации, обсуждаемой в настоящей работе.

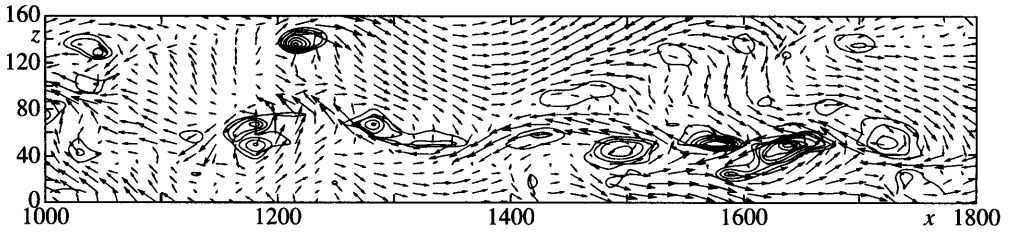
В настоящей работе идея плацебо применяется к наблюдениям связи между полосчатыми структурами и вихрями в пристенных турбулентных течениях. Образцы экспериментальных и численных данных состоят из наборов полей скорости в плоскостях, параллельных стенке. Образцы плацебо генерируются как сумма постоянной средней скорости, полосчатого распределения скорости, имеющего только одну компоненту, меняющуюся по синусоидальному закону в функции поперечной координаты, и случайного однородного изотропного векторного поля.

Более конкретно

$$\begin{aligned} u &= 14.06 - 2.889 \cos(0.02\pi z + s_{\text{rnd}}) + u_{\text{rnd}}(x, z) \\ v &= v_{\text{rnd}}(x, z) \\ w &= w_{\text{rnd}}(x, z) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь u , v и w – соответственно продольная, нормальная к стенке и поперечная компоненты скорости, x и z – продольная и поперечная координаты, s_{rnd} – случайная величина, равномерно распределенная на $[0, 2\pi]$, а векторное поле $(u_{\text{rnd}}(x, z), v_{\text{rnd}}(x, z), w_{\text{rnd}}(x, z))$ случайно, однородно и изотропно. Все величины в статье выражены в единицах стенки.

Для длины одна единица стенки равна $\nu \sqrt{\rho/\tau}$, а для скорости – $\sqrt{\tau/\rho}$, где ν – кинематическая вязкость, ρ – плотность, а τ – среднее по времени касательное напряжение на стенке. Постоянная и синусоидальная части соответствуют профилю скорости, использованному в [8] при анализе устойчивости полосчатой структуры, вычисленному в плоскости $y = 36$ единиц стенки при числе Рейнольдса, рассчитанном по динамической скоро-



Фиг. 1. Полосчатая структура и вихри в результатах прямого численного моделирования, визуализированные с помощью Галилеевой декомпозиции с $U_c = 11$, и изолинии Δ ; течение слева направо

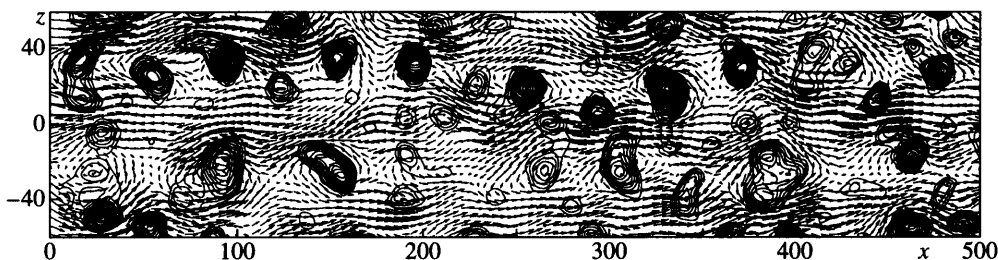
сти $Re_\tau = 360$. При этом получают конкретные значения коэффициентов, указанные в (2.1), но с точки зрения настоящего исследования любой другой синусоидальный профиль скорости с подходящими характеристиками дал бы аналогичные результаты. Случайные векторные поля были построены с помощью метода [6]. Эти соленоидальные поля изотропны и однородны, имеют характерный масштаб длины 7.2 и $\langle u_{md}^2 \rangle = \langle v_{md}^2 \rangle = \langle w_{md}^2 \rangle = 0.25$. Получающиеся поля скорости трехмерны, но в дальнейшем используются только две компоненты скорости в плоскости, параллельной стенке. По этой причине только x и z указаны явно как аргументы случайного поля в (2.1).

Сумма средней и полосчатой составляющих пласебо имеет только одну компоненту скорости, т.е. представляет собой чисто сдвиговое течение, не содержащее вихрей. Однако оно содержит полосчатые структуры, т.е. удлиненные области, в которых продольная компонента скорости меньше, чем ее среднее значение. В отличие от реальных полосчатых структур, эти структуры в пласебо строго прямолинейные и бесконечно длинные. Этого достаточно для целей настоящего исследования. Естественно, случайное поле скорости (u_{md}, v_{md}, w_{md}) содержит вихри. По построению поля пласебо эти вихри полностью независимы от полосчатых структур. Следовательно, хотя данные структуры в пласебо не слишком реалистичны, такое пласебо может служить простейшей контрольной группой для тех методов интерпретации данных, которые ставят своей целью установление существования связи между полосчатыми и вихревыми структурами.

3. Галилеева декомпозиция и анализ степени закрутки. На фиг. 1 показаны полосчатая структура и вихри в результатах прямого численного моделирования течения в плоском канале [9]. Число Рейнольдса по динамической скорости и половине ширины канала $Re_\tau = 360$. Плоскость рисунка параллельна стенке и удалена от нее на расстояние $y \approx 20$. В плоскости рисунка средняя скорость $U \approx 12.0$. Галилеева декомпозиция была применена со скоростью системы отсчета $U_c = 11$, а затем скорость была масштабирована множителем 5, чтобы сделать вектора ясно видимыми на рисунке. Иными словами, длина отложенных векторов скорости равна $5(u(x, z) - U_c, w(x, z))$, где $u(x, z)$ и $w(x, z)$ – компоненты скорости, полученные в численном расчете. Вместо трехмерного выражения для степени закрутки в данном случае нужно использовать ее двумерный эквивалент Δ , определяемый формулой

$$\Delta = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 - 4 \left(\frac{\partial u \partial w}{\partial x \partial z} - \frac{\partial w \partial u}{\partial x \partial z} \right)$$

Кривые на фиг. 1 – изолинии Δ , с начальным значением $-2000/360^2$, шагом $-2000/360^2$ и конечным значением $-14000/360^2$. Галилеева декомпозиция и анализ степени закрутки – широко используемые методы идентификации вихрей [3]. Для каждой точки в



Фиг. 2. Полосчатые структуры и вихри в пласебо

области течения существует такая подвижная система отсчета, что в ней скорость течения в этой точке равна нулю. Большие отрицательные значения Δ указывают точки, в которых в такой подвижной системе отсчета мгновенные векторные линии скорости имеют спиральную структуру. Следовательно, области больших отрицательных Δ визуализируют вихри, движущиеся с местной скоростью течения. Обычная галилеева декомпозиция визуализирует вихри, движущиеся со скоростью, близкой к U_c .

На фиг. 1 ясно видно, что вихри выровнены в горизонтальный ряд вблизи полосчатой структуры, в то время как вдали от нее вихрей почти нет. Это можно интерпретировать как свидетельство тесной связи вихрей и полосчатых структур. Подобное соображение содержится, например, в [10].

Применим те же самые методы галилеевой декомпозиции и анализа степени закрутки к полю пласебо, в котором полосчатые структуры и остальные компоненты поля независимы по построению. Результат показан на фиг. 2. В случае фиг. 2 $U_c = 14$, масштабный коэффициент для изображения векторов равен 3.6, а уровни Δ начинаются с $-2000/360^2$, имеют шаг $-2000/360^2$ и максимум $-50000/360^2$. В этом случае оказывается, что вихри тоже образуют горизонтальные ряды вдоль полосчатой структуры. Этот эффект не столь выражен в пласебо по той причине, что на фиг. 2 полосчатая структура толще. Все же, если просто просчитать ярко выраженные вихри, пересекаемые линиями при $z = -30$ и 30 , т.е. по краям полосчатой структуры, и сравнить их число с числом ярко выраженных вихрей, пересекаемых линией $z = 0$, т.е. расположенных посредине полосчатой структуры, то разница становится очевидной.

Причина подобного поведения видна из формулы для Δ . Для простоты рассмотрим случай чисто двумерного течения в плоскости $x - z$. Тогда из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

следует, что

$$\Delta = +4\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 4\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial z}$$

Значит, если $\Delta < 0$, то $(\partial w/\partial x)(\partial u/\partial z) < 0$. Таким образом, если $\Delta < 0$, то увеличение $|\partial u/\partial z|$ приводит к росту $|\Delta|$.

Подобный эффект имеет место и в общем трехмерном случае.

В чисто сдвиговом течении $\Delta = 0$. Однако если сдвиг добавляется к уже существующему полю с $\Delta < 0$, то Δ изменится. Из фиг. 2 видно, что в результате такого изменения вихри случайной компоненты становятся более заметными в областях сильного сдвига полосчатой компоненты поля. Разумеется, галилеева декомпозиция тоже показывает

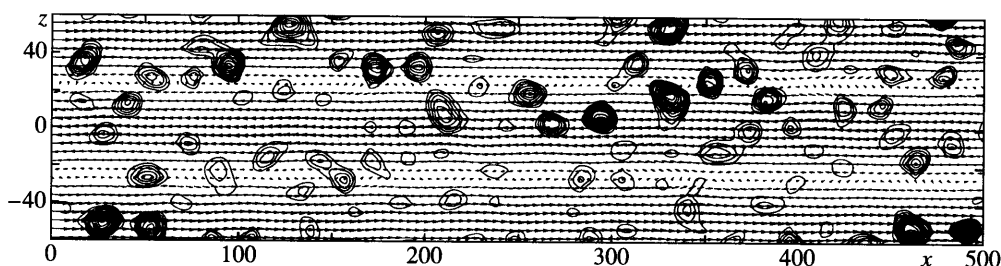
вихри, прилегающие к полосчатой структуре, так как эта декомпозиция и анализ степени закрутки обычно дают сходные результаты.

Для дальнейшего обсуждения необходимо рассмотреть определение вихря. Одно из наиболее популярных определений таково: вихрь есть область, в которой мгновенные линии тока в плоскости, перпендикулярной оси вихря, имеют примерно круговую или спиральную структуру в системе отсчета, движущейся со скоростью центра вихря [11, 12]. Если принять это определение, то в поле плазебо имеется статистическая зависимость между вихрями и полосчатыми структурами: вихри имеют тенденцию выстраиваться по краям полосчатых структур. В то же время из метода построения плазебо известно, что полосчатые структуры никак статистически не связаны с остальной частью поля течения. Например, нельзя сказать, что полосчатые структуры были индуцированы вихрями, их окружающими. Иными словами, обнаружение такой статистической связи не имеет значения для динамики. Наблюдаемая связь есть лишь артефакт (*artefactum* – искусственно сделанное, вызываемое), созданный галилеевой декомпозицией и анализом степени закрутки.

Значит, и наблюдаемая связь между полосчатыми структурами и вихрями в численных данных на фиг. 1 тоже может не иметь значения для динамики: она может быть всего лишь артефактом, полученным в результате применения специфических методов обработки данных. Иными словами, принимая данное выше определение вихря, можно сказать, что вихри выстраиваются по сторонам полосчатой структуры в экспериментальных или численных данных, но затем нельзя будет рассматривать это наблюдение как свидетельство того, например, что вихри создают полосчатые структуры (или что полосчатые структуры создают вихри) в некотором динамическом процессе. Представляется, что определение вихря, обладающее таким свойством, не очень полезно.

Чтобы получить возможность рассматривать динамически значимые корреляции между вихрями и полосчатыми структурами, можно ввести другое определение вихря. Объекты, удовлетворяющие данному выше определению, будут называться классическими вихрями. Введем понятие истинного вихря как классического вихря векторного поля, получаемого из исходного поля вычитанием всех других организованных структур (таких, как полосчатые структуры), кроме самих вихрей. Если бы удалось наблюдать наличие статистической зависимости истинных вихрей и полосчатых структур, то такое наблюдение имело бы значение для динамики. Необходимость вычитания полосчатых структур естественно приводит к идее фильтрации поля скорости, рассмотренной в следующем разделе.

4. Фильтрация. Для введенного выше поля плазебо отделение полосчатых структур от вихрей можно провести, применяя фильтр, основанный на технике ортогонального разложения по специальному базису, обеспечивающему максимальное содержание энергии в минимальном числе мод [13]. А именно, для заданного набора полей скорости \mathbf{u}_k можно найти такое векторное поле \mathbf{e}_1 и такие коэффициенты A_{1k} , что $\sum_k (\mathbf{u}_k - A_{1k}\mathbf{e}_1)^2$ принимает минимальное значение. Тогда \mathbf{e}_1 будет первой модой разложения. Каждое поле \mathbf{u}_k можно теперь представить как сумму реконструированного $\mathbf{u}_k^{\text{rec}} = A_{1k}\mathbf{e}_1$ и остаточного $\mathbf{u}_k^{\text{res}}$ полей. Эту процедуру можно затем повторить для остаточных полей, получив вторую моду. На практике расчеты проводят по более эффективным алгоритмам, позволяющим сразу получить все необходимые моды. В общем случае реконструированное поле можно построить по любому данному числу M : $\mathbf{u}_k^{\text{rec}} = \sum_{i=1}^M A_{ik}\mathbf{e}_i$. Остаточ-



Фиг. 3. Полосчатые структуры в реконструированном поле плазебо и вихри в остаточном поле

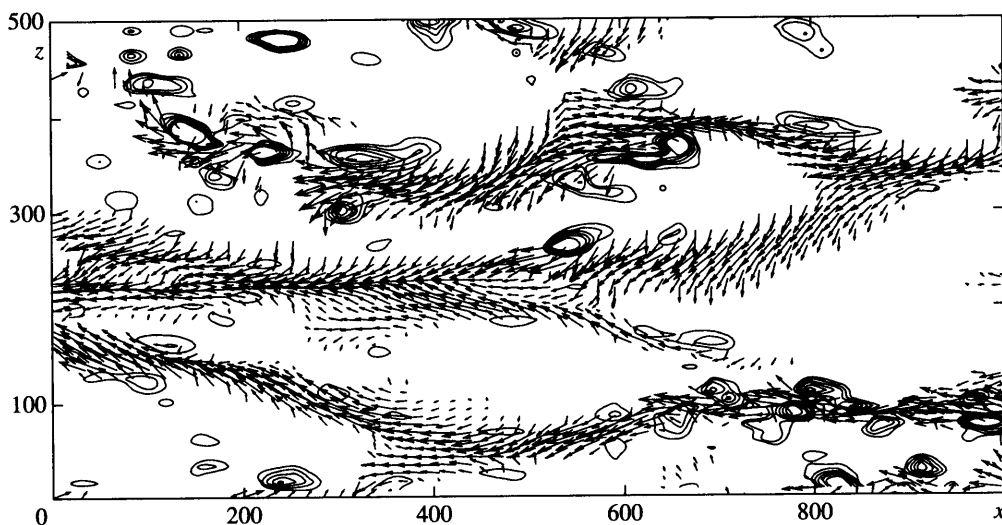
ные поля $\mathbf{u}_k^{\text{res}} = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^{\text{rec}}$ имеют тогда наименьшую возможную энергию $\sum_k (\mathbf{u}_k^{\text{res}})^2$ для заданного M .

Элементы \mathbf{u}_k наборов данных, используемых при фильтровании, называются окнами. Каждое окно представляет собой распределение скорости на сетке в прямоугольной области. Поля плазебо были сгенерированы в окнах, поперечный размер которых был целым кратным поперечного периода полосчатых структур. Как и следовало ожидать, в этом случае реконструированное поле всего с тремя модами довольно близко моделирует осредненное течение и полосчатые структуры, в то время как остаточное поле почти совпадает со случайной компонентой в (2.1). Естественно, что визуализация полосчатых структур в реконструированном плазебо и визуализация истинных вихрей в остаточном поле показывают их независимость (сравните фиг. 2 и 3). На обоих рисунках изолинии проведены начиная с того же уровня и с тем же шагом.

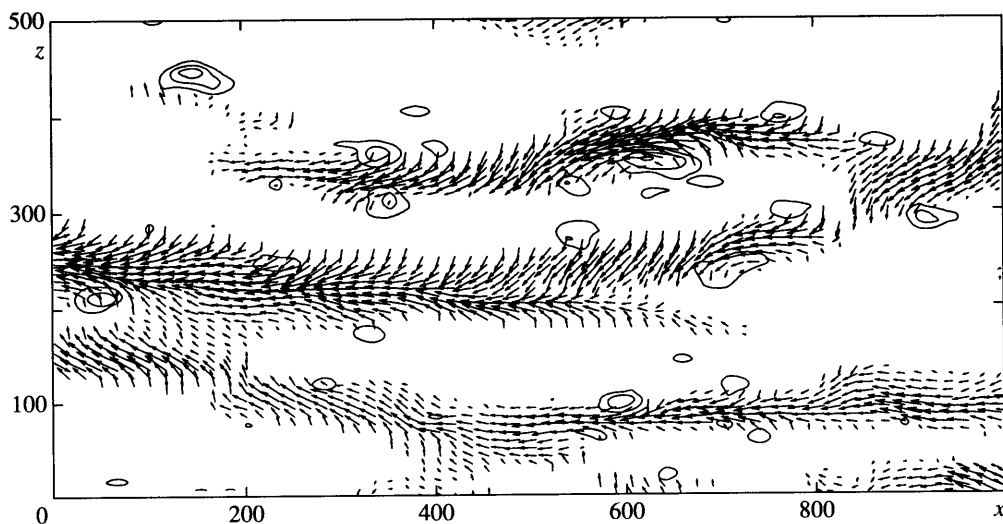
Результаты численных расчетов течения в плоском канале [9] представлены в базе данных [14] в виде 12 реализаций трехмерного мгновенного поля скорости на трехмерной сетке в области размером $4320 \times 720 \times 2160$ (продольный, нормальный к стенке, поперечный размер). Реализации считаются статистически независимыми. В настоящем исследовании были использованы срезы данных плоскостями, параллельными стенке. Чтобы увеличить объем данных для анализа, срезы взяты на фиксированных расстояниях от обеих стенок, так что из каждой реализации получены два среза. Хотя данные в каждой паре срезов не являются статистически независимыми, можно надеяться, что по крайней мере мелкомасштабные структуры остаются независимыми. Чтобы еще более увеличить число образцов для анализа, каждый срез разделен на окна размером 1080×540 (продольный и поперечный размеры). Каждое окно содержало 64×64 узлов сетки. Конечно, окна, полученные из одного и того же среза, не являются полностью независимыми. Всего получилось 384 окна.

Фильтрование было выполнено с различными значениями M , и полученные реконструированные и остаточные поля исследованы с помощью галилеевой декомпозиции и визуализации степени закрутки. Оказалось, что при $M = 60$ полосчатые структуры и вихри попали соответственно в реконструированное и в остаточное поля. При $M = 60$ в среднем около 98.1% энергии содержалось в реконструированном поле. Разумеется 384 окон недостаточно для того, чтобы все полученные 60 мод были правильными. Следовательно, описанная процедура должна рассматриваться просто как определение использованного фильтра.

На фиг. 4 показаны полосчатые структуры и вихри в неотфильтрованных данных численного расчета. Полосчатые структуры выделены путем включения в рисунок только тех векторов скорости, продольная компонента которых становится отрица-



Фиг. 4. Неотфильтрованные данные численного расчета

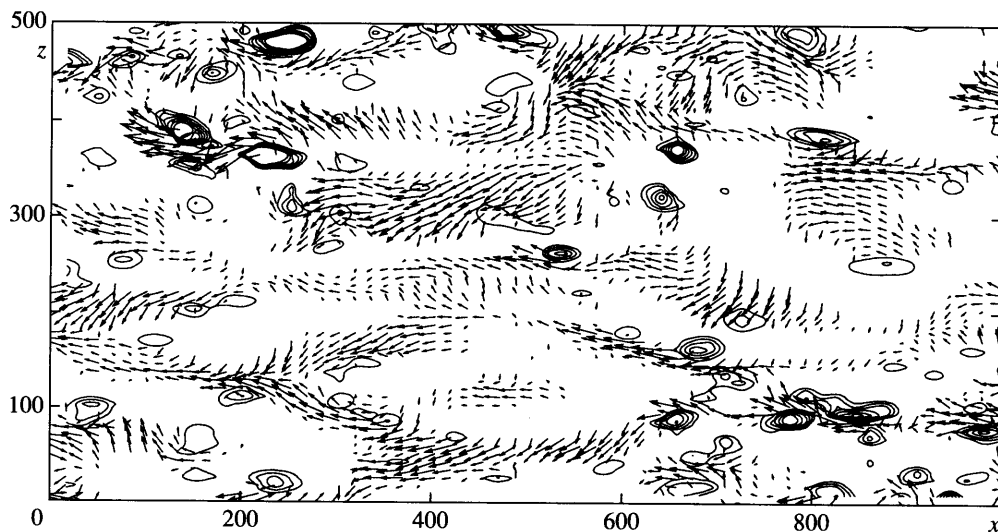


Фиг. 5. Реконструированное поле для данных численного расчета

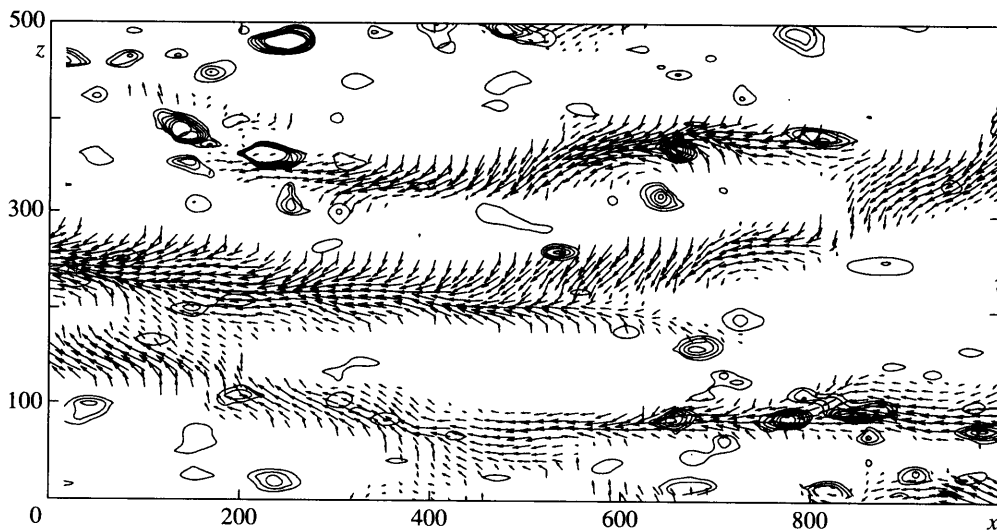
тельной в результате галилеевой декомпозиции. Вихри визуализированы изолиниями степени закрутки. Можно видеть, что вихри концентрируются в окрестности полосчатых структур.

На фиг. 5 дается реконструированное поле скорости. Полосчатые структуры, видимые на фиг. 4, ясно выделяются также на фиг. 5, в то время как вихри почти исчезли.

Слабые следы полосчатых структур видны только в нижней части остаточного поля на фиг. 6. В то же время имеется много сильных вихрей. Следовательно, пусть и не в полной мере, но фильтрование разделило полосчатые структуры и вихри, а значит, вих-



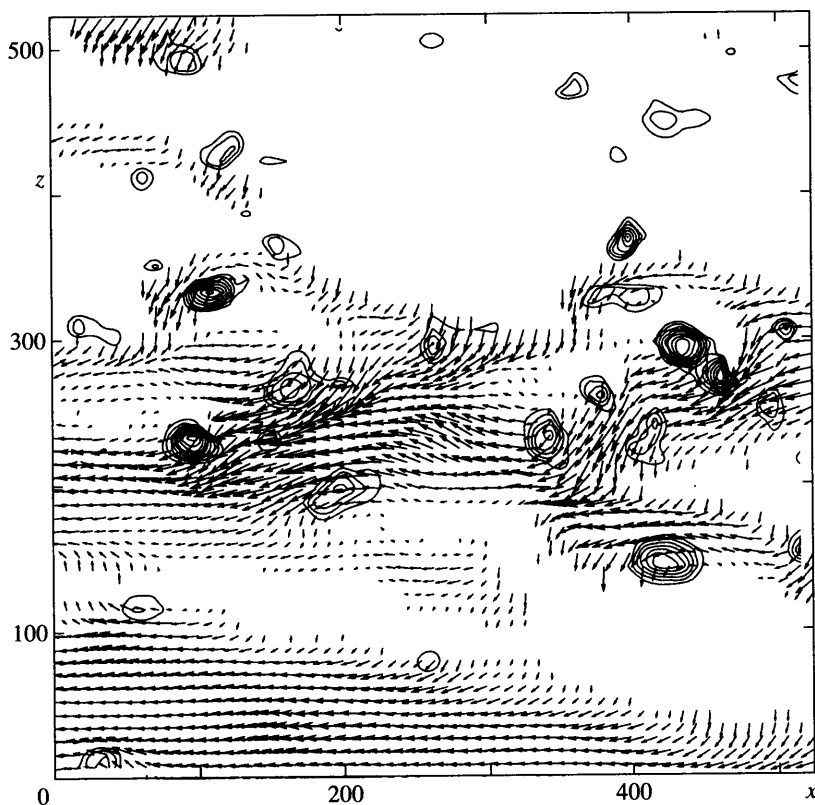
Фиг. 6. Остаточное поле для данных численного расчета



Фиг. 7. Полосчатые структуры реконструированного поля и вихри остаточного поля для данных численного расчета

ри в остаточном поле – истинные вихри, а их визуализация в остаточном поле с помощью степени закрутки (или Δ) не подвержена сильному влиянию полосчатых структур.

На фиг. 7 совмещены полосчатые структуры реконструированного поля и вихри остаточного поля. Можно видеть два эффекта. Во-первых, концентрация вихрей в окрестности полосчатых структур меньше на фиг. 7, чем на фиг. 4. Во-вторых, хотя и в меньшей степени, но отфильтрованные вихри продолжают концентрироваться около полосчатых структур. По крайней мере таково впечатление, возникающее после про-



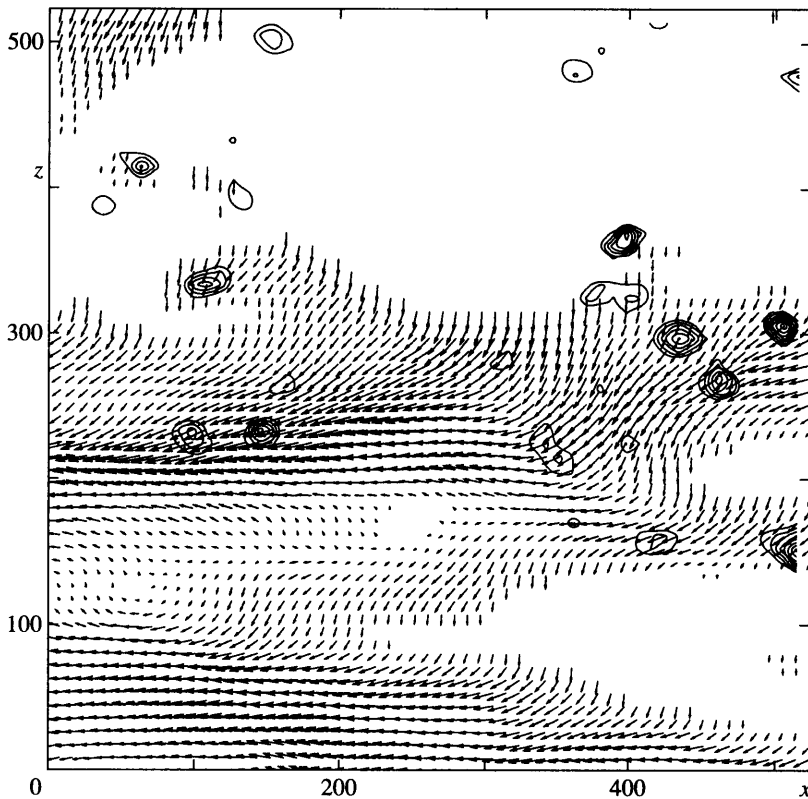
Фиг. 8. Неотфильтрованные экспериментальные данные

смотра большого числа подобных рисунков. Более объективный подход к оценке связи между полосчатыми структурами реконструированного поля и вихрями остаточного поля (т.е. между полосчатыми структурами и истинными вихрями в данной терминологии) описан в следующем разделе.

Подобный анализ выполнен также для набора экспериментальных данных [15] для течения в пограничном слое. Эти данные содержатся в 596 файлах, каждый из которых состоит из одного окна данных, включающих значения двух компонент скорости в плоскости, параллельной стенке на сетке из 59×59 узлов. Расстояние до стенки равно 20. Размер окна 525×525 .

Фильтрация экспериментальных данных с тем же числом мод $M = 60$, что и для данных численного расчета, тоже позволило отделить полосчатые структуры от вихрей. При этом около 90% энергии содержалось в реконструированном поле. В данных эксперимента заметить связь между полосчатыми структурами и вихрями труднее, чем в данных численного расчета. На фиг. 8 дан образец неотфильтрованных экспериментальных данных.

Полосчатые структуры реконструированного поля на фиг. 9 наложены на вихри остаточного поля для одного и того же образца экспериментальных данных. После фильтрации реконструированное поле содержит полосчатые структуры, но почти не имеет вихрей. В то же время, в отличие от случая данных численного расчета, в остаточном поле меньше вихрей (или вихри этого поля слабее), чем в неотфильтрованном

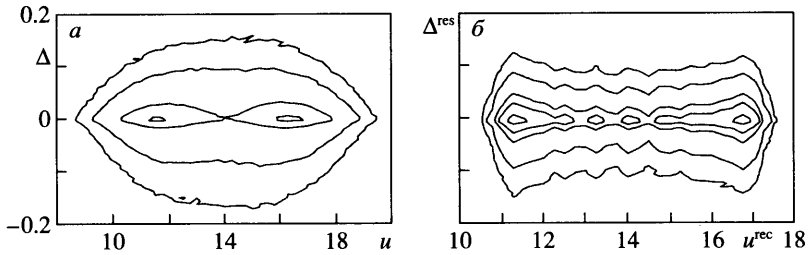


Фиг. 9. Полосчатые структуры реконструированного поля и вихри остаточного поля для экспериментальных данных

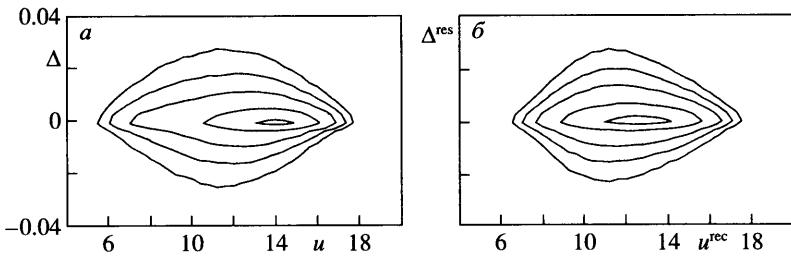
поле. Это значит, что в значительной степени вихри, наблюдаемые в неотфильтрованном поле фиг. 8, представляют собой артефакт, созданный методом визуализации. Однако возникает впечатление, что те истинные вихри, которые все же есть в остаточном поле, хотя и слабо, но коррелируют с полосчатыми структурами.

Вышеизложенные наблюдения наличия и степени связи полосчатых структур и вихрей опирались на визуальное восприятие. В следующем разделе плотность вероятности совместного распределения продольной скорости и степени закрутки используется для того, чтобы дополнить эти наблюдения более объективным методом. Этот подход также продемонстрирует ограничения, накладываемые использованием чрезвычайно простой формы плацебо, примененной в настоящей работе.

5. Плотность вероятности. Поскольку полосчатые структуры есть области малых значений продольной скорости u , а вихри есть области больших отрицательных значений двумерной степени закрутки Δ , значительное количество информации о их взаимозависимости содержится в плотности вероятности $F(u, \Delta)$ их совместного распределения. Плотность вероятности определяется таким образом, что для бесконечно малых du и $d\Delta$ вероятность того, что продольная скорость принимает значение между u и $u + du$, а степень закрутки – между Δ и $\Delta + d\Delta$, равна $F(u, \Delta)du d\Delta$. Для каждого набора окон, использованного в фильтрации, был проведен подсчет относительной частоты попадания u и Δ в ячейки сетки в плоскости u - Δ . Таким образом получено приближенное значение $F(u, \Delta)$ в центре каждой ячейки.



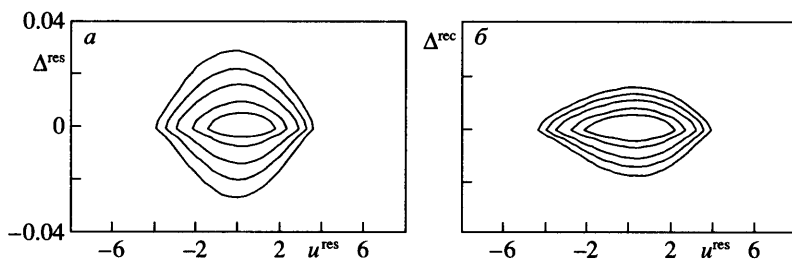
Фиг. 10. Изолинии плотности вероятности для плавсебо: *a* – неотфильтрованная $F(u, \Delta)$, *б* – реконструированное u и остаточная Δ , $F(u^{\text{rec}}, \Delta^{\text{res}})$; уровни изолиний: $F = 0.2, 0.5, 1, 2, 5$.



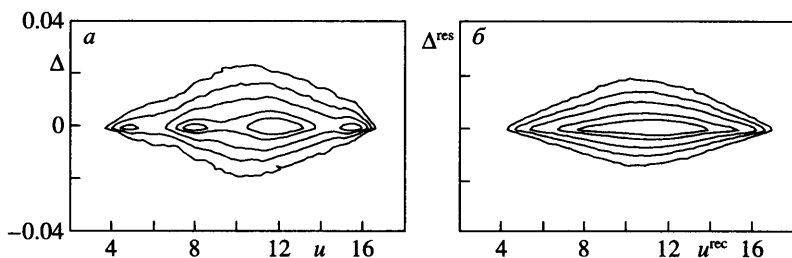
Фиг. 11. Плотности вероятности для результатов численного расчета: *a* – $F(u, \Delta)$ для неотфильтрованных данных, *б* – реконструированное u и остаточная Δ , $F(u^{\text{rec}}, \Delta^{\text{res}})$; уровни изолиний: $F = 0.5, 1, 2, 5, 10$

В случае, когда u и Δ статистически независимы, плотность вероятности может быть представлена как произведение функций одного аргумента: $F(u, \Delta) = F_u(u)F_\Delta(\Delta)$. При анализе плотности вероятности статистическая независимость может быть обнаружена по подобию профилей $F(u, \Delta)$ как функций одного аргумента при различных значениях другого аргумента. Изолинии плотности вероятности для неотфильтрованных данных плавсебо даны на фиг. 10, *a*. Относительно большие отрицательные значения Δ соответствуют вихрям. Поскольку $F(u, -0.15)$ достигает максимума при $u \approx 14$, это значит, что в плавсебо вихри имеют тенденцию концентрироваться в областях со средней продольной скоростью, которые, разумеется, являются также областями большой скорости сдвига. Поле плавсебо состоит из чередующихся полос большой и малой продольной скорости, а вихри концентрируются в промежутках между этими областями. В то же время $F(u, 0)$ имеет два максимума при $u \approx 11.5$ и 16 . Конечно, такое поведение естественно для синусоидального профиля скорости, и отклонение от симметрии относительно $u = 14$ характеризует степень точности, с которой получена плотность вероятности. Значительное расхождение формы профилей $F(u, -0.15)$ и $F(u, 0)$ показывает, что u и Δ действительно статистически зависимы. Этот результат резко меняется, если вихри и полосчатые структуры предварительно разделить фильтрованием. На фиг. 10, *б* видно, что $F(u^{\text{rec}}, \Delta^{\text{res}}) \approx F(u^{\text{rec}})F_\Delta(\Delta^{\text{res}})$, это и должно быть в силу того, как построено плавсебо.

Применение того же подхода к данным численных расчетов дает совсем другую картину. На фиг. 11, *a* $F(u, 0)$ имеет только один пик при $u \approx 11.5$, в то время как $F(u, -0.02)$ достигает максимума при $u \approx 11.5$. Это значит, что вихри чаще наблюдаются в областях пониженной скорости, т.е. около полосчатых структур. Интересно отметить, что области больших положительных значений Δ тоже чаще возникают при меньших значени-



Фиг. 12. Плотности вероятности для результатов численного расчета: *a* – остаточное поле $F(u^{\text{res}}, \Delta^{\text{res}})$, *б* – остаточное u и реконструированная Δ , $F(u^{\text{rec}}, \Delta^{\text{rec}})$; уровни изолинии такие же, как на фиг. 11



Фиг. 13. Плотности вероятности для данных эксперимента: *a* – неотфильтрованная $F(u, \Delta)$, *б* – реконструированное u и остаточная Δ , $F(u^{\text{rec}}, \Delta^{\text{res}})$; уровни изолинии такие же, как на фиг. 11

ях u , т.е. около полосчатых структур. В отличие от случая плазебо, подобное поведение наблюдается также в совместной плотности вероятности реконструированной u и остаточной Δ , как это видно на фиг. 11, б. Здесь максимумы F при $\Delta^{\text{res}} = 0$ и -0.02 достигаются соответственно при $u^{\text{rec}} = 12.5$ и 11 . Расстояние между этими максимумами можно рассматривать как количественную меру взаимосвязи между полосчатыми структурами и вихрями. Для неотфильтрованного поля это расстояние равно 2.5 , в то время как для отфильтрованного случая оно уменьшается до 1.5 , но все же остается ненулевым. Этот результат объективно подтверждает визуальное впечатление о том, что имеется статистическая зависимость между полосчатыми структурами и истинными вихрями в результатах численного расчета.

Для сравнения на фиг. 12 показана плотность вероятности остаточного поля и остаточного u и реконструированной Δ . Оба рисунка весьма схожи с соответствующими рисунками для плазебо (которые по этой причине и не приведены) и указывают на статистическую независимость соответствующих параметров.

Плотности вероятности для данных эксперимента на фиг. 13 выявили многочисленные локальные максимумы $F(u, 0)$, которые могут указывать на наличие небольшой ошибки в этих данных эксперимента. Помимо этого, как можно видеть на фиг. 13, *a*, абсолютный максимум $F(u, 0)$ достигается при большем значении u , чем максимум $F(u, -0.15)$, что подтверждает наличие статистической зависимости между u и Δ . В отличие от случая данных численного расчета, фильтрация значительно ослабляет эту зависимость: на фиг. 13, *б* максимум $F(u, 0)$ достигается при большем значении u , чем максимум $F(u, -0.15)$, что также указывает на наличие статистической зависимости полосчатых

чатых структур и истинных вихрей, но в этом случае разница в положении максимумов может быть в пределах ошибки измерений данных.

Заключение. Существование связи между полосчатыми структурами и другими организованными структурами, наблюдаемыми в турбулентных течениях, представляется вполне естественным. Такое интуитивное ощущение может, однако, привести к заблуждению. Проверка с помощью плагсебо позволяет обеспечить объективность интерпретации данных. Настоящее исследование было ограничено двумя факторами. Во-первых, предельная простота использованного плагсебо привела к тому, что разделение фильтрованием полосчатых структур и истинных вихрей в плагсебо оказалось очень простым. Более реалистичное плагсебо позволило бы проверить также и технику фильтрации. Во-вторых, не было возможности изменять условия численного или физического эксперимента на основе результатов проводимого анализа, так как только данные, полученные в прошлом, могли быть использованы. По этой причине остается неясным, до какой степени несовершенство примененного фильтра повлияло на результаты. В частности, неясно, отражает ли наблюдаемая статистическая зависимость между полосчатыми структурами и отфильтрованными вихрями существование статистической зависимости между этими структурами и истинными вихрями, или это наблюдение целиком является результатом неполного фильтрации.

Для результатов численного расчета и эксперимента обнаружено, что хотя фильтрация и не уничтожает полностью статистическую зависимость между полосчатыми структурами и вихрями, оно значительно ее ослабляет. Следовательно, можно заключить, что значимая для динамики зависимость между полосчатыми структурами и истинными вихрями меньше, чем зависимость между полосчатыми структурами и вихрями, непосредственно визуализированными в неотфильтрованном поле.

В обоих рассмотренных случаях обнаружено, что связь между полосчатыми структурами и вихрями, наблюдаемая с помощью галилеевой декомпозиции и анализа степени закрутки, не вполне отражает истинное взаимоотношение между полосчатыми структурами и остальными элементами поля течения. В значительной мере такая связь – артефакт, созданный этими методами идентификации вихрей. Можно заключить, что применение техники плагсебо должно быть обязательным элементом при каждой интерпретации данных о структуре турбулентного течения.

Часть настоящей работы была поддержана грантом EPSRC GR/R64964/01 (UK Turbulence Consortium Grant).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойко А.В., Грек Г.П., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 327 с.
2. Chernyshenko S.I., Baig M.F. The mechanism of streak formation in near-wall turbulence // J. Fluid Mech. 2005. V. 44. P. 99–131.
3. Adrian R.J., Christensen K.T., Liu Z.-C. Analysis and interpretation of instantaneous turbulent velocity fields // *Experim. Fluids*. 2000. V. 29. № 3. P. 275–290.
4. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. A general classification of three-dimensional flow field // *Phys. Fluids A*. 1990. V. 2. № 5. P. 765–777.
5. Marusic I. On the role of large-scale structures in wall turbulence // *Phys. Fluids*. 2001. V. 13. № 5. P. 735–743.
6. Smirnov A., Shi S., Celik I. Random flow generation technique for large eddy simulations and particle-dynamics modeling // *Trans. ASME. J. Fluids. Engng*. 2001. V. 123. № 2. P. 359–371.
7. Osborne D.R., Vassilicos J.C., Haigh J.D. One particle two-time diffusion in three-dimensional homogeneous isotropic turbulence // *Phys. Fluids*. 2005. V. 17. № 3. P. 035104.1–035104.11.
8. Kawahara G., Jiménez J., Uhlmann M., Pinelli A. The instability of streaks in near-wall turbulence // *Annu. Res. Briefs*. 1998. CTR. P. 155–170.

9. *Hu Z., Morfey Chr.L., Sandham N.D.* Sound radiation in turbulent channel flows // *J. Fluid. Mech.* 2003. V. 475. P. 269–302.
10. *Tomkins C.D., Adrian R.J.* Spanwise structure and scale growth in turbulent boundary layers // *J. Fluid. Mech.* 2003. V. 490. P. 37–74.
11. *Spalart P.R.* Direct simulation of a turbulent boundary layer up to Re-1410 // *J. Fluid. Mech.* 1988. V. 187. P. 61–98.
12. *Robinson S.* Coherent motions in the turbulent boundary layer // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1991. V. 23. P. 601–639.
13. *Berkooz G., Holmes P.J., Lumley J.L.* The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1993. V. 25. P. 539–575.
14. *Hu Z., Sandham N.D.* DNS databases for turbulent Couette and Poiseuille flow // Technical Report 01/04.2001. AFM Research group, SES, Univ. Southampton, 2001.
15. *Di Cicca G.M., Iuso G., Spazzini P.G., Onorato M.* Particle image velocimetry investigation of turbulent boundary layer manipulated by spanwise wall oscillations // *J. Fluid. Mech.* 2002. V. 467. P. 41–56.

Саутгемптон,
Москва

Поступила в редакцию
25.I.2006