

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ВЫНУЖДЕННОГО ТЕЧЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКЦИИ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Рассматривается влияние продольного вынужденного движения жидкости на механизмы неустойчивости конвективного течения, возникающего в плоском вертикальном слое в присутствии внутренних источников тепла. Установлено, что вынужденное движение, усиливающее центральный поток конвективного течения, может привести к умеренной стабилизации гидродинамических и тепловых механизмов кризиса. В присутствии встречного вынужденного движения устойчивость течения резко возрастает.

Ключевые слова: конвекция, вынужденное движение, устойчивость, внутренние источники тепла.

Несжимаемая жидкость находится в плоском вертикальном слое толщиной $2h$. Границы слоя находятся при одинаковых температурах. Внутри слоя однородно распределены источники тепла с мощностью энерговыделения в единице объема Q . Внутренний разогрев приводит к формированию подъемно-опускного течения. Течение состоит из восходящего центрального потока и двух конвективных потоков, нисходящих около границ слоя.

Устойчивость такого течения хорошо изучена [1, 2]. При малых числах Прандтля кризис течения связан с развитием вихрей на двух границах встречных потоков. Нижняя мода неустойчивости связана с цепочками вихрей, сдвинутых относительно друг друга (четная относительно поперечной координаты функция тока возмущений скорости). С увеличением числа Прандтля минимальное критическое число Грасгофа монотонно уменьшается, длина волны критических возмущений возрастает. С ростом числа Прандтля на нейтральной кривой формируется замкнутая петля. При больших числах Прандтля за кризис течения ответственны бегущие тепловые волны, их фазовая скорость при этом достаточно велика.

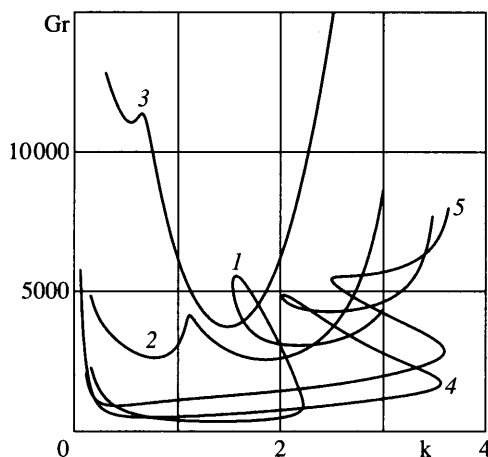
В [3] рассматривалось влияние на устойчивость конвективного течения в слое с внутренними источниками тепла встречного движения границ слоя, когда вынужденное течение является плоским течением Куэтта. Установлено, что присутствие вынужденного движения приводит сначала к небольшой стабилизации течения (минимальные числа Грасгофа меняются незначительно), а затем, с ростом числа Рейнольдса, – к резкому повышению устойчивости комбинированного течения. В данной работе рассматривается влияние плоского течения Пуазейля на устойчивость свободно-конвективного течения, вызываемого внутренними источниками тепла.

Рассмотрение линейной устойчивости течения относительно малых нормальных плоских возмущений скорости и температуры приводит к спектральной краевой задаче

$$\lambda \Delta \varphi + v_0 i k \varphi - v_0'' i k \varphi = \Delta \Delta \varphi + \vartheta' \quad (1)$$

$$\lambda \Delta \vartheta + v_0 i k \vartheta - T_0' i k \varphi = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \vartheta$$

$$\Delta = \frac{d^2}{dx^2} - k^2, \quad x = \pm 1: \varphi = \varphi' = \vartheta = 0 \quad (2)$$



Фиг. 1. Нейтральные кривые комбинированного течения: $Re = 0, 100, 500, -50, -100$ (кривые 1–5)

Здесь $\vartheta(x)$ и $\varphi(x)$ – амплитуды возмущений температуры и функции тока, k – волновое число, λ – инкремент возмущений, штрихом обозначено дифференцирование по горизонтальной координате x .

Краевая задача (1)–(2) приведена в безразмерном виде. Выбраны следующие единицы измерения: расстояния – h , времени – h^2/ν , температуры – $v^2/g\beta h^3$. Задача содержит три безразмерных параметра подобия: число Грасгофа $Gr = g\beta h^5 Q/\rho c_p \nu^2 \chi$ (ρ – средняя плотность, c_p – теплоемкость единицы массы), число Прандтля $Pr = \nu/\chi$ и число Рейнольдса $Re = V/\nu$ (V – объемный расход жидкости через поперечное сечение слоя).

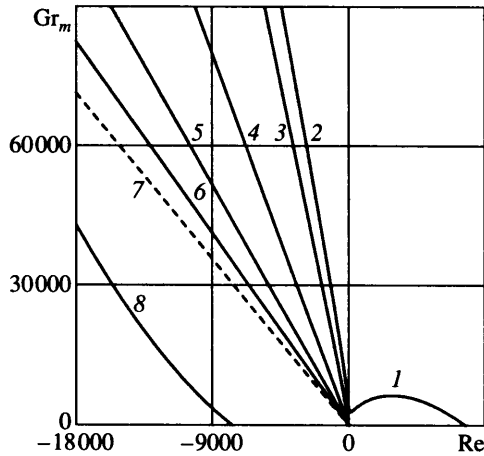
Профили скорости v_0 и температуры T_0 стационарного течения имеют вид

$$v_0 = \frac{Gr}{120}(5x^4 - 6x^2 + 1) + \frac{3}{4}Re(1 - x^2), \quad T_0 = \frac{Gr}{2}(1 - x^2) \quad (3)$$

Стационарное течение является суперпозицией свободно-конвективного течения, вызываемого действием внутренних источников тепла, и напорного течения Пуазейля. При положительных числах Re вынужденное течение и свободноконвективное в центральной части слоя сонаправлены (сопутствующее вынужденное течение). При $Re < 0$ вынужденное течение подавляет центральный конвективный поток (встречное вынужденное течение).

Краевая задача (1), (2) решалась численно методом дифференциальной погонки. При малых числах Pr кризис комбинированного течения (3) связан либо с гидродинамическими возмущениями в виде вихрей на границах встречных потоков (малые $Re > 0$), либо с волнами Толмина–Шлихтинга (большие Re). Нейтральные кривые $Gr(k)$ с увеличением Re сдвигаются в область волновых чисел, характерных для неустойчивости течения Пуазейля.

Более сложная картина кризиса наблюдается при достаточно больших числах Прандтля. На фиг. 1 приведены нейтральные кривые комбинированного течения при $Pr = 10$. Линия 1 показывает положение нейтральной кривой течения в слое с внутренними источниками тепла ($Re = 0$). С усилением вынужденного движения (линии 2, 3, $Re = 100, 500$ соответственно) минимум в длинноволновой части нейтральной кривой поднимается на плоскости $Gr - k$ вверх; попутная прокачка эффективно подавляет развитие бегущих тепловых возмущений. Минимум, связанный с гидродинамически-



Фиг. 2. Карта устойчивости: 1 – $Pr = 0$; $Re > 0$; $Re < 0$; $Pr = 0, 1, 10, 100, 1000, \infty$ (кривые 2–7), 8 – влияние внутренних источников тепла на волны Толмина–Шлихтинга

ми возмущениями, напротив, опускается вниз и сдвигается в сторону меньших волновых чисел. Это и понятно, так как при достаточно большой интенсивности вынужденного течения профиль скорости (3) является в сущности слегка искаженным профилем течения Пуазейля.

При $Re < 0$ наблюдается иная смена роли механизмов неустойчивости течения (на фиг. 1 приведены нейтральные кривые при $Re = -50, -100$ – кривые 4, 5 соответственно). С усилением встречного вынужденного течения петля на нейтральной кривой размыкается, коротковолновые минимумы смещаются вверх и исчезают. С усилением вынужденного движения кризис вызывается возмущениями со все увеличивающейся длиной волны, при этом устойчивость течения резко повышается (отметим, что встречное движение уменьшает градиенты скорости в центральной части канала).

На фиг. 2 приведена сводная карта устойчивости течения. Области неустойчивости расположены выше нейтральных линий. Точки пересечения нейтральных линий с осью $Re = 0$ соответствуют порогу устойчивости свободно-конвективного течения в слое с внутренними источниками тепла. При малых Pr попутное вынужденное движение приводит к небольшой дестабилизации течения. С ростом Pr интервал чисел Рейнольдса, внутри которого возможна дестабилизация течения, уменьшается, и при $Pr > 0.6$ понижение устойчивости наблюдается лишь в присутствии встречного вынужденного течения.

В области $Re > 0$ показано положение границы устойчивости лишь для $Pr = 0$ (кривая 1). Зависимости минимального критического числа Грасгофа от числа Рейнольдса для других значений Pr не приведены, так как их положение отлично от приведенной границы лишь при слабом попутном течении. Видно, что вынужденное движение приводит сначала к стабилизации комбинированного течения. При дальнейшем увеличении Re устойчивость течения понижается. Точка $Gr = 0, Re = 7696$ соответствует минимуму нейтральной кривой плоского течения Пуазейля.

С увеличением интенсивности встречного вынужденного движения наблюдается в целом сильная стабилизация течения (на фиг. 2 кривые 2–7 показывают положение границы устойчивости при $Pr = 0, 1, 10, 100, 1000, \infty$). С увеличением $|Re|$ нейтральные линии быстро выходят на линейные асимптотические зависимости, угловой коэффициент которых является монотонно убывающей функцией числа Прандтля.

Кривая 8 на фиг. 2 показывает влияние внутренних источников тепла на устойчивость течения Пуазейля; ниже кривой течение неустойчиво. В присутствии встречно-

го движения область устойчивости течения на плоскости Gr–Re ограничена по числам Грасгофа сверху (кривые 2–7) и снизу (кривая 8). Численное решение задачи устойчивости в еще большем диапазоне изменения Re показывает, что при любых значениях числа Прандтля верхняя и нижняя границы устойчивости течения пересекаются.

Как отмечалось выше, кризис течения при $Re < 0$ связан с температурными возмущениями, причем волновое число, соответствующее минимумам нейтральных кривых, мало. Можно ожидать, что при подходящих условиях комбинированное течение (3) может быть неустойчиво по отношению к длинноволновым возмущениям. К таким условиям, естественно, следует отнести теплоизолированность границ слоя. Решение краевой задачи (1), (2) с соответствующими граничными условиями для возмущений температуры представляется в виде разложения по степеням волнового числа. Во втором порядке разложения определяется поправка к инкременту λ_2 :

$$\lambda_2 = -\frac{1559250 + 495PeRa + 7425Pe^2 + 8Ra^2}{1559250Pr}$$

Здесь Pe – число Пекле, Ra – число Релея. Требование равенства нулю поправки λ_2 определит положение границы устойчивости течения. Область неустойчивости ограничена по числам Релея сверху и снизу; неустойчивость возможна при $Pe < Pe^* = -8\sqrt{105}$, соответствующее критическое число Релея $Ra^* = 247.5\sqrt{105}$. Границы области неустойчивости имеют асимптоты $Ra_{1,2} = -15(33 \pm \sqrt{33})Pe/16$.

Таким образом, попутное вынужденное движение средней интенсивности приводит к стабилизации конвективного течения в слое с внутренними источниками тепла. При встречном вынужденном движении суперпозиция конвективного и вынужденного течений приводит к сильной взаимной стабилизации. Повышение устойчивости конвективного течения наблюдается и в случае теплоизолированных границ слоя.

Автор благодарит Т.П. Любимову и Д.В. Любимова за полезные обсуждения и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Якимов А.А. Об устойчивости стационарного конвективного движения, вызванного внутренними источниками тепла // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 4. С. 700–705.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Якимов А.А. О двух типах неустойчивости стационарного конвективного движения, вызванного внутренними источниками тепла // ПММ. 1973. Т. 37. Вып. 3. С. 546–568.
3. Лобов Н.И., Шкляев С.В. Влияние движения границ на устойчивость конвективного течения в вертикальном слое с внутренними источниками тепла // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 4. С. 3–8.