

УДК 532.54.031

© 2006 г. В. П. КАРЛИКОВ, А. В. РОЗИН, С. Л. ТОЛОКОННИКОВ

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОТОКА ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУЙНОЙ ПРЕГРАДОЙ

Представлен экспериментальный и численный анализ особенностей взаимодействия плоского горизонтального потока воды в прямоугольном канале (свободного водотока) с плоской малой толщины струей воды (водяной струйной завесой), вытекающей вертикально либо из щелевого сопла в дне канала, либо из гребня твердого водослива со скоростью, существенно (в несколько раз) превышающей скорость воды в канале. Для численных расчетов использовался предварительно оттестированный на основе полученных экспериментальных данных пакет вычислительных программ STAR-CD.

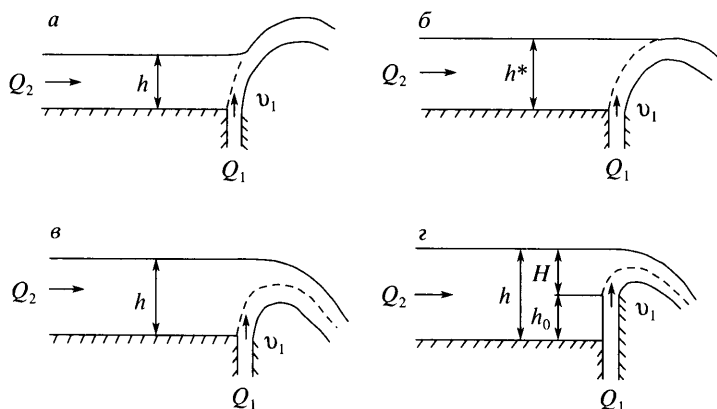
Изучена зависимость уровня воды в потоке на определенном расстоянии перед струйной преградой от основных характеристик струи и расхода потока в горизонтальном канале. Обнаружена возможность существования в области контакта потоков и стационарных, и нестационарных (автоколебательных) режимов течения. Выделены случаи с “эжекционным” и с “эжекционно-водосливным” видами стационарного взаимодействия потока со струей. Установлен критерий, разделяющий эти режимы. Введено понятие твердого водослива, эквивалентного струйной завесе, и получена приближенная зависимость его высоты от определяющих параметров задачи. Исследована возможность эффективного управления уровнем воды перед твердым водосливом с острой кромкой с помощью плоской водяной струи, подаваемой из его гребня. Найдена граница перехода к автоколебательным режимам взаимодействия потоков в области их контакта. Описана структура таких течений и возможный механизм их возникновения.

В рамках модели идеальной несжимаемой жидкости в приближенной постановке для “тонкой” струи найдена аналитическая зависимость максимально возможной глубины водоема с покоящейся тяжелой жидкостью, огражденного вертикальной струйной преградой, от характеризующих ее параметров.

Ключевые слова: струйное течение, вязкая жидкость, струйная завеса, эжекция, водослив, взаимодействие потоков, вихревые образования, автоколебания.

Изучение струй конечной ширины занимает заметное место в теории струйных течений, что связано в определенной степени со многими их практическими приложениями. Одним из примеров является использование таких струй в летательных аппаратах на воздушной подушке. Известны схемы, в которых необходимое для создания подъемной силы повышенное давление под днищем аппарата поддерживается струйной завесой, образующейся при истечении воздуха через щелевое сопло, расположенное по периферии машины. Простейшие схемы такого рода и приближенная гидродинамическая теория представлены, например, в [1].

Определенный круг задач, относящихся к случаю висения таких аппаратов над поверхностью воды, связан с выполненным в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости анализом взаимодействия воздушных струйных завес на некотором участке их границы с поверхностью тяжелой жидкости (воды) [2–4]. Воздушные или водяные струи находят широкое применение в струйной пневмогидроавтоматике, где эффект их



Фиг. 1. Схемы стационарных режимов: эжекционный (а); предельно-эжекционный (б); эжекционно-водосливный (в); с истечением струи из гребня водослива (з)

соударения лежит в основе работы струйных усилителей, например, дискретного усилителя [4, 5].

Известно также применение воздушных струйных завес в качестве препятствия проникновению в помещение больших масс холодного воздуха через открытые или частично открытые двери или проемы.

Имеется большое число работ, в которых рассматриваются водяные струи с очень малой толщиной. Свободные тонкие пленки изучаются с 1833 г., когда появился трактат Савара [6], в котором описаны их основные свойства и способы создания. Огромное число работ посвящено изучению устойчивости течений в тонких свободных пленках и в их числе известные работы Капицы [7] и Тейлора [8].

Примером практического использования таких струй жидкости может служить создание с их помощью тонкостенных замкнутых куполообразных пленок (“пузырей”) с разными значениями давления внутри и вне их [9, 10]. Такие пузыри применялись, в частности, для измерения малых перепадов давления.

Исследовалась также возможность использования тонких свободных жидкостных струй в качестве фильтров для защиты от пыли (в промышленных дымоходах), теплового излучения (в горячих цехах), увлажнителях воздуха и др.

Представленные ниже результаты изучения тонких жидкостных струйных завес свидетельствуют о возможности использования их для управления потоками жидкости в открытых руслах или при истечении жидкостей из сосудов, что существенно для организации некоторых технологических процессов.

1. Общий вид рассматриваемых в настоящей работе схем плоских стационарных течений жидкости представлен на фиг. 1.

На фиг. 1, а показана схема названного эжекционного режима взаимодействия плоского потока воды, текущего вдоль горизонтального прямоугольного канала с расходом Q_2 и средней скоростью v_2 , со струей воды с расходом Q_1 , вытекающей с существенно большей скоростью v_1 из примыкающего к его дну вертикального плоского канала шириной δ . Высота уровня воды в потоке h при рассматриваемых в экспериментах расходах Q_2 на значительном протяжении вдоль канала перед струйной преградой оставалась практически одинаковой.

На этой схеме штриховой линией показан затопленный участок границы струи, в окрестности которого имеет место эжектирование жидкости из натекающего потока. Такой стационарный режим возможен лишь в случае, когда расход Q_2 равен количеству жидкости, эжектируемой струей. Схема предельного варианта этого режима, называе-

мого далее предельно-эжекционным, показана на фиг. 1, б. Высота уровня воды в этом случае обозначена $h = h^*$.

В эжекционно-водосливном режиме взаимодействия (фиг. 1, в) в области контакта струи с потоком также имеет место эжектирование воды струей, но, кроме того, реализуется и перетекание потока через существенно деформированную струю.

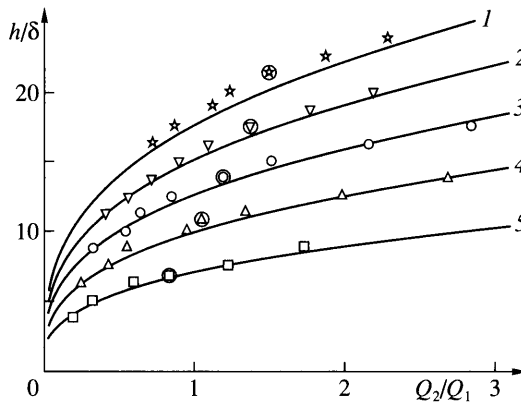
Схема на фиг. 1, г отличается от уже представленных наличием твердого водослива высотой h_0 , внутри которого имеется узкий плоский вертикальный канал шириной δ , через который из гребня водослива может подаваться струя воды с расходом Q_1 и средней скоростью в выходном сечении v_1 . При $Q_1 = 0$ происходит перетекание потока с расходом Q_2 через твердый водослив (совершенный водослив) с напором H_0 (напор с учетом подтекания жидкости). При $Q_1 \neq 0$ в зависимости от соотношения расходов Q_1 и Q_2 также могут наблюдаться либо эжекционный, либо эжекционно-водосливный стационарные режимы взаимодействия этих потоков. В отличие от схем без твердого водослива в этой схеме в окрестности начальной точки контакта потока и струи течение имеет характер скорее спутного, чем ударного взаимодействия.

Схемы с нестационарным характером взаимодействия потоков описаны ниже.

2. Установка для экспериментального изучения взаимодействия водяной струйной преграды с горизонтальным потоком воды представляла собой лоток длиной 70 см с горизонтальным дном и гладкими прозрачными параллельными боковыми стенками из оргстекла, расстояние между которыми было равно 1 см. С одного конца установки в нее подавалась с расходом Q_2 вода, которая, проходя через сеточный фильтр, перемещалась далее по дну установки в виде спокойного потока. На другом конце установки в случае схем а, б, в к дну лотка примыкал плоский вертикальный канал шириной $\delta = 4$ мм, из которого вытекала струя воды с расходом Q_1 . В схеме на фиг. 1, г такой канал размещался внутри твердого водослива. Расходы Q_1 и Q_2 в опытах определялись весовым способом. Глубина h натекающего потока измерялась с точностью до 1 мм на расстоянии $l = 50\delta$ от выходного сечения вертикального канала. Однако уже при $l/\delta \geq 2.5$ в каждом из исследованных стационарных режимов течения величина h оставалась в пределах указанной точности измерений практически одинаковой. Даже при нестационарных (автоколебательных) режимах взаимодействия потоков в области их контакта относительный уровень h/δ вдоль напорного участка свободной границы уже при удалении на расстояния $l/\delta > 15$ был практически одинаковым и не менялся со временем. Расход Q_2 и средняя скорость v_2 изменялись в диапазонах $15 \text{ см}^3/\text{с} \leq Q_2 \leq 230 \text{ см}^3/\text{с}$, $6 \text{ см}/\text{с} \leq v_2 \leq 25 \text{ см}/\text{с}$. Глубины потока h находились в диапазоне $2 \text{ см} \leq h \leq 9 \text{ см}$, т.е. всегда превышали критическую глубину $h_k = \sqrt[3]{\alpha q^2 / g}$, где $q = Q_2/b$, b – ширина канала, g – ускорение силы тяжести, α – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению. Следовательно, согласно критериям, принятым в гидравлике [10], состояние натекающего потока перед преградой при стационарных режимах было спокойным.

Расход Q_1 и скорость v_1 струи воды, вытекающей из канала в дне установки, изменялись в диапазонах $40 \text{ см}^3/\text{с} \leq Q_1 \leq 120 \text{ см}^3/\text{с}$, $100 \text{ см}/\text{с} \leq v_1 \leq 300 \text{ см}/\text{с}$, $(3 \cdot 10^3 \leq \text{Re} = v_1 \delta / \nu \leq 1.2 \cdot 10^4)$, ν – кинематический коэффициент вязкости, т.е. течение в струе было турбулентным. В случае истечения струи из твердого водослива рассматривался также ламинарный режим течения в вертикальном канале.

Как показали сделанные оценки и контрольные расчеты, потери напора Δh , связанные с преодолением сил трения, при имевших место в опытах длине и ширине канала, пренебрежимо малы ($\Delta h < 0.05$ см). Поэтому из соображений теории размерности на основе П-теоремы в рассматриваемых условиях проведения опытов можно считать, что



Фиг. 2. Зависимость относительной глубины h/δ от отношения расходов в потоке и струе Q_2/Q_1 при F_1 : 15.1; 12.6; 10.1; 7.6; 5.1; (1–5 – точки – эксперимент, линии – расчет)

измеряемая относительная величина глубины жидкости перед струйной преградой определяется главным образом силами инерции и тяжести, т.е.

$$\frac{h}{\delta} = f\left(\frac{v_1}{\sqrt{g\delta}}, \frac{Q_2}{Q_1}\right) \tag{2.1}$$

где $v_1/\sqrt{g\delta} = F_1$ – число Фруда для струйной преграды, $Q_1 = v_1\delta$.

3. Результаты экспериментов, в которых определялась величина h/δ , представлены на фиг. 2.

Среди экспериментальных точек, соответствующих каждому фиксированному значению числа Фруда F_1 , дополнительными кружочками выделены точки h^*/δ , соответствовавшие предельно-эжекционному режиму, т.е. границе перехода от стационарных эжекционных к эжекционно-водосливным режимам взаимодействия потока и струи. Значения h^*/δ при разных F_1 зависят от значения Q_2/Q_1 .

Для каждого F_1 часть экспериментальных точек при малых Q_2/Q_1 относится к нестационарным (автоколебательным) режимам взаимодействия потоков в области их контакта.

Все приведенные на фиг. 2 результаты оказалось возможным представить в исследованных диапазонах F_1 и Q_2/Q_1 в виде единой универсальной зависимости $h/(\delta F_1) = \varphi(S)$, $S = Q_2/(Q_1\sqrt{F_1})$ (фиг. 3).

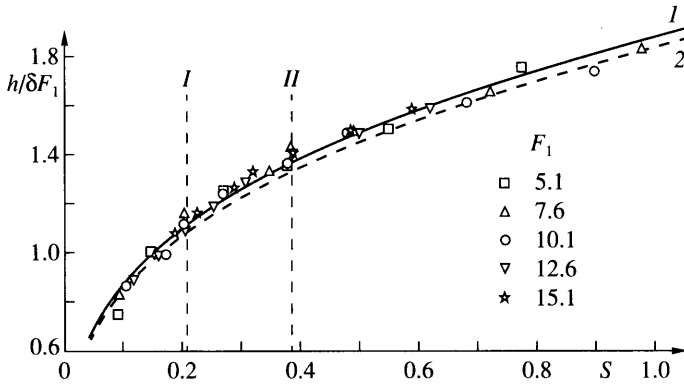
Сплошная линия на графике представляет собой найденную после обработки экспериментальных данных методом наименьших квадратов зависимость:

$$\frac{h}{\delta F_1} \approx 1.87 \left(\frac{Q_2}{Q_1\sqrt{F_1}} \right)^{1/3} \tag{3.1}$$

откуда для относительной глубины потока перед струйной преградой следует формула

$$\frac{h}{\delta} \approx 1.87 \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^{1/3} F_1^{5/6}$$

Границе перехода от эжекционных к эжекционно-водосливным режимам взаимодействия соответствует значение параметра $S \approx 0.38$ (вертикальная прямая II на фиг. 3), т.е.



Фиг. 3. Универсальная зависимость h/δ от Q_2/Q_1 и F_1 . 1 – аппроксимация экспериментальных данных, 2 – результат численного расчета. I – граница между стационарными и нестационарными режимами, II – граница между эжекционным и эжекционно-водосливным режимами

для предельно-эжекционного режима $Q_2/Q_1 \approx 0.38 \sqrt{F_1}$ и согласно (3.1) справедлива формула $h^*/\delta \approx 1.35F_1$.

Таким образом, значения h^*/δ и Q_2/Q_1 при этих режимах зависят только от числа Фруда струйной завесы.

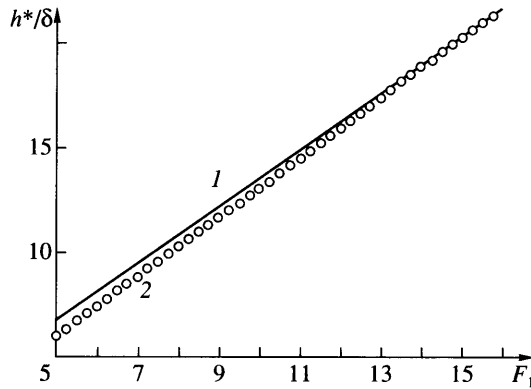
Границей, отделяющей стационарные режимы от автоколебательных режимов взаимодействия, является значение параметра $S \approx 0.21$ (прямая I на фиг. 3). Согласно (3.1), нестационарным режимам взаимодействия при заданном числе Фруда F_1 соответствуют значения $Q_2/Q_1 \leq 0.21 \sqrt{F_1}$ и $h/\delta \leq 1.12F_1$.

Представляло интерес сравнить зависимость $h^*/\delta \approx 1.35F_1$ с приближенной теоретической, найденной в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости для случая водоема с покоящейся жидкостью, огражденного плоской струйной завесой. Из системы обыкновенных дифференциальных уравнений неразрывности и движения, записанных для струи [11] в предположениях о ее тонкости, равенстве нулю скорости в водоеме и наличии гидростатического распределения давления на линии контакта жидкости со струей, получается следующая формула для определения значения h^{**}/δ – максимально возможной относительной глубины водоема, удерживаемой струей, при заданном значении числа Фруда F_1

$$F_1 = \sqrt{\frac{h^{**}}{\delta} + \sqrt{\left(\frac{h^{**}}{\delta}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{h^{**}}{\delta}\right)^4}}$$

Удивительна близость показанных на фиг. 4 зависимостей для h^*/δ и h^{**}/δ в исследованном диапазоне $5 \leq F_1 \leq 15$, несмотря на отсутствие в используемой модели эжекции и наличие взаимодействия между покоящейся в водоеме жидкостью и струей, связанного только с переменной гидростатического давления на контактной границе. Отличие значений h^*/δ от h^{**}/δ , например, при $F_1 = 5.1$ не превышает 12%, а при $F_1 = 15.1$ оно равно 0.1%, т.е. практически отсутствует.

4. Найденная экспериментальная зависимость (3.1) позволяет для всех стационарных режимов ввести понятие об эквивалентном твердом водосливе, т.е. водосливе прямоугольного поперечного сечения со свободной струей без бокового сжатия, обеспечивающем создание при заданных значениях Q_2 тех же глубин h , что и струйная завеса.



Фиг. 4. Экспериментальная зависимость h^*/δ от числа Фруда F_1 при предельно-эжекционном режиме (1) и приближенная теоретическая зависимость для объема покоящейся жидкости, удерживаемого струйной завесой (2)

Для расхода через водослив обычно используется формула $Q = m_0 \sqrt{2g} H^{3/2}$, где H – напор над ребром водослива, m_0 – коэффициент расхода водослива. Как правило, формула для m_0 , зависящего от многих факторов, находится экспериментально [10]. С этой целью в широких диапазонах скоростей потока в канале и напоров для водосливов с высотой $h_0 = 3, 4, 5$ см на используемой установке была проведена серия опытов, которая позволила получить формулу $m_0 = 0.453 + 0.028H/h_0$.

Сделанные оценки показали, что с относительной погрешностью, не превышающей 2%, вместо полученной формулы для рассмотренных в настоящей работе диапазонов значений определяющих параметров можно полагать $m_0 \approx 0.479$, а для расхода через водослив использовать формулу

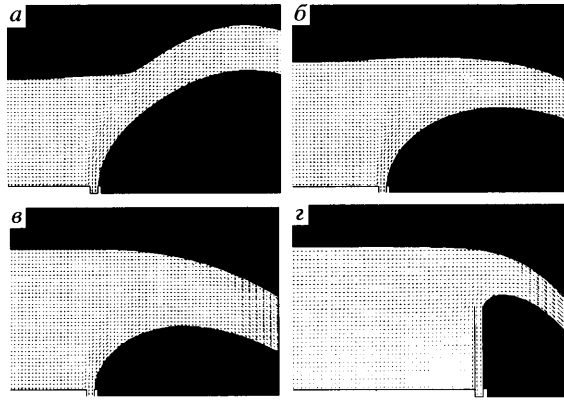
$$Q \approx 0.677 g^{1/2} H^{3/2} \tag{4.1}$$

Тогда из (3.1), (4.1) и условия $Q_2 = Q$ получается формула для высоты эквивалентного твердого водослива $h_0^e = h - H$:

$$\frac{h_0^e}{\delta} \approx 1.87 F_1^{1/2} \bar{Q}_2 - 1.3 \bar{Q}_2^2, \quad \bar{Q}_2 = Q_2^{1/3} / (g^{1/6} \delta^{1/2})$$

5. Численное моделирование исследуемых течений проводилось с использованием вычислительного пакета STAR-CD (лицензия НИИ механики МГУ). Ставились две цели: оттестировать применение метода на примере задачи, где имеется большой объем экспериментальных данных, и в случае положительных результатов тестирования получить дополнительную информацию о структуре и других особенностях изучаемых течений.

Геометрия расчетной области, составленной из одного слоя трехмерных прямоугольных ячеек, соответствовала экспериментальной установке. На боковых границах ставилось условие зеркальной симметрии, т.е. исследовалась плоская задача. Решались система уравнений Рейнольдса и уравнение неразрывности для двух вязких тяжелых несмешивающихся жидкостей. Жидкости считались несжимаемыми и нетеплопроводными. “Легкая” и “тяжелая” жидкости (терминология пакета STAR-CD) соответствовали воздуху и воде в эксперименте. Для замыкания уравнений Рейнольдса использовалась $k - \epsilon$



Фиг. 5. Контуры границ жидкости для характерных режимов взаимодействия при $F_1 = 12.6$ и $S = 0.31; 0.38; 0.62$ (а, б, в). Водослив со струей: $h_0 = 4$ см, $Q_2 = 60.6$ см³/с, $Q_1 = 28$ см³/с (г)

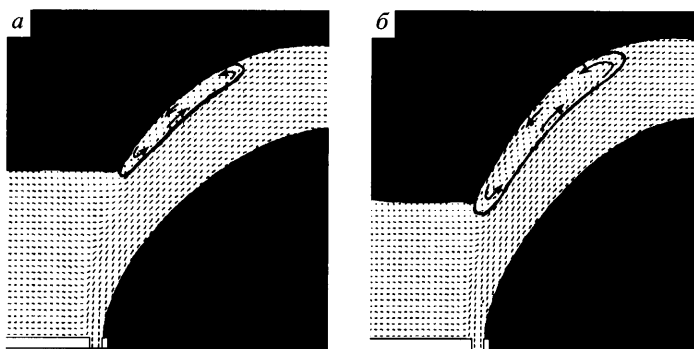
модель турбулентности для течений с большими числами Рейнольдса. Применялся метод установления, т.е. задача решалась как нестационарная и расчет велся до выхода на стационарный или некоторый периодический режим взаимодействия потоков. Для нахождения в каждый момент времени формы свободной поверхности применялся метод Volume of Fluid (VOF). Неявная расчетная схема в численной задаче строилась методом конечного объема, использовались противопоточные разности первого порядка аппроксимации. Полученная в результате дискретизации система алгебраических уравнений решалась методом итераций по давлению (PISO). Расчеты проводились также и с другими моделями турбулентности. Оказалось, что выбор модели турбулентности слабо влияет на результаты численного моделирования.

Общий вид границ жидкости при стационарном взаимодействии потоков, полученный с использованием численного метода для некоторых характерных режимов, показан на фиг. 5.

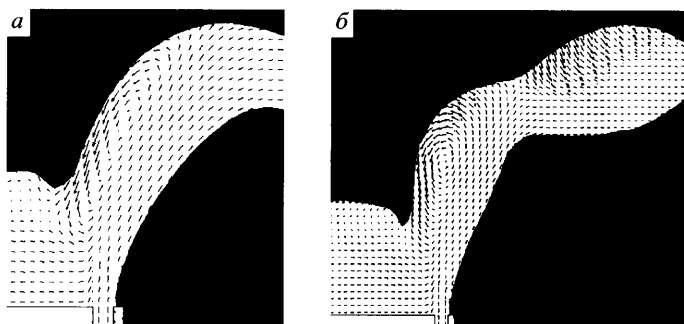
Результаты выполненных расчетов глубины h для различных значений Q_2 , Q_1 и F_1 представлены на фиг. 3 линией 2. Для $h/(\delta F_1)$ после аппроксимации расчетных данных получается формула, отличающаяся от экспериментальной лишь значением коэффициента (1.83 вместо 1.87). Зависимости h/δ от Q_2/Q_1 для разных F_1 , полученные расчетом, показаны на фиг. 2 линиями 1–5. Соответствующие им значения относительных напоров h/δ близки к найденным в экспериментах.

Сравнение экспериментальных и численных результатов свидетельствует о достаточной эффективности применяемого метода расчета и правильности принятых при его использовании допущений.

Положительность результата тестирования расчетного метода позволила применить его для оценки возможности использования метода струйных завес как средства управления режимом течения через твердый водослив (фиг. 1, 2). Установлено, например, что в частном случае $Q_2 = 60.6$ см³/с, $h_0 = 4$ см, $H = 2$ см для значений расходов воды в выпускаемой из гребня водослива вертикальной струе Q_1 : 12, 20, 28 и 40 см³/с при числах Фруда F_1 : 1.5; 2.5; 3.5 и 5 высота эквивалентного водослива h_0^e равна соответственно 4.3; 4.6; 4.9 и 5.4 см. Эти результаты свидетельствуют о возможности управления в определенных пределах с помощью струйной завесы глубиной жидкости и перед твердой преградой, что иногда является необходимым по технологическим соображениям.



Фиг. 6. Циркуляционные зоны (вихревые образования) при стационарных эжекционных режимах взаимодействия: $F_1 = 12.6$; $S = 0.25$; 0.21 (а, б)



Фиг. 7. Структура течений при нестационарных режимах взаимодействия потока со струйной преградой в некоторые фиксированные моменты времени при $F_1 = 12.6$; $S = 0.16$; 0.12 (а, б)

6. Хорошее совпадение результатов измерения искомой характеристики h/δ в опытах и получаемых расчетным путем явилось основанием для попытки использования метода STAR-CD с целью получения представления о структуре исследуемых течений и выяснения сценария перехода от стационарных режимов взаимодействия потоков к автоколебательным.

Численный анализ структуры течения при стационарных эжекционных режимах взаимодействия показал, что с уменьшением значения параметра S по мере удаления от предельно-эжекционного режима ($S \approx 0.38$) в окрестности верхней границы свободной струи начинает возникать замкнутая стационарная область циркуляционного течения (вихревое образование). Размеры ее растут по мере приближения к значению $S \approx 0.21$, соответствующему началу появления автоколебаний. На фиг. 6 показана структура таких течений для S , равных 0.25 и 0.21 . Граница области циркуляционных течений очерчена сплошной линией.

При $S < 0.21$ течение перестает быть стационарным. Вначале вихревая область начинает периодически увлекаться струей, вызывая периодические колебания струи. Возникает достаточно регулярный автоколебательный режим. На фиг. 7 для значений S , равных 0.16 и 0.12 , показаны соответствующие некоторым моментам времени полученные расчетом картины таких течений. Хорошо заметны вихревые структуры, уносимые струей. Частота колебаний струи в исследованном диапазоне $0.09 \leq S \leq 0.21$ мало изме-

няется и близка к 7 Гц. Амплитуда колебаний струи уменьшается с уменьшением параметра S . При дальнейшем уменьшении S регулярность колебательного режима может нарушаться.

Недостаточный объем полученной информации о колебательных режимах не позволяет сделать более точный анализ зависимости их частоты и амплитуды от определяющих параметров. Этот и последующие режимы взаимодействия потоков требуют специального рассмотрения.

Можно в заключение раздела указать очевидную причину возникновения с уменьшением параметра S в весьма узком диапазоне его значений стационарных циркуляционных зон и перехода к нестационарным режимам взаимодействия потоков.

Уменьшение параметра $S = Q_2 / (Q_1 \sqrt{F_1})$ можно трактовать как рост скорости вертикальной струи. Вызванное этим уменьшение степени отклонения струи от вертикали приводит в определенный момент к возникновению под действием силы тяжести в окрестности верхней границы струи возвратного течения частиц жидкости. Взаимодействие этого течения с основным потоком в струе создает условия для формирования в струе замкнутой области циркуляционного течения. Дальнейшее повышение скорости струи приводит к увеличению размеров этой области и интенсивности течения в ней. Затем следует периодическое увлечение ее струей и переход к колебаниям. Как показывают эксперименты и расчет, в случае струйных преград со значительными углами отклонения от вертикали β (например, при $\beta > 20^\circ$), все выше указанные возвратные течения не возникают, и существуют только стационарные режимы без циркуляционных зон.

Заключение. Найдена экспериментально и получена численным расчетом с использованием пакета программ STAR-CD универсальная зависимость глубины потока в канале перед водяной струйной преградой от определяющих параметров задачи. Установлено, что отношение расходов Q_2 и Q_1 , а также значения относительной глубины h^*/δ на границе, разделяющей эжекционный и эжекционно-водосливный стационарные режимы течения в области взаимодействия потока со струйной завесой, зависят только от числа Фруда струйной преграды. Введено понятие и найдена высота “эквивалентного” твердого водослива, создающего перед собой напор жидкости, одинаковый с возникающим перед струйной преградой. Изучена возможность управления уровнем потока в канале с твердым водосливом с помощью вертикальной плоской струи воды, вытекающей из его гребня. На основе численного анализа течений установлено существование области значений параметров, характеризующих поток в канале и струйную завесу, в которой взаимодействие потоков имеет нестационарный, сначала автоколебательный характер. Обнаружено, что переход к нестационарным режимам связан с перестройкой течения в струе под действием силы тяжести при незначительных отклонениях струи от вертикали. Он сопровождается возникновением в струе крупномасштабных вихревых образований. Отношение расходов потока в канале и струе и относительная глубина h/δ на границе, разделяющей эти режимы, зависят только от числа Фруда струйной преграды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 04-01-00365, 05-01-00375) и грантов Президента РФ (НШ-1481.2003.1, МК-4041.2005.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанов Г.Ю. Гидродинамическая теория аппаратов на воздушной подушке. М.: Машгиз, 1963. 95 с.
2. Цельник Д.С. Нелинейная задача о тонкой струе, натекающей на поверхность тяжелой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 3. С. 26–31.

3. *Цельник Д.С.* К задаче о струе, натекающей на поверхность тяжелой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 2. С. 82–89.
4. *Гуревич М.И.* Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
5. *Залманзон Л.А.* Аэрогидродинамические методы измерения входных параметров автоматических систем. М.: Наука, 1973. 464 с.
6. *Savart F.* Mémoire sur le choc deux veines liquides animées de mouvements directement opposes // Annal. Chim. Phys. 1833. Т. 55. Р. 257–310.
7. *Капица П.Л.* Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ. 1949. Т. 18. № 1. С. 3–28.
8. *Taylor G.* Formation of thin flat sheets of water // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1960. V. 259. № 1296. Р. 1–17.
9. *Hopwood F.L.* Water bells // Proc. Phys. Soc. 1952. V. 65. Pt 1. Р. 2–5.
10. *Агроскин И.И., Дмитриев Г.Т., Пикалов Ф.И.* Гидравлика. М.; Л.: Энергия, 1964. 352 с.
11. *Казеннов А.К., Каллистов Ю.Н., Карликов В.П., Шоломович Г.И.* Исследование тонких кольцевых струй несжимаемой жидкости // Тр. НИИ механики МГУ. 1970. № 1. С. 21–33.

Москва

Поступила в редакцию
14.VI.2005