

УДК 532.5.013.4 + 533.6.011.55

© 2004 г. А. А. МАСЛОВ, С. Г. МИРОНОВ, Т. В. ПОПЛАВСКАЯ, Б. В. СМОРОДСКИЙ

## УСТОЙЧИВОСТЬ ГИПЕРЗВУКОВОГО УДАРНОГО СЛОЯ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

Рассматривается устойчивость гиперзвукового течения вязкого газа в ударном слое около плоской пластины. Рассчитанные на основе уравнений полного вязкого ударного слоя профили скорости, температуры, плотности и давления исследуются на устойчивость в рамках линейной теории устойчивости с учетом условий на ударной волне. Рассчитанные инкременты и фазовые скорости возмущений сравниваются с экспериментальными данными, полученными методом электронно-пучковой флюоресценции.

*Ключевые слова:* гиперзвуковые течения, вязкий ударный слой, гидродинамическая неустойчивость.

Актуальность исследований устойчивости пограничных течений при высоких числах Маха ( $M \geq 10$ ) и умеренных числах Рейнольдса ( $Re_{\infty} = 10^4 - 10^5$ ) обусловлена тем, что эти условия реализуются на передних кромках крыла и фюзеляжа перспективных гиперзвуковых самолетов, когда локальные числа  $Re_{\infty}$  еще недостаточно велики и течение около тела существует в виде вязкого ударного слоя. Возмущения, возникающие в этой области, оказывают существенное влияние на характеристики возмущений и ламинарно-турбулентный переход ниже по потоку.

Для вязкого ударного слоя имеются лишь единичные экспериментальные исследования интегральных характеристик поля возмущений плотности, температуры и массового расхода, библиография которых приведена в [1]. Теоретические исследования устойчивости высокоскоростных пограничных слоев также немногочисленны, и, как правило, в таких работах решаются линейные задачи устойчивости автомодельного пограничного слоя [2]. Имеются исследования с использованием асимптотического подхода при  $Re \rightarrow \infty$  и  $M \rightarrow \infty$  [3–5], где для течений с большими числами  $Re$  учитывается эффект слабого вязко-невязкого взаимодействия.

В гиперзвуковых течениях такие факторы, как эффекты реального газа, поперечная кривизна и наличие ударной волны, влияют на характеристики устойчивости пограничных слоев. Новейшие исследования задач устойчивости сосредоточены на эффектах реального газа [6, 7], поперечной кривизны [8], в то время как влияние ударной волны на устойчивость ударного слоя не исследовано систематически. В классических постановках задач линейной теории устойчивости наличие ударной волны игнорировалось и применялись условия невозмущенного течения (затухающие возмущения) или налагались условия ограниченности возмущений вне пограничного слоя. Такой подход упрощает граничные условия и позволяет рассматривать в устойчивости только вязкие собственные решения. Однако для задач, где невязкая область между границей пограничного слоя и ударной волной играет важную роль, необходимо заменить граничные условия в набегающем потоке на соответствующие условия на скачке уплотнения.

Работа [9] представляет первую попытку рассмотреть влияние ударной волны на устойчивость пограничного слоя при взаимодействии его со скачком уплотнения. В [9] невязкие асимптотические собственные решения вне пограничного слоя на клине заменены граничным условием на давление, которое выведено из линеаризованных условий Ренкина – Гюгонио на ударной волне. Получено решение для двумерного те-

чения на клине в гиперзвуковом пределе (т.е. ударная волна почти параллельна стенке и  $0 < \gamma - 1 \ll 1$ ). Показано, что в результате отражения невязких возмущений от носового скачка уплотнения происходит ветвление решений линейной задачи устойчивости.

В [10] в подобной постановке решалась задача устойчивости для гиперзвукового ( $M_\infty = 8$ ) пограничного слоя на клине и конусе, но для возмущений использовались все условия на скачке уплотнения. Показано стабилизирующее влияние ударной волны на первую и вторую моды возмущений и лучшее соответствие расчетных коэффициентов роста возмущений с экспериментально измеренными инкрементами, если среднее течение рассчитывается с использованием параболизированных уравнений Навье – Стокса.

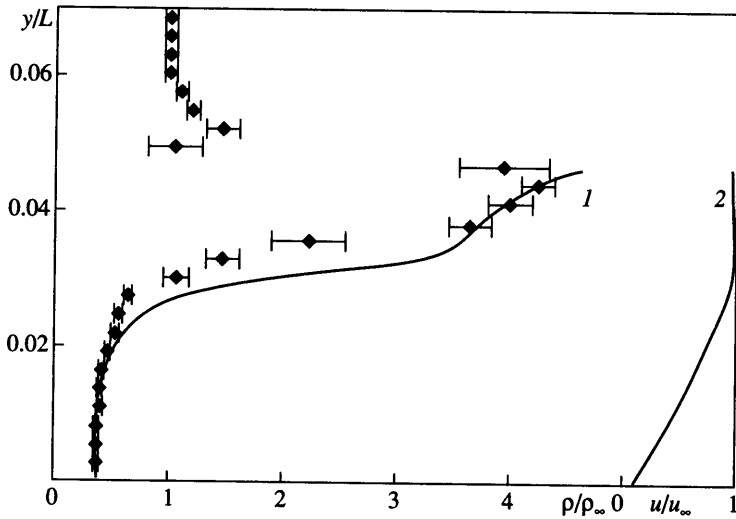
В настоящей работе исследуется устойчивость гиперзвукового ударного слоя на пластине при  $M_\infty = 21$ . В этом случае головной скачок уплотнения расположен настолько близко к обтекаемой поверхности, что поперечные размеры ударного и пограничного слоев сопоставимы, поэтому следует учитывать влияние ударной волны на характеристики устойчивости ударного слоя.

Характеристики основного течения рассчитываются с помощью модели полного вязкого ударного слоя. Из стационарных условий Ренкина – Гюгонио на скачке уплотнения получены уравнения для возмущений скорости, давления и температуры. Эти уравнения затем используются как граничные условия на ударной волне для линейных уравнений устойчивости. Результаты численного моделирования сопоставлены с данными измерений характеристик пульсаций плотности и инкрементов роста возмущений в вязком ударном слое на пластине, полученными методом электронно-пучковой флюоресценции.

**1. Характеристики среднего течения.** При больших числах  $M$  и умеренных числах  $Re$  на теле формируется толстый пограничный слой, толщина которого сравнима с расстоянием отхода ударной волны. Для таких течений хорошим приближением является модель полного вязкого ударного слоя. Обтекание плоской пластины в рамках этой модели исследовалось в [11, 12]. В настоящей работе эта модель использовалась для расчета характеристик среднего течения на пластине. Здесь положение ударной волны задавалось из эксперимента или находилось из условия сохранения расхода при переходе через ударную волну. Граничные условия на ударной волне взяты в виде обобщенных условий Ренкина – Гюгонио, учитывающих члены порядка  $(1/\sqrt{Re_L})^2$  [13], что соответствует точности приближения основной системы уравнений полного вязкого ударного слоя

$$\begin{aligned}
 u_s &= \cos^2 \beta (1 + k_s \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{\mu_s \cos^3 \beta (1 - \operatorname{tg}^2 \beta) \partial u}{Re_L \sin \beta \partial y} \\
 v_s &= u_s \operatorname{tg} \beta - k_s \operatorname{tg} \beta \\
 p_s &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2} + (1 - k_s) \sin^2 \beta - \frac{2\mu_s \sin \beta \cos \beta \partial u}{Re_L \partial y} \\
 H_s &= 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 - \frac{\cos \beta}{\sigma_s Re_L \sin \beta} \left[ \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{1 - \operatorname{Pr}}{2} (\gamma - 1) M_\infty^2 \frac{\partial}{\partial y} (u^2) \right] \\
 k_s &= \frac{1}{\rho_s}, \quad \sigma_s = \frac{\operatorname{Pr}}{\mu_s}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $u, v$  – компоненты скорости в направлениях  $x$  и  $y$ ,  $p$  – давление,  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $\beta$  – угол наклона ударной волны, отсчитываемый от оси  $x$ ,  $\gamma$  – показатель адиабаты в набегающем потоке,  $H$  – полная удельная энтальпия,  $Re_L$  – число Рейнольдса, вычисленное по параметрам набегающего потока



Фиг. 1. Профили средней плотности и скорости в сечении  $x = 0.078$  м при  $Re_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ ,  $M_\infty = 21$ ,  $T_w/T_0 = 0.26$ ,  $L = 0.36$  м,  $T_0 = 1150$  К

и длине пластины  $L$ ,  $P_r$  – число Прандтля, индекс  $\infty$  соответствует параметрам в набегающем потоке, индекс  $s$  – параметрам потока за ударной волной, все параметры безразмерны на их значения в набегающем потоке, давление – на удвоенный скоростной напор.

Данные расчетов сопоставлены с результатами измерений средней плотности методом электронно-пучковой флюоресценции азота. Процедура восстановления средней плотности по сигналу флюоресценции описана в [1]. На фиг. 1 точками (экспериментальные данные) и кривой 1 (расчет) представлены профили средней плотности по нормали к телу, а также расчетные значения средней скорости (кривая 2). Видно, что решение, полученное по модели полного вязкого ударного слоя, хорошо согласуется с экспериментальными значениями плотности. Расчеты показали, что скорость и температура практически постоянны в невязкой части ударного слоя, а давление (и как следствие плотность) вдоль нормали к поверхности изменяется (в пределах 40%) именно в невязкой области за ударной волной [11]. Из фиг. 1 также видно, что пограничный слой занимает  $3/4$  ударного слоя, а невязкая область за скачком уплотнения только  $1/4$ , таким образом, ударная волна расположена близко к границе пограничного слоя.

В отличие от классической модели пограничного слоя, в рамках которой обычно рассчитываются характеристики среднего течения для задачи устойчивости, модель полного вязкого ударного слоя не только дает возможность расчета течений с умеренно низкими числами  $Re$ , но и автоматически учитывает вязко-невязкое взаимодействие. И как следствие имеет место лучшее согласие с данными эксперимента не только по профилям среднего течения, но и по характеристикам устойчивости (например, по инкрементам возмущений) [14].

**2. Линейризованные условия на ударной волне для уравнений устойчивости.** Чтобы получить условия на ударной волне для возмущений параметров движения, запишем уравнения (1.1) без членов с вязкостью и теплопроводностью для величин

$$u_s = u_s^1 + u^d, \quad v_s = v_s^1 + v^d, \quad p_s = p_s^1 + p^d, \quad T_s = T_s^1 + T^d, \quad \rho_s = \rho_s^1 + \rho^d \quad (2.1)$$

где  $u^1, v^1, p^1, T^1, \rho^1$  – решение уравнений полного вязкого ударного слоя (среднее течение),  $u^d, v^d, p^d, T^d, \rho^d$  – малые возмущения. Перейдем к размерным величинам, по-

скольку в уравнениях полного вязкого ударного слоя все величины обезразмерены на их значения в набегающем потоке, а в уравнениях устойчивости – на значения за ударной волной. Следует отметить, что как средние величины, так и возмущения удовлетворяют условиям (1.1). Поэтому после подстановки (2.1) в (1.1), пренебрегая квадратичными членами относительно возмущений, получаем линейную систему условий на ударной волне для безразмерных амплитуд возмущений  $f$  (скорости  $u$ ),  $\phi$  (скорости  $v$ ),  $\theta$  (температуры),  $\pi$  (давления):

$$f = A\phi, \quad \pi = Q\phi, \quad \theta = S\phi$$

$$A = \frac{u_s^1 - \cos^2 \beta}{v_s^1 - \operatorname{tg} \beta \cos^2 \beta}, \quad S = -u_s^1 (Au_s^1 + v_s^1) \frac{(\gamma - 1) M_\infty^2}{c_{ps} T_s^1} \quad (2.2)$$

$$Q = (A \operatorname{tg} \beta - 1) \frac{1/(\rho_s^1 u_s^1 \gamma M_\infty^2) + \sin \beta / (\rho_s^1 u_s^1) - u_s^1}{v_s^1 - \operatorname{tg} \beta u_s^1}$$

**3. Задача линейной устойчивости ударного слоя на пластине.** Для расчета устойчивости ударного слоя использовалась система линейных уравнений устойчивости [15]

$$i(u^1 - c)r + \rho^1 \phi + \rho^1 (if + \phi') = 0$$

$$\rho^1 [i(u^1 - c)f + u^1 \phi] + \frac{1}{\gamma M_s^2} i\pi = \frac{\mu}{\alpha R} f''$$

$$\rho^1 [i\alpha^2 (u^1 - c)\phi] + \frac{1}{\gamma M_s^2} \pi' = \frac{\mu}{R} \phi'' \quad (3.1)$$

$$\rho^1 [i(u^1 - c)\theta + T^1 \phi] + (\gamma - 1)(if + \phi') = \frac{\gamma \mu}{\alpha \operatorname{Pr} R} \theta''$$

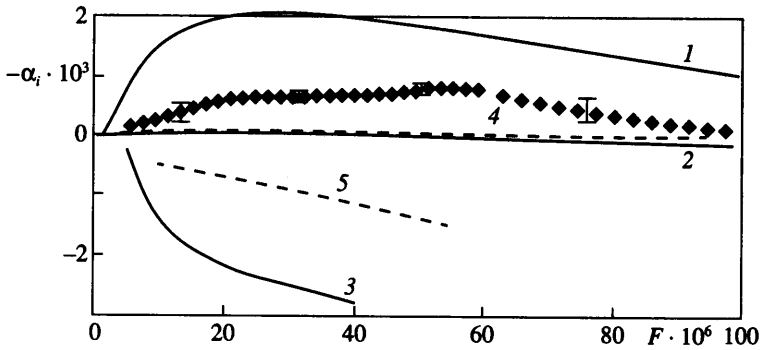
$$\frac{\pi}{\rho^1} = \frac{r}{\rho^1} + \frac{\theta}{T^1}, \quad M_s = \frac{u_s}{\sqrt{T_s}} M_\infty, \quad R = \frac{u_s^* \rho_s^*}{\mu_s^*} \delta^*, \quad \delta^* = \sqrt{\frac{\mu_s^* x^*}{u_s^* \rho_s^*}}$$

Здесь  $f, \phi, \pi, \theta, r$  – амплитуды возмущений,  $M_s$  – число Маха за ударной волной,  $M_\infty$  – число Маха набегающего потока,  $R$  – число Рейнольдса, вычисленное по толщине  $\delta^*$  и параметрам за ударной волной,  $\delta^*$  – поперечный масштаб подобия, штрих означает дифференцирование по координате  $y$ ,  $\alpha$  – волновое число возмущения,  $c$  – фазовая скорость распространения возмущений. Параметры в (3.1) обезразмерены на их значения за ударной волной, давление и амплитуда возмущения  $\pi$  – на  $\rho_s^* u_s^*$ , индекс \* соответствует размерным величинам.

Уравнения (3.1) решаются при следующих граничных условиях: на поверхности пластины  $y = 0$ :  $f = \phi = \theta = 0$ , на ударной волне  $y = y_s$ : условия (2.2).

Система линейных уравнений устойчивости [15] заменой переменных  $z_1 = f, z_2 = f', z_3 = \alpha\phi, z_4 = \pi/\gamma M_s^2, z_5 = \theta, z_6 = \theta'$  сводится к системе шести обыкновенных дифференциальных уравнений  $z_i' = \sum_{j=1}^6 a_{ij} z_j$ , решаемых методом Рунге – Кутты с привлечением метода ортогонализаций [16]. Вне ударного слоя, при  $y > y_s$ , все параметры потока постоянны, и решение системы (3.1) представляется в виде  $z = \sum_{i=1}^6 A_i \exp(\lambda_i y)$ , где  $\lambda_i$  – собственные значения задачи, с хорошей точностью имеющие следующие значения:

$$\lambda_{4,1} = \pm \sqrt{i\alpha R(1-c)}, \quad \lambda_{5,2} = \pm \sqrt{i\alpha R\sigma(1-c)}, \quad \lambda_{6,3} = \pm \alpha \sqrt{1 - M_s^2(1-c)^2}$$



Фиг. 2. Зависимость коэффициента роста возмущений от частоты в ударном слое пластины при  $R = 272.7 M_s = 10.2$ ,  $T_w = 6.7$ ,  $y_s = 57.68$ : 1, 2, 3 – решения с учетом ударной волны, 4, 5 – решения без учета ударной волны

Далее в линейной задаче устойчивости пограничного слоя обычно используется условие затухания возмущений вне пограничного слоя: поэтому три растущих решения, соответствующие  $\lambda_4$ ,  $\lambda_5$ ,  $\lambda_6$ , не рассматриваются. При гиперзвуковом обтекании, когда толщины пограничного и ударного слоев сравнимы, затухание возмущений в невязкой части ударного слоя из-за ее малой толщины может оказаться недостаточным для того, чтобы можно было пренебречь отраженными от ударной волны возмущениями. В данной работе условие затухания заменяется условием распространения возмущений только в пределах ударного слоя с выполнением линеаризованных соотношений Ренкина – Гюгонно на скачке уплотнения. Поэтому рассматриваются все шесть частных решений.

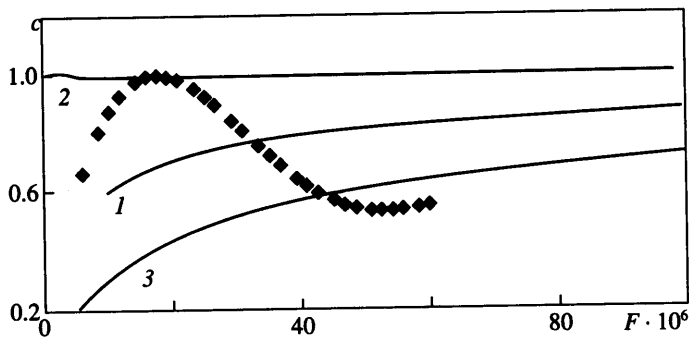
Общее решение системы (3.1), определяемое суммой  $Z_i = \sum_{j=1}^6 C_j A_i^{(j)} e^{\lambda_j y}$  ( $i = 1, \dots, 6$ ), должно удовлетворять шести граничным условиям, приведенным выше.

**4. Экспериментальные исследования.** Измерения характеристик возмущений выполнены методом электронно-пучковой флюоресценции азота [1] на модели пластины с острой кромкой под нулевым углом атаки. Пластина обтекалась гиперзвуковым потоком низкой плотности с числом  $M_\infty = 21$ , единичным числом  $Re_1 = 6 \cdot 10^5 m^{-1}$  и температурным фактором поверхности модели  $T_w/T_0 = 0.26-0.29$ . Выполнены измерения поперечных распределений спектров пульсаций плотности, продольной и поперечной фазовой скорости возмущений, вычислены спектры скорости роста возмущений в ударном слое. Спектр инкремента возмущений  $\alpha_i = \text{Im}(\alpha)$ , где  $\alpha$  – скорость пространственного усиления, определялся по спектрам амплитуды пульсаций плотности  $\rho'(F)$  с использованием соотношения

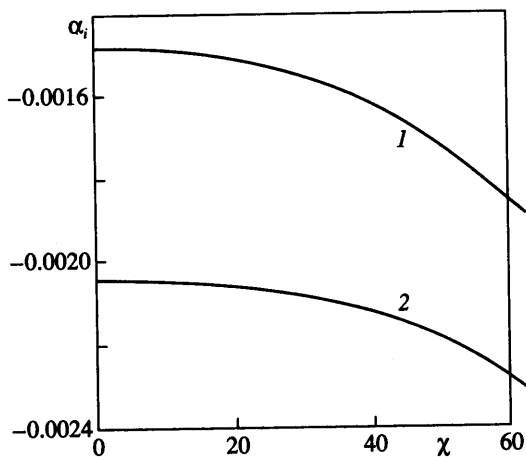
$$-\alpha_i(F) = 0.5 \frac{\partial \ln \rho'(F)}{\partial R}, \quad F = \frac{2\pi f^* \mu_s^*}{u_s^{*2} \rho_s^*}$$

Здесь  $F$  – безразмерный частотный параметр,  $f^*$  – размерная частота. Спектр инкремента построен по пяти сечениям в диапазоне  $x = 0.043-0.117$  м, величина инкремента приписана среднему по диапазону локальному числу  $R = 272.7$ . Спектры фазовых скоростей вычислены для одного сечения  $x = 0.078$  м по фазовому сдвигу сигнала между точками, разнесенными вдоль оси  $x$ .

**5. Результаты.** В результате решения задачи устойчивости получены коэффициенты роста возмущений  $\alpha_i$  (фиг. 2) в ударном слое на пластине. Экспериментальные данные (точки) представлены аппроксимационными кривыми, среднеквадратичный разброс данных – вертикальными отрезками. При расчете характеристик устой-



Фиг. 3. Продольная фазовая скорость в сечении  $x = 0.078$  м; обозначения см. на фиг. 2

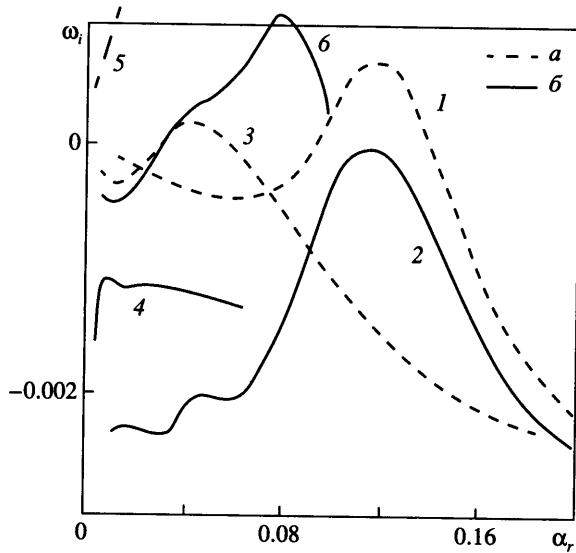


Фиг. 4. Зависимость коэффициента роста от угла наклона возмущений при  $F = 10 \cdot 10^{-6}$  (1) и  $30 \cdot 10^{-6}$  (2)

чивости без учета головного скачка уплотнения получено слабо неустойчивое решение 4 и устойчивое 5. Расчеты, проведенные с учетом влияния скачка уплотнения, дают три решения (кривые 1–3). Под влиянием ударной волны решение 5 стабилизируется и дает решение 3, кривая 2 близка к решению задачи устойчивости без учета ударной волны, но также демонстрирует стабилизирующий эффект ударной волны. Из-за наличия скачка уплотнения, однако, появляется еще решение 1, которое неустойчиво, но качественно лучше согласуется с экспериментальными данными.

На фиг. 3 приведены распределения продольной фазовой скорости  $c$  в зависимости от частоты  $F$  для того же варианта. Точки – экспериментальные данные, кривые 1–3 соответствуют трем различным (см. на фиг. 2) решениям уравнений устойчивости с учетом ударной волны. Видно, что данные измерений последовательно пересекают решения. Одно из объяснений этому – наличие в реальном течении пульсаций всех параметров, интенсивности которых зависят от частоты  $F$ , которая и определяет значение  $c(F)$ .

Из экспериментальных данных невозможно определить модовый состав возникающих возмущений. На фиг. 4 приведены монотонно убывающие расчетные зависимости  $\alpha_i$  от  $\chi$  для частот  $F = 10 \cdot 10^{-6}$  и  $30 \cdot 10^{-6}$  (решение 1 на фиг. 2). Таким образом, здесь наблюдается вторая мода возмущений.



Фиг. 5. Зависимость временного коэффициента роста возмущений от волнового числа: 1, 2 – решения [10] на 5-градусном клине, 3–6 – решения на пластине под углом атаки 5°; а – без учета ударной волны, б – с учетом ударной волны

В [10] для течения на 5-градусном клине показано, что наличие ударной волны оказывает стабилизирующее влияние на первую и вторую моду возмущений гиперзвукового пограничного слоя. На фиг. 5 приведены временные коэффициенты роста возмущений  $\omega_i = \alpha_r c_x$  в зависимости от волнового числа  $\alpha_r = FR$  из [10], рассчитанные без учета влияния ударной волны (кривая 1) и с учетом влияния ударной волны (кривая 2). Для сравнения проведен расчет устойчивости ударного слоя на пластине под углом атаки 5° ( $M_\infty = 8$ ,  $Re_L = 4 \cdot 10^6$ , аддиабатическая поверхность). В сечении  $x = 0.15$  параметры за ударной волной ( $M_s = 6.72$ ,  $R = 305$ ,  $y_s = 34.26$ ,  $T_w = 8.65$ ) соответствовали параметрам [10] за ударной волной на 5-градусном клине. Решение уравнений устойчивости без учета ударной волны на пластине под углом атаки (кривая 3 на фиг. 5) практически совпадает с подобным решением 1 [10] на клине (сдвиг по частоте, скорее всего, вызван различием в средних профилях). Однако при решении задачи устойчивости с учетом ударной волны получено не только устойчивое решение как в [10] (кривая 4), но и неустойчивое (кривая б). По-видимому, в [10] рассматривалось только слаборастущее решение 1, которое действительно стабилизируется наличием скачка уплотнения. Решение б пришло из области сильно неустойчивых решений (кривая 5) также под влиянием стабилизирующего эффекта ударной волны.

**Заключение.** Расчет среднего течения в рамках модели полного вязкого ударного слоя (т.е. с учетом вязко-невязкого взаимодействия) приводит к лучшему согласованию характеристик устойчивости с экспериментальными данными. В результате отражения возмущений от скачка уплотнения происходит ветвление решений линейной задачи устойчивости, т.е. получено более чем одно решение для сравнительно малого диапазона частот.

Учет влияния ударной волны позволяет корректно определить характеристики устойчивости ударного слоя. Ударная волна оказывает стабилизирующее влияние на все возмущения в ударном слое. При этом в развитии возмущений надо учитывать и сильно неустойчивые моды, которые обычно отбрасываются в классической теории устойчивости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 02-01-00141) и INTAS (проект 00-0007).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mironov S.G., Maslov A.A.* An experimental study of density waves in hypersonic shock layer on a flat plate // *Phys. Fluids A*. 2000. V. 12. № 6. P. 1544–1553.
2. *Mack L.M.* Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition // *AIAA J*. 1975. V. 13. № 3. P. 278–289.
3. *Bush W.B.* Hypersonic strong-interaction stability solutions for flow past a flat plate // *J. Fluid Mech.* 1966. V. 25. Pt 1. P. 51–64.
4. *Cowley S.J., Hall Ph.* On the instability of hypersonic flow past a wedge // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 214. P. 17–42.
5. *Blackaby N.D., Cowley S.J., Hall Ph.* On the instability of hypersonic flow past a flat plate // *J. Fluid Mech.* 1993. V. 247. P. 369–416.
6. *Malik M.R., Anderson E.C.* Real gas effects on hypersonic boundary-layers stability // *Phys. Fluids A*. 1991. V. 3. № 5. P. 803–821.
7. *Malik M.R.* Stability theory for chemically reacting flows // 3<sup>rd</sup> IUTAM Symp. Laminar-Turbulent Transitions. Toulouse, France, 1989. P. 251–260.
8. *Duck P.W., Hall P.* On the interaction of Tollmien-Schlichting waves in axisymmetric supersonic flows // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1989. V. 42. Pt 1. P. 115–130.
9. *Petrov G.V.* Stability of a thin viscous shock layer on a wedge in hypersonic flow of a perfect gas // *Laminar-Turbulent Transition ed. V. Kozlov: Proc. 2<sup>nd</sup> IUTAM Symp. Novosibirsk, 1984. Berlin etc.: Springer.* 1985. P. 487–493.
10. *Chang C.L., Malik M.R., Hussaini M.Y.* Effects of shock on the stability of hypersonic boundary layers // *AIAA Paper*. 1990. № 90–1448.
11. *Ветлуцкий В.Н., Маслов А.А., Миронов С.Г., Поплавская Т.В., Шиплюк А.Н.* Гиперзвуковой поток на плоской пластине. Экспериментальные результаты и численное моделирование // *ПМТФ*. 1995. Т. 36. № 6. С. 60–67.
12. *Maslov A.A., Mironov S.G., Poplavskaya T.V., Shipluk A.N., Vetlitsky V.N.* Viscous shock layer on a plate in hypersonic flow // *Europ. J. Mech. B/Fluids*. 1999. V. 18. № 2. P. 213–226.
13. *Турский Г.А.* К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим многокомпонентным потоком газа при наличии вдува // *Науч. тр. Ин-та механики. МГУ.* 1975. № 39. С. 5–38.
14. *Mironov S.G., Poplavskaya T.V., Smorodsky B.V., Maslov A.A.* On the instability of hypersonic flow past a flat plate // *Proc. Intern. Conf. Methods Aerophys. Res. Novosibirsk.* 2002. Pt. 3. P. 170–175.
15. *Линь Ц.Ц.* Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 194 с.
16. *Гапонов С.А., Маслов А.А.* Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
18.III.2003