

УДК 532.5.013.4:536.25

© 2004 г. Н. Ф. ВЕЛЬТИЩЕВ

## КОНВЕКЦИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ПОСТОЯННЫМ ВНУТРЕННИМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА

На основе численного моделирования конвекции в горизонтальном слое жидкости с постоянным источником тепла сделан вывод, что конвективный поток тепла является постоянным во всем конвективном слое не только в случае стационарных внешних условий, но и в случае нагревания (охлаждения) слоя жидкости с постоянной скоростью. Величина конвективного потока тепла определяется в основном значением числа Релея и слабо зависит от скорости нагревания (охлаждения) слоя.

*Ключевые слова:* конвекция, внутренний нагрев, потоки тепла, численное моделирование.

Вопросам конвекции в горизонтальном слое жидкости с внутренними источниками тепла посвящено достаточно большое количество исследований. Эффекты нагревания и охлаждения слоя жидкости на структуру течений были изучены в экспериментах [1–6]. Продемонстрировано, что при нагревании конвективного слоя со временем образуются квазишестиугольные ячейки с нисходящими движениями в центре, а при остывании – с восходящими движениями в центре. Переход от асимметричной валиковой конвекции при небольших сверхкритических значениях числа Релея ( $Ra$ ) к ячейковой при  $Ra = 10.5 \cdot 10^4$  отмечен в [5]. В экспериментах [4, 6] с водным раствором азотистого серебра был обнаружен ряд дискретных переходов в потоках тепла.

Влияние нелинейности температурного профиля, образующейся под действием внутреннего источника тепла, на конвективные течения в рамках нелинейного анализа, а также численного моделирования было рассмотрено (среди многих других) в [7–15]. В них основное внимание уделялось объяснению асимметрии конвективных течений при нелинейном профиле фоновой температуры. Вопросы переноса тепла исследовались в [10, 13], причем использовалось модифицированное число Нуссельта, в которое входит скорость нагрева конвективного слоя. Кроме этого принимались различные условия на нижней и верхней границах (одна граница идеальный проводник, другая – теплоизолятор). Это делает трудным сопоставление расчетов потоков тепла в нагреваемом слое жидкости с классическим случаем конвекции Релея – Бенара. Следует отметить также, что как в цитируемых выше, так и в других исследованиях по конвекции с внутренним источником тепла не рассматривалось распределение потоков тепла по вертикали.

Настоящая работа в определенной мере восполняет этот пробел и посвящена численному изучению вертикального распределения полных потоков тепла и отдельных его компонентов при небольших и умеренных сверхкритических значениях числа Релея и наличии постоянного внутреннего источника (стока) тепла в рассматриваемом горизонтальном слое жидкости. Задача формулируется таким образом, чтобы результаты можно было сравнить с обширными данными по классической конвекции Релея – Бенара и выяснить общность и различия в процессах теплопередачи при наличии и отсутствии внутренних источников тепла. Основное внимание уделяется вопросам вертикального переноса тепла, хотя при этом неизбежно приходится учитывать и изменения в характере конвективной циркуляции в рассматриваемом диапазоне значений  $Ra$ .

**1. Физическая модель и метод численного решения.** По своей постановке настоящая задача близка к [8]. Рассматривается горизонтальный слой вязкой несжимаемой жидкости с постоянными коэффициентами вязкости  $\nu$  и температуропроводности  $\kappa$ . Фоновое состояние характеризуется уравнениями гидростатики и притока тепла

$$\frac{dp_B}{dz} = -\rho_B g \quad (1.1)$$

$$\eta = \kappa \frac{\partial^2 \theta_B}{\partial z^2} \quad (1.2)$$

где  $p_B$ ,  $\rho_B$  и  $\theta_B$  – давление, плотность и потенциальная температура в фоновом состоянии,  $\eta = \text{const}$  – скорость нагрева. Это предполагает ситуацию, в которой все точки жидкости изменяют температуру с той же скоростью, что и границы, поэтому форма температурного профиля не зависит от времени. Это обстоятельство позволяет решать задачу на установление. При этом предполагается, что на отрезке интегрирования по времени  $\Delta t$  имеет место условие  $\eta \Delta t \ll \theta_B$ , поэтому значение  $\theta_B$  при решении уравнений можно сохранить начальным. Это допущение не очень существенно, если учесть, что  $\theta_B$  входит в данной задаче только в определение числа Грасгофа (Релея).

Так как температура в каждой точке слоя и на границах предполагается изменяющейся с одинаковой скоростью, задача характеризуется постоянной разностью потенциальной температуры между нижней и верхней границами  $\Delta \theta_B = \theta_{B0} - \theta_{B1}$ . С учетом этого обстоятельства и (1.2) формула распределения потенциальной температуры с высотой в слое с границами  $-h/2 \leq z \leq h/2$  имеет вид

$$\theta_B = \theta_{B0} - \frac{\Delta \theta_B}{h} \left( z + \frac{h}{2} \right) + \frac{\eta}{2\kappa} \left[ z^2 - \left( \frac{h}{2} \right)^2 \right] \quad (1.3)$$

Распределение фоновой температуры в безразмерных переменных для стационарного фонового состояния ( $\eta = 0$ ), случаев нагревания ( $\eta > 0$ ) и охлаждения ( $\eta < 0$ ) приведено на фиг. 1.

Переменные в исходных уравнениях Навье – Стокса в упрощениях Буссинеска и в уравнении притока тепла приводятся к безразмерному виду с помощью масштабов:  $h$  – масштаб длины (толщина рассматриваемого слоя),  $t_M = h^2/\nu$  – масштаб времени (время вязкой диффузии),  $\theta_M = \Delta \theta_B$  – масштаб температуры (перепад температуры между нижней и верхней границами слоя),  $p_M = \rho_0 \nu^2/h^2$  – масштаб давления,  $\rho_0$  – плотность,  $u_M = h/t_M$  – масштаб скорости.

С учетом выбранных масштабов и профиля фоновой температуры (1.3) решаемая численно система уравнений в безразмерных переменных приобретает вид

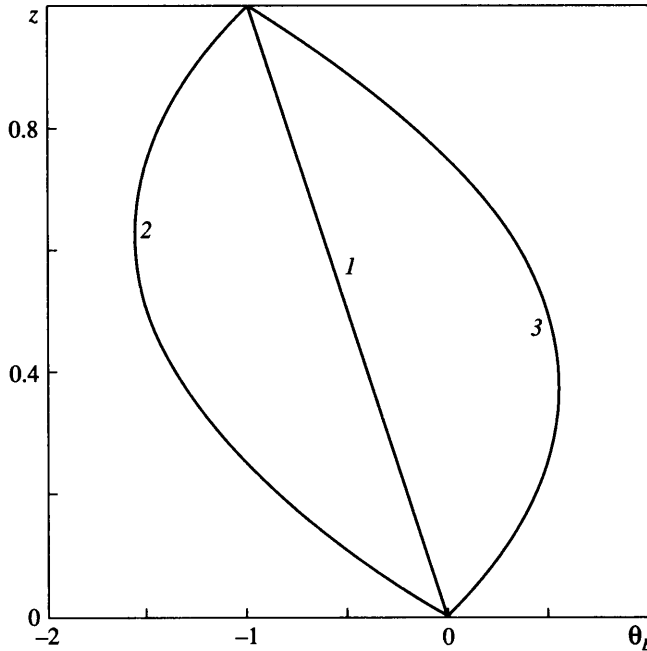
$$\frac{du}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \Delta u \quad (1.4)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial y} + \Delta v \quad (1.5)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + \Delta w + \text{Gr} \theta' \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{d\theta'}{dt} = (1 - Nz)w + \Delta \theta' \text{Pr}^{-1} \quad (1.8)$$



Фиг. 1. Начальный вертикальный профиль температуры  $\theta_B$  (в безразмерных единицах): 1 – 3 –  $N = 0$ ,  $N = 8$  (нагревание слоя),  $N = -8$  (остывание слоя)

Здесь  $u$ ,  $v$  и  $w$  – компоненты скорости вдоль осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ ,  $\theta'$  и  $p'$  – отклонения температуры и давления от их фоновых состояний, определяемых уравнениями (1.1) и (1.3);  $Gr = g\alpha h^3 \Delta \theta_B / \nu^2$  – число Грасгофа,  $\alpha$  – коэффициент температурного расширения,  $P_r = \nu / \kappa$  – число Прандтля,  $N = \eta h^2 (\kappa \Delta \theta_B)^{-1}$  – безразмерный параметр, характеризующий скорость нагревания (охлаждения) слоя,  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Система (1.4)–(1.8) решается при граничных и начальных условиях: нижняя и верхняя границы считаются жесткими, идеально проводящими тепло

$$u = v = w = \theta' = 0, \quad z = -1/2, \quad z = 1/2 \quad (1.9)$$

На боковых границах задаются условия периодичности всех функций, входящих в (1.4)–(1.8)

$$f_{x=0} = f_{x=m}, \quad f_{y=0} = f_{y=n} \quad (1.10)$$

где  $m$  и  $n$  размеры области интегрирования вдоль осей  $X$  и  $Y$ . Движения возбуждаются произвольным возмущением температуры небольшой амплитуды

$$\theta'(0, x, y, z) = \theta'(x, y, z) \quad (1.11)$$

Система (1.4)–(1.8) с граничными и начальными условиями (1.9)–(1.11) решается численно с использованием метода искусственной сжимаемости [16]. В приводимых ниже численных экспериментах условие  $\text{Div} \mathbf{U} = 0$  соблюдалось с точностью 0.1 при характерных значениях слагаемых оператора порядка  $10^3$ – $10^4$  при разных  $Ra$ . Так как линейная теория конвекции в случае жестких горизонтальных границ дает отношение горизонтального размера ячеек к вертикальному  $A = 2.016$ , решение велось в прямоугольной области с  $A = m/h = n/h = 2$  так, чтобы в численных решениях реализовались

течения со значениями  $A$ , близкими к теоретическим при небольших сверхкритических величинах  $Ra$ . При использовании условий периодичности на боковых границах это требование минимально. Естественно, что было бы желательно моделировать при  $A \gg 2$ , чтобы могли реализоваться структуры течений большего горизонтального масштаба, однако для этого необходимы значительные вычислительные ресурсы. Интегрирование велось на сетке  $81 \times 81 \times 41$  узлов по горизонтальным координатам и высоте соответственно. Все расчеты проводились при  $Pr = 1$ , поэтому  $Gr = Ra$  и в дальнейшем использовано число Релея.

Для диагностики решений вычислялись профили осредненных по горизонтали значений пульсаций температуры, составляющих полного потока тепла и плотности кинетической энергии, а также осредненные по области интегрирования значения потока тепла и плотности кинетической энергии. Процедура расчетов была организована следующим образом. При фиксированном значении  $N$  интегрирование начиналось с небольшого сверхкритического значения числа Релея ( $Ra = 5 \cdot 10^3$ ), причем начальное температурное возмущение всегда задавалось двумерным так, чтобы при  $Ra = 5 \cdot 10^3$  первоначально образовывалась валиковая система циркуляции с ориентацией валиков вдоль оси  $X$ . Это делалось из-за того, что при  $Pr = 1$  и небольших сверхкритических значениях  $Ra$  конвекция носит двумерный характер (в том числе и при  $N \neq 0$ ), и такое задание начального возмущения обеспечивало более быстрый выход решения на установившийся двумерный режим. Второе преимущество такого задания начального возмущения состоит в простоте оценки перехода от двумерных к трехмерным течениям по возникновению продольной составляющей скорости. Появление трехмерности движений (помимо визуализации полей) оценивалось с помощью соотношения

$$R = \frac{|v_{\max} - u_{\max}|}{\max(v_{\max}, u_{\max})} \times 100\% \quad (1.12)$$

Интегрирование по времени при каждом значении  $Ra$  велось до наступления установившегося режима течений (стационарного, осциллирующего или хаотического, но статистически стационарного), который определялся по временной изменчивости осредненных по области значений плотности кинетической энергии и числа Нуссельта, а также по экстремальным значениям составляющих скорости и пульсаций температуры. Время интегрирования составляло 1–1.5, исходя из режима течений.

При переходе к следующему значению  $Ra$  в качестве начальных использовались поля, полученные при предыдущем значении  $Ra$ . До тех пор, пока установившиеся поля были двумерными, добавлялось трехмерное возмущение температуры небольшой амплитуды с тем, чтобы избежать гистерезиса в переходе от двумерных к трехмерным структурам течений. После появления трехмерных движений это дополнительное возмущение опускалось. Расчеты велись с шагом  $10^3 \leq \Delta Ra \leq 5 \cdot 10^3$  в зависимости от значений  $Ra$  и  $N$ . Разрешение по  $Ra$  увеличивалось в областях ожидаемых переходов от двумерной системы течений к трехмерной. Проверка качества численной модели проводилась на хорошо изученной задаче Релея-Бенара ( $N = 0$ ), в которой выполняется условие постоянства числа Нуссельта в слое жидкости

$$Nu(z) = 1 + \langle w\theta' \rangle_{xy} - \frac{\partial \langle \theta' \rangle_{xy}}{\partial z} \quad (1.13)$$

Здесь угловые скобки обозначают осреднение в горизонтальной плоскости  $xy$ . Для оценки точности расчетов использовалось нормированное среднеквадратическое отклонение  $Nu(z)$  от его среднего по области интегрирования значения  $\langle Nu \rangle$

$$\sigma = \langle Nu \rangle^{-1} \left[ \frac{1}{k-1} \sum (Nu - \langle Nu \rangle)^2 \right]^{1/2} \times 100\% \quad (1.14)$$

Здесь  $k$  – число уровней по вертикали. В проведенных численных экспериментах значения  $\sigma$  изменялись от 1.4 до 6.3% при  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 10^5$ . Сравнение с расчетами других авторов при  $Pr = 1$  также дает удовлетворительное согласие.

**2. Результаты численных экспериментов.** Как уже отмечалось, ставилась цель исследовать распределение по вертикали полного потока тепла и найти взаимосвязь между полным потоком тепла и потоком тепла в кондуктивном режиме при  $N \neq 0$ , сравнив эти результаты с частным случаем конвекции Релея – Бенара ( $N = 0$ ). Для этого проведена серия экспериментов с  $N = 0, 4, 8, 12$  и  $16$ . Для  $N = 0, 4$  и  $8$  расчеты велись на отрезке  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 10^5$ , для  $N = 12$  – на отрезке  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 5.8 \cdot 10^4$ , для  $N = 16$  – на отрезке  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 5 \cdot 10^4$ . Различие верхней границы  $Ra$  от  $N$  связано с тем, что при больших значениях  $N$  хаотический режим течений наступал при меньших  $Ra$ ,  $\sigma$  достигали принятого порогового значения 10% и не было уверенности в том, что хаотичность имеет физический характер, а не является следствием недостаточной разрешающей способности вычислительной сетки при образовании узких пограничных слоев вблизи границ. Контрольный эксперимент с  $N = -8$  показал, что в этом случае движения и потоки тепла полностью антисимметричны по отношению к эксперименту с  $N = 8$ , поэтому все дальнейшие рассуждения, относящиеся к нагреваемому со временем слою жидкости, справедливы и для охлаждаемого слоя.

При определении числа Нуссельта нормировка проводилась по среднему потоку температуры в слое:  $Q = -k\Delta\theta_B/h$ . При используемых масштабах число Нуссельта приобретает вид

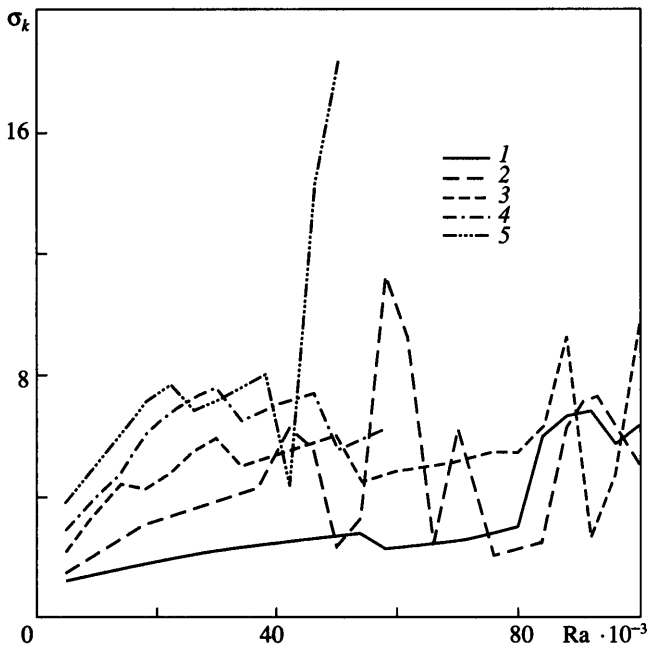
$$\begin{aligned} Nu &= 1 - Nz + \langle w\theta' \rangle_{xy} - \frac{\partial \langle \theta' \rangle_{xy}}{\partial z}, \quad -\frac{1}{2} \leq z \leq \frac{1}{2} \\ Nu_{\text{cond}} &= 1 - Nz, \quad Nu_{\text{conv}} = \langle w\theta' \rangle - \frac{\partial \langle \theta' \rangle_{xy}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Введены обозначения:  $Nu_{\text{cond}}$  – поток тепла в кондуктивном режиме и  $Nu_{\text{conv}}$  – конвективный поток тепла. Расчеты показали, что при любых значениях  $N$  полные потоки тепла, определенные с помощью (2.1), отличаются от кондуктивных потоков на константу в пределах всего конвективного слоя, т.е. условие  $Nu_{\text{conv}} = \text{const}$  выполнено во всем слое. Для  $N = 0$  это условие известно, оно оказалось справедливым и для случая  $N \neq 0$ . Из него вытекает, что в качестве величины тепловых потоков в нагреваемых слоях жидкости удобнее использовать величину  $Nu_{\text{conv}}$ , а не  $Nu$ , т.е. аддитивную, а не мультипликативную характеристику по отношению к кондуктивному потоку.

Для более детального рассмотрения  $Nu_{\text{conv}}$  были рассчитаны нормированные среднеквадратические отклонения  $Nu_{\text{conv}}$  от его среднего по области интегрирования значения ( $Nu_{\text{conv}}$ )

$$\sigma_k = \left[ \frac{1}{k-1} \sum (Nu_{\text{conv}} - \langle Nu_{\text{conv}} \rangle)^2 \right]^{1/2} \langle Nu_{\text{conv}} \rangle^{-1} \times 100\% \quad (2.2)$$

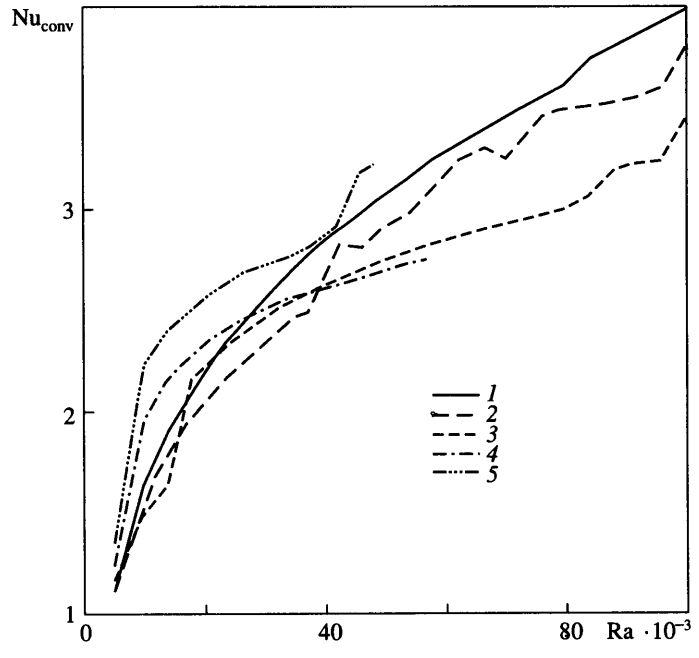
Здесь  $k$  – число уровней. Из приведенных на фиг. 2 кривых  $\sigma_k$  видно, что тенденция роста  $\sigma_k$  с увеличением  $Ra$  отсутствует. Отдельные пики  $\sigma_k$  соответствуют участкам, где происходил переход от двумерных стационарных к трехмерным течениям, а также в области, где движения становятся нестационарными (см. фиг. 4). За исключением нескольких точек соблюдается условие  $\sigma_k < 10\%$ , т.е. условие постоянства  $Nu_{\text{conv}}$  выполняется достаточно хорошо при всех  $N$  и  $Ra$ . Отклонения от условия  $Nu_{\text{conv}} = \text{const}$  в целом прогрессивно растут с увеличением  $N$ , так как с ростом  $N$  становятся более узкими пограничные слои, которые недостаточно хорошо разрешаются вычислительной сеткой. Резкое увеличение  $\sigma_k$  при  $N = 16$  и  $Ra = 4.6 \cdot 10^4$  связано с переходом к хаотическому режиму конвекции, когда условия стационарности нарушаются, и значе-



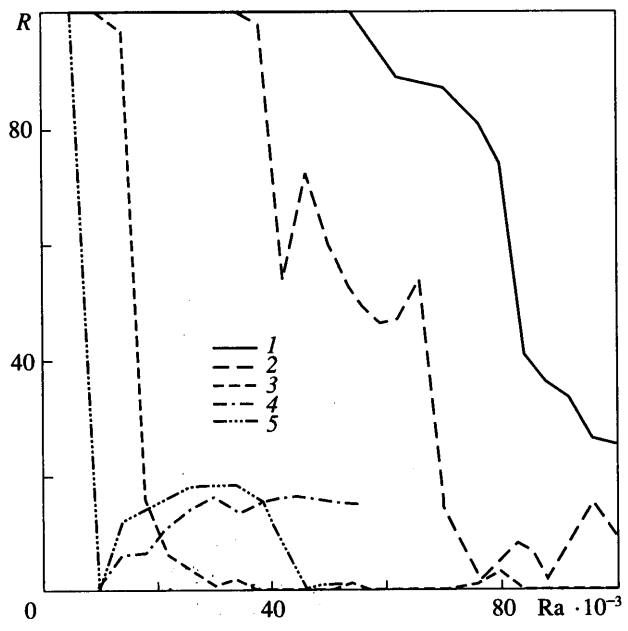
Фиг. 2. Распределения  $\sigma_k$  при различных значениях  $N$  и  $Ra$ : 1 – 5 –  $N = 0, 4, 8, 12, 16$

ния  $\sigma_k$ , полученные по мгновенным значениям переменных, становятся плохо представимыми. Аналогичная немонотонность изменения  $\sigma_k$  с ростом числа Релея видна при других значениях  $N$  и больших значениях  $Ra$ . Она связана также с осциллирующим или хаотическим характером движений при больших  $Ra$ .

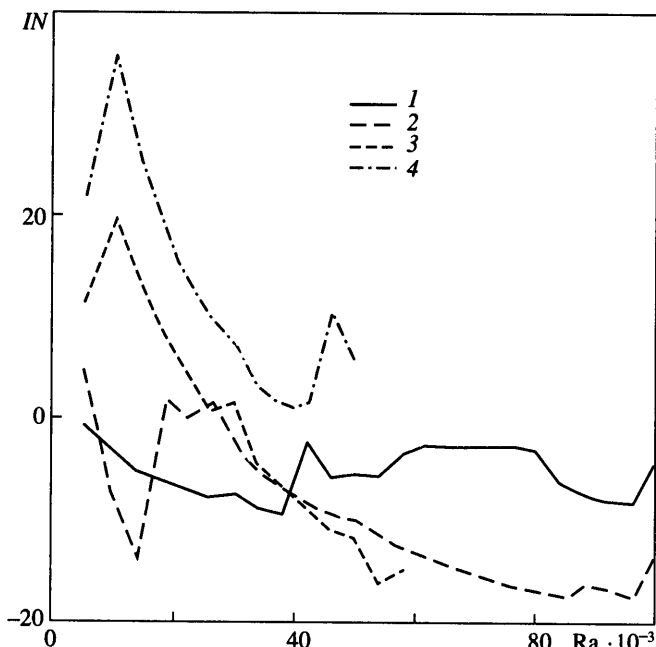
Рассмотрено изменение  $Nu_{conv}$  с ростом числа Релея. Соответствующие кривые приведены на фиг. 3. Области заметного увеличения  $Nu_{conv}$  на всех кривых связаны с переходами к новой системе течений. На отрезке  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 10^4$  при  $N = 12, 16$  это переход от двумерных валиков к квазигексагональным ячейкам. При  $N = 8$  аналогичный переход имел место при  $Ra = 1.8 \cdot 10^4$ , а для  $N = 4$  при  $Ra = 4 \cdot 10^4$ . Эти переходы сопровождалось резким увеличением  $Nu_{conv}$  (см. фиг. 3). Такого рода переходы при  $N \neq 0$  отмечались и ранее (см., например [4, 6]), но не были документированы иллюстрацией о параллельном изменении структуры течений. Для компактной иллюстрации связи переходов в потоках тепла с изменением структуры течений был рассчитан показатель трехмерности движений с использованием (1.12). При заданной начальной форме валиковых движений  $R \rightarrow 1$ , а при полностью трехмерной структуре  $R \rightarrow 0$ . Изменение  $R$  с ростом  $Ra$  при различных  $N$  показано на фиг. 4. Из приведенных здесь кривых следует, что при  $N \geq 8$  переход от двумерной к трехмерной структуре очень резок, при  $N = 4$  переход к полной трехмерности происходит в 2 этапа: первое увеличение трехмерности – на отрезке  $3.8 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 4 \cdot 10^4$  и второе – на отрезке  $6.6 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 7 \cdot 10^4$ . При  $N = 0$  трехмерность растет постепенно и наиболее резко на отрезке  $8 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 8.4 \cdot 10^4$ . Сопоставляя отмеченные на фиг. 4 особенности с соответствующими кривыми  $Nu_{conv}$  на фиг. 3, видно, что они соответствуют областям более резкого увеличения конвективных потоков тепла. Из распределения кривых на фиг. 4 можно заключить, что при  $Ra \leq 3.5 \cdot 10^4$  отсутствует какая-либо смещенность в потоках тепла в зависимости от  $N$ . При  $Ra \geq 3.5 \cdot 10^4$  конвективные потоки тепла при  $N > 0$  становятся систематически меньше, чем при  $N = 0$ . Для того



Фиг. 3. Изменения  $Nu_{conv}$  с числом Рейля при различных  $N$ ; обозначения, как на фиг. 2



Фиг. 4. Изменение показателя трехмерности движений  $R$  в зависимости от  $Ra$  при различных  $N$ ; обозначения, как на фиг. 2



Фиг. 5. Значения индекса  $IN$  при разных значениях  $N$  и  $Ra$ : 1 – 4 –  $N = 4, 8, 12, 16$

чтобы получить более наглядную количественную оценку влияния  $N$  на  $Nu_{conv}$ , был рассчитан индекс

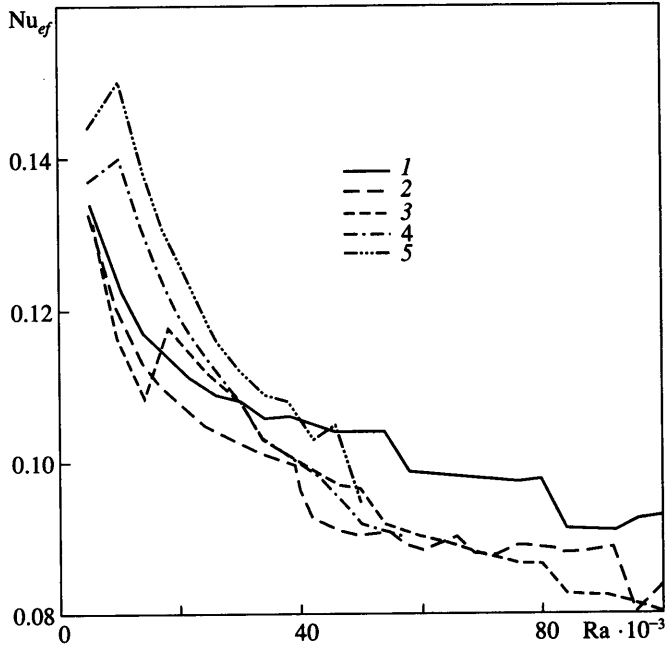
$$IN = \frac{\langle Nu_{conv} \rangle_{N \neq 0} - \langle Nu_{conv} \rangle_{N=0}}{\langle Nu_{conv} \rangle_{N=0}} \times 100\% \quad (2.3)$$

Результаты расчетов  $IN$  приведены на фиг. 5. Из распределения кривых относительно нулевой линии ( $N = 0$ ) можно заключить, что различия в потоках тепла при разных  $N$  и одном и том же  $Ra$  достигали довольно больших значений (35%), однако они имели место при малых  $Ra$  и обусловлены различиями в структуре течений. При  $Ra > 2.5 \cdot 10^4$  их разность не превышала по модулю 20% и не было заметного систематического роста  $|IN|$  с увеличением  $Ra$ . Для оценки влияния скорости нагрева на конвективные потоки тепла во всем рассмотренном диапазоне значений  $Ra$  было рассчитано нормированное среднеквадратическое отклонение потоков при  $N \neq 0$  от потоков при  $N = 0$

$$\sigma_{\langle Nu \rangle} = \left[ \frac{1}{L-1} \sum \left( \frac{\langle Nu_{conv} \rangle_{N \neq 0} - \langle Nu_{conv} \rangle_{N=0}}{\langle Nu_{conv} \rangle_{N=0}} \right)^2 \right]^{1/2} \times 100\% \quad (2.4)$$

Здесь  $L$  – число суммирований по  $Ra$  и  $N$ . Оказалось, что  $\sigma_{\langle Nu \rangle} = 11.2\%$ , т.е. в среднем  $Nu_{conv}$  является слабой функцией  $N$ . Здесь следует отметить, что в численных экспериментах с двумерной версией настоящей модели [17] на отрезке  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 25 \cdot 10^3$  зависимость  $Nu_{conv}$  от  $N$  была еще меньше: различия не превышали 10%. Таким образом некоторая зависимость  $Nu_{conv}$  от  $N$  при фиксированном  $Ra$  связана в значительной мере с различными структурами движений в определенных интервалах  $Ra$ . Как только движения становятся качественно сходными при всех значениях  $N$ : трехмерными ста-





Фиг. 6. Зависимость  $Nu_{ef}$  от  $Ra$  при разных значениях  $N$ ; обозначения, как на фиг. 2

ционарными или осциллирующими, расхождения в конвективных потоках тепла убывают.

Переходы в потоках тепла и формах конвективных течений сопровождаются, естественно, более резкими изменениями в осредненной по области интегрирования плотности кинетической энергии  $\langle E \rangle$ . Для оценки относительных изменений  $\langle Nu_{conv} \rangle$  и  $\langle E \rangle$  с ростом числа Релея была введена характеристика, называемая эффективным потоком тепла  $Nu_{ef}$ , поскольку она представляет собой нормировку  $\langle Nu_{conv} \rangle$  на  $\langle E \rangle$ , домноженную на масштаб температуры

$$Nu_{ef} = \langle Nu_{conv} \rangle \langle E \rangle^{-1/2} \quad (2.5)$$

где  $\langle E \rangle$  — безразмерная величина. Из распределения кривых  $Nu_{ef}$  на фиг. 6 прежде всего следует, что  $Nu_{ef}$  в целом убывает с ростом  $Ra$ , т.е. с точки зрения затраты кинетической энергии на конвективный теплообмен новые формы течений (за исключением переходов к трехмерной структуре течений при небольших  $Ra$ ) становятся прогрессивно менее эффективными. Заметное убывание  $Nu_{ef}$  при умеренных значениях  $Ra$  происходит при переходах от одной формы течений к другой. Например, можно отметить резкое убывание  $Nu_{ef}$  при  $N = 0$  на отрезке  $5.4 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 5.8 \cdot 10^4$ , когда имел место переход от двумерных к трехмерным осциллирующим движениям, и на отрезке  $8 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 8.4 \cdot 10^4$  при переходе к хаотическому режиму течений. Аналогичные резкие изменения при  $N = 4$  обнаружены на отрезках  $3.8 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 4 \cdot 10^4$  и  $9.2 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 9.6 \cdot 10^4$  при переходах к трехмерным и хаотическим режимам конвекции соответственно. Можно отметить также, что при  $Ra \geq 6 \cdot 10^4$  убывание  $Nu_{ef}$  с ростом  $Ra$  стало менее заметно, чем на отрезке  $2 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 6 \cdot 10^4$ .

**Заключение.** На основе численного изучения конвекции в горизонтальном слое жидкости с постоянным источником тепла при  $5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 10^5$  сделан вывод, что кон-

вективные потоки тепла являются лучшей характеристикой, чем полные потоки тепла, поскольку в отличие от последних они постоянны в пределах всего конвективного слоя при любой скорости его нагрева (охлаждения).

Слабая зависимость конвективных потоков тепла от скорости нагрева и их постоянство в конвективном слое дают возможность восстановить полные потоки тепла в нагреваемых (охлаждаемых) слоях жидкости по известным кондуктивным потокам и конвективным потокам тепла, полученным для частного случая конвекции без источников тепла.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berg J.C., Boudart M., Acrivos A. Natural convection in pools of evaporating liquids // J. Fluid Mech. 1966. V. 24. Pt4. P. 721–735.
2. Tritton D.J., Zarraga M.N. Convection in horizontal layers with internal heat generation // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. Pt1. P. 21–31.
3. Krishnamurti R. Finite amplitude convection with changing mean temperature. Pt 2. An experimental test of the theory // J. Fluid Mech. 1968. V. 33. Pt3. P. 457–463.
4. Kulacki F.A., Goldstein R.J. Thermal convection in a horizontal fluid layer with uniform volumetric energy sources // J. Fluid Mech. 1972. V. 55. Pt2. P. 271–287.
5. Nielsen R.C., Sabersky R.H. Transient heat transfer in Benard convection // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1973. V. 16. № 12. P. 2407–2420.
6. Kulacki F.A., Nagle M.E. Natural convection in horizontal fluid layer with volumetric energy sources // Trans. ASME. ser.C. Heat Transfer. 1975. V. 97. № 2. P. 204–211.
7. Roberts P.H. Convection in horizontal layers with internal heat generation. Theory // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. Pt1. P. 33–49.
8. Krishnamurti R. Finite amplitude convection with changing mean temperature. PtI. Theory // J. Fluid Mech. 1968. V. 33. Pt3. P. 445–455.
9. Вельтицев Н.Ф. Ячейковая конвекция в атмосфере // Тр. Гидрометцентра СССР. 1969. Вып. 50. С. 3–21.
10. Thirlby R. Convection in an internally heated layer // J. Fluid Mech. 1970. V. 44. Pt 4. P. 673–693.
11. Власюк М.П., Полежаев В.И. Исследование стационарной проникающей конвекции сжимаемого газа в атмосфере // Препринт № 46. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР. 1972. 41 с.
12. Вельтицев Н.Ф., Желнин А.А. Влияние нестационарности поля средней температуры на структуру конвективных движений // Тр. Гидрометцентра СССР. 1974. Вып. 148. С. 3–24.
13. McKenzie D.P., Roberts J.M., Weiss N.O. Convection in the Earth's mantle: towards a numerical simulation // J. Fluid Mech. 1974. V. 62. Pt3. P. 465–538.
14. Tveitereid M., Palm E. Convection due to internal heat sources // J. Fluid Mech. 1976. V. 76. Pt3. P. 481–499.
15. Toomre J., Gough D.O., Spiegel E.A. Numerical solutions of single-mode convection equations // J. Fluid Mech. 1977. V. 79. Pt1. P. 1–31.
16. Chorin A.J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations // Math. Comput. 1968. V. 22. № 104. P. 745–762.
17. Алексеева Л.И., Вельтицев Н.Ф. Потоки тепла в неустойчиво стратифицированном нагреваемом или охлаждаемом слое жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 291–296.

Москва

Поступила в редакцию  
21.V.2003