

УДК 532.59:532.516

© 2004 г. Ю. С. ИЛЬИНЫХ, Ю. Д. ЧАШЕЧКИН

ГЕНЕРАЦИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ ДИСКОМ, СОВЕРШАЮЩИМ КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ВЯЗКОЙ НЕПРЕРЫВНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Построено решение задачи нелинейной генерации периодических внутренних волн пограничным течением на вертикальном цилиндре или горизонтальном диске, совершающем крутильные колебания в экспоненциально стратифицированной жидкости. Расчеты согласуются с результатами экспериментов, в которых в качестве источников возмущений используются горизонтальные и наклонные диски различного диаметра, а также модель винта, совершающие периодические крутильные колебания, в том числе на фоне равномерного вращения. Опыты выполнены в широком диапазоне параметров, включающем ламинарные, переходные и турбулентные режимы течения. Определены границы применимости приведенной аналитической теории излучения волн.

Ключевые слова: стратифицированная жидкость, периодические внутренние волны, нелинейная генерация, теория, эксперимент.

Внутренние волны, играющие важную роль в динамике природных систем (в толще стратифицированного океана, различных водоемах, звездных и планетных атмосферах), активно изучаются в лабораторных и природных условиях [1]. Выделение волновых движений из совокупности возмущений различной природы в естественных условиях затруднено “загрязняющим” действием тонкой структуры и турбулентности среды. Теоретическое описание этого скрытого явления не завершено в силу сложности анализа основного волнового уравнения со сложным характером дисперсии [2]. Различие симметрий уравнения и граничных условий позволяет решить задачу генерации волн в приближении идеальной жидкости только в некоторых выделенных случаях [3]. При этом возникают особенности, обусловленные нелинейной трансформацией волн при критических значениях частоты, когда совпадают направления распространения пучков и наклоны излучающих или отражающих поверхностей [4].

В теории принято выделять несколько характерных типов внутренних волн: нестационарные, порождаемые локализованными периодическими источниками, присоединенные (подветренные) за препятствиями в равномерном потоке и периодические [2]. Особое внимание уделяется изучению периодических волн, которые распространяются в виде волновых пучков в двумерном случае и волновых конусов – в трехмерном [1]. Расчеты генерации волн в линейном приближении проводятся с использованием моделей источников и стоков, условия применимости которых в теории стратифицированных течений в общем случае не обоснованы. Анализ точного решения линеаризованной задачи генерации внутренних волн в вязкой жидкости, включающего внутренние волны и внутренние пограничные течения, показывает, что погрешности метода силовых (или массовых) источников могут быть весьма значительными [5], если генератором является осциллирующая в своей плоскости полоса [6] (аналог классической задачи Стокса [7] для стратифицированной жидкости).

В вязкой жидкости внутренние волны сосуществуют с пограничными слоями, возмущения в которых экспоненциально затухают с удалением от границы или поверхно-

сти разрыва в толще жидкости [6]. Периодические пограничные слои в непрерывно стратифицированной жидкости имеют более сложную природу, чем в однородной, и состоят из двух подслоев – изопикнического и внутреннего.

Толщина изопикнического пограничного слоя $\delta_{Si} = \sqrt{2\nu/\omega}$ определяется частотой волны ω и кинематической вязкостью ν . Аналогом изопикнического слоя в однородной жидкости является периодическое течение Стокса, о существовании которого известно с середины XIX века [7, 8]. Толщина внутреннего пограничного слоя зависит не только от отношения частоты волны ω к частоте плавучести ($N = \sqrt{g|d\rho(z)/dz|/\rho(z)}$, где ρ – плотность, g – ускорение свободного падения [2]), но и от геометрии задачи (наклона волны и излучающей поверхности к горизонту). Параметры внутреннего пограничного слоя рассчитаны на осциллирующей плоской [9] или цилиндрической [10] излучающей поверхности.

Внутренние волны и семейство пограничных слоев образуют полную систему собственных функций линейной задачи и позволяют строить модели, точно удовлетворяющие граничным условиям, не привлекая дополнительных предположений. При этом свойства волн в дальней зоне зависят от параметров пограничного слоя на излучающей поверхности. Расчеты генерации периодических волн наклонной пластиной по линейной теории удовлетворительно согласуются с измерениями в случае малых амплитуд движений источника [10].

При учете нелинейности системы уравнений гидродинамики различные формы движения перестают быть независимыми и начинают взаимодействовать между собой. Наличие двух типов пограничных слоев, сосуществующих с волнами в непрерывно стратифицированной вязкой жидкости, существенно расширяет число сценариев эволюции нелинейных процессов [11]. В частности, тонкие пограничные течения могут служить непосредственным источником крупномасштабных периодических движений в тех случаях, когда их непосредственная генерация в линейном приближении запрещена условием существования внутренних волн: $\omega < N$ [2]. Наиболее просто в эксперименте такая возможность реализуется при возбуждении крутильных колебаний горизонтального диска в экспоненциально стратифицированной жидкости. Изучение возникающих при этом внутренних волн представляет практический интерес и позволяет экспериментально уточнить границы применимости нелинейной теории [12].

Впервые генерация трехмерных пучков периодических внутренних волн крутильными колебаниями горизонтального диска экспериментально наблюдалась в [13], где были установлены основные закономерности, связывающие характеристики волнового поля со свойствами среды и параметрами источника. В реальных условиях диск может располагаться под углом к горизонту, при достаточно больших угловых скоростях колебаний течение около диска большого радиуса теряет устойчивость и становится турбулентным. Влияние этих эффектов на картину внутренних волн остается неизученным.

Следует заметить, что непроницаемое тело, помещенное в непрерывно стратифицированную жидкость, прерывает естественный молекулярный перенос стратифицирующей компоненты и нарушает горизонтальную однородность среды. Возникающий при этом горизонтальный градиент давления порождает медленное нестационарное движение (течение, индуцированное диффузией [14]). Формирование многомасштабного пограничного течения обусловлено совместным действием нескольких диссипативных факторов (кинематической вязкости, диффузии или температуропроводности). Направление скорости в них определяется условием компенсации дефицита (или избыточности) стратифицирующего параметра вблизи непроницаемой границы.

Как следует из анализа точного решения для нестационарного одномерного течения, индуцированного диффузией на наклонной пластине [14], и асимптотического для возмущения около горизонтального цилиндра [15], пограничное течение на непо-

движном препятствии характеризуется различными масштабами пространственной изменчивости скорости и плотности (солености). В опытах в этом случае наблюдаются крупные вихри и тонкие высокоградиентные прослойки, которые отходят от нижней и верхней кромок препятствия [16]. При движении тела часть его энергии расходуется на излучение волн, часть – на поддержание возникающей неоднородности стратификации.

Отрыв течений, индуцированных диффузией, порождает высокоградиентные прослойки позади препятствия как при ламинарном, так и при турбулентном режимах течения. Прослойки стабилизируют вихревое движение.

Цель данной работы – экспериментальное исследование периодических движений жидкости около диска, совершающего крутильные колебания в стратифицированной среде в широком диапазоне параметров, включающем ламинарные, переходные и турбулентные режимы движения, и сравнение измерений с расчетами.

1. Основные результаты теории излучения волн телом, совершающим крутильные колебания. В качестве источника волн выбирается часть цилиндрической поверхности радиусом R и высотой a (или диск радиуса R), совершающая установившиеся крутильные колебания большой амплитуды в безграничной несжимаемой экспоненциально стратифицированной вязкой жидкости. Невозмущенная среда покоится, плотность зависит только от вертикальной координаты: $\rho_0(z) = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda)$, $\Lambda = g/N^2 = \text{const}$, $T_b = 2\pi/N$ – масштаб и период плавучести. Система уравнений движения с учетом аксиальной симметрии задачи имеет вид [17]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r} &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\Delta u_r - \frac{u_r}{r^2} \right) \\ \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{u_r u_\varphi}{r} &= \nu \left(\Delta u_\varphi - \frac{u_\varphi}{r^2} \right) \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \Delta u_z - g \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + u_z \frac{\partial (\rho_0 + \rho)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} &= 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $\mathbf{u} = u_r, u_\varphi, u_z$ – компоненты скорости, P и ρ – возмущения давления и плотности жидкости, ν – кинематическая вязкость, ось z цилиндрической системы координат r, φ, z направлена вверх.

Источник совершает крутильные колебания с частотой $\omega/2$ и достаточно большой линейной скоростью U и производит несколько оборотов за половину периода

$$U_r = U_z = 0, \quad U_\varphi = U_0 \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) \vartheta\left(\frac{a}{2} - |z|\right) \quad (1.2)$$

где ϑ – единичная функция Хевисайда.

При линеаризации уравнения движения распадаются на группу уравнений для переменных ρ, P, u_r и u_z , следующих из первого и третьего – пятого уравнений (1.1), которые описывают внутренние волны и другие движения, связанные с эффектами плавучести.

части, и отдельное уравнение только для u_φ . Его решение с граничными условиями (1.2) описывает изопокический пограничный слой

$$u_r = u_z = 0, \quad u_\varphi = \frac{U_0}{2\pi} e^{-i\omega t/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{ka}{2} \frac{H_1^{(1)}(\kappa r)}{H_1^{(1)}(\kappa R)} e^{ikz} dk + \text{к.с.} \quad (1.3)$$

$$\kappa^2 = \frac{i\omega}{2\nu} - k^2, \quad \text{Im}\kappa > 0$$

где $H_1^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода, знаком “к.с.” означено комплексно-сопряженное выражение. Если жидкость маловязкая, что обычно выполняется, то скорость спадает экспоненциально с удалением от излучающей поверхности

$$u_\varphi = \frac{U_0}{2} \vartheta\left(\frac{a}{2} - |z|\right) u_{\varphi\sqrt{r}} \sqrt{\frac{R}{r}} [e^{i\kappa(r-R)} e^{-i\omega t/2} + e^{-i\bar{\kappa}(r-R)} e^{i\omega t/2}] \quad (1.4)$$

и характерный пространственный масштаб пограничного течения $\delta_{St} = \sqrt{2\nu/\omega} \ll R$.

Первая группа уравнений в приближении Буссинеска приводится к традиционно-линеаризованному уравнению внутренних волн для функции тока Ψ ($u_r = \partial\Psi/\partial z$, $u_z = -\partial\Psi/\partial r - \Psi/r$). Пограничное течение задает центростремительное ускорение u_φ^2/r в первом из уравнений системы (1.1), которое и является фактически нелинейным силовым источником, возбуждающим внутренние волны

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta_r + N^2 \Delta_\perp - \nu \frac{\partial}{\partial t} \Delta_r^2 \right] \Psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_\varphi^2}{\partial t \partial z} \quad (1.5)$$

$$\Delta_r = \Delta - \frac{1}{r^2}, \quad \Delta_\perp = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Из вида правой части уравнения (1.5) следует, что частота волн, возбуждаемых гармоническими крутильными колебаниями диска, равна ω и вдвое превышает частоту колебаний источника. Если огибающая смещений – меандр, то квадрат смещений не зависит от времени и такое периодическое движение волны не возбуждает. Максимальную эффективность имеет источник, квадрат амплитуды смещений которого является линейной функцией времени. Решение (1.5) ищется в виде разложения по плоским волнам

$$\Psi(r, z, t) = e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(r, k) e^{ikz} dk + \text{к.с.} \quad (1.6)$$

При подстановке (1.4) и (1.5) в (1.6) получается уравнение для пространственного спектра функции тока

$$[-\omega^2(\Delta_\perp - k^2) + N^2 \Delta_\perp + i\omega\nu(\Delta_\perp - k^2)^2] \psi = \frac{u_0^2 \omega R}{2r^2} \sin \frac{ka}{2} e^{2i\kappa(r-R)} \equiv F(r) \quad (1.7)$$

с граничными условиями

$$\psi(R, k) = 0, \quad \left. \frac{\partial \psi(r, k)}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (1.8)$$

Необходимые для дальнейших вычислений приближенные значения корней дисперсионного уравнения доля однородной части оператора внутренних волн (1.7) имеют вид

$$k_w = |k| \operatorname{tg} \theta + \frac{iv|k|^3}{2N \cos^5 \theta}, \quad k_b = (i-1) \operatorname{tg} \theta \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}, \quad \theta = \arcsin \frac{\omega}{N} \quad (1.9)$$

где θ – угол наклона волнового конуса к горизонту. Волновое число k_w соответствует бегущим внутренним волнам, а k_b – внутренним пограничным течениям. Толщина изопикнического пограничного слоя определяется универсальным внутренним масштабом $\delta_N = \sqrt{\nu/N}$ и угловым положением волнового луча $\delta_{S_i} = \delta_N \sqrt{2/\sin \theta}$.

В маловязкой и слабостратифицированной среде толщина пограничного слоя существенно меньше длины излучаемых волн. Тогда на больших расстояниях от источника ($|k_b(r-R)| \gg 1$) в сопутствующей системе координат (ось q которой направлена вдоль пучка, ось p – поперек, $z > 0$, начало координат находится в центре диска)

$$r-R = p \sin \theta + q \cos \theta, \quad z = -p \cos \theta + q \sin \theta \quad (1.10)$$

Вертикальные смещения частиц в пучке, возбуждаемом пограничным течением на диске, полученные из (1.5) с учетом (1.8) и (1.9), определяются выражением

$$h(p, q) = -\frac{U_0^2 e^{-i\omega t}}{8(1+\sqrt{2})\omega^2 R^2} \sqrt{\frac{\nu}{\pi N r}} \int_0^\infty \frac{2J_1(kR') - kR' J_0(kR')}{\sqrt{k}} \times \\ \times \exp\left(ikp - \frac{\nu k^3 q}{2N \cos \theta}\right) dk + \text{к.с.} \quad (1.11)$$

где J_n – функции Бесселя, $R' = R \sin \theta$ – проекция радиуса диска на направление нормали к пучку. Модальность излученного пучка определяется отношением радиуса диска к вязкому волновому масштабу $L_\nu = \sqrt[3]{g\nu/N}$. Маленький диск ($R' < L_\nu$) излучает однодальний конический пучок с максимумом смещений в его центре и амплитудой

$$h(0, q) = \frac{U_0^2 R^2 \sin \theta}{48(1+\sqrt{2})} \left(\frac{2 \cos^4 \theta}{\pi^3 \nu^4 N^8 q^{10}} \right)^{1/6} \Gamma\left(\frac{7}{6}\right) \quad (1.12)$$

где Γ – гамма-функция.

Широкий диск ($R' \gg L_\nu$) возбуждает бимодальный конический пучок с амплитудой в максимумах на краях пучка

$$h(\pm R', q) = \frac{U_0^2}{4\pi(1+\sqrt{2})\omega^2} \left(\frac{\nu \sin^3 \theta}{2NR^3 q^5 \cos \theta} \right)^{1/6} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \quad (1.13)$$

Горизонтальный диск, совершающий крутильные колебания с частотой Ω на фоне равномерного вращения, так что в целом направление угловой скорости сохраняет свой знак (пространственные зависимости опущены),

$$U_\phi = U_1 + U_0 \cos \Omega t, \quad U_1 > U_2 \quad (1.14)$$

возбуждает внутренние волны той же частоты Ω . Волновой пучок описывается формулами (1.11)–(1.13), в которых U_2^0 заменяется на $4U_1U_0$. Если магнитуда колебатель-

ного движения U_0 превышает скорость регулярного вращения, то одновременно с возбуждением волны частоты Ω генерируется волна с частотой 2Ω , причем соотношение амплитуд гармоник задается отношением U_1/U_0 . Если дополнительно выполняется соотношение $4\Omega < N$, то наряду с волнами основной частоты излучается следующая гармоника с частотой 4Ω , поле которой тоже описывается формулами (1.11)–(1.13) с заменой U_2^0 на $2U_2^0$.

Таким образом, пограничные течения, формирующиеся на горизонтальном диске, совершающем крутильные колебания в стратифицированной жидкости, являются нелинейными источниками внутренних волн, амплитуда которых растет пропорционально квадрату окружной скорости и квадрату радиуса диска. Предельные масштабы пограничных течений определяются параметрами задача – кинематической вязкостью, скоростью вращения, частотой плавучести: $\delta_u = \nu/U$, $\delta_N = \sqrt{\nu/N}$. Затухание волны вдоль луча зависит от вязкости среды, модальности пучка и спадает пропорционально $q^{-3/5}$ вдоль центра одномодального конического пучка и $q^{-5/6}$ в бимодальном пучке, возбуждаемом диском большого радиуса. Отношение масштабов задачи может быть также представлено в форме таких безразмерных параметров, как число Рейнольдса $Re = R/\delta_u = UR/\nu$, внутреннее число Фруда $Fr = U/NR$, отношение масштабов $C = \Lambda/R$, которые будут использованы при анализе экспериментальных данных.

2. Методика эксперимента. Эксперименты выполнены в лабораторном бассейне размером $9 \times 0.6 \times 0.6$ м³, заполненном непрерывно стратифицированным раствором поваренной соли NaCl, кинематическая вязкость которого незначительно отличается от вязкости воды $\nu = 0.01$ см²/с. В качестве источника возмущений в среде использованы диски из нержавеющей стали (радиус 1, 2 или 4 см и толщина 1 мм), а также модель винта, выполненная из того же материала (внешний радиус 2 см). Модель изготовлена из диска, разделенного на четыре лопасти в виде 80-градусных секторов, повернутые под углом 10° около осей, лежащих в плоскости диска.

Излучатель был установлен на стержне, механически соединенном с электродвигателем через понижающий редуктор. Питания электродвигателя осуществлялось от источника переменного тока, позволяющего регулировать амплитуду и частоту. Работой двигателя управляли с помощью генератора электрических сигналов специальной формы Г6-26, который задавал режим колебаний (гармонические с угловой скоростью вращения $\Omega = \Omega_0 \sin \omega t$, прерывистые, наложенные на равномерное вращение диска), их период T , значения окружной скорости крутильных колебаний U и скорости равномерного вращения, продолжительность опыта t и усилителя мощности. Движения диска контролировали установленным на его оси многооборотным потенциометром, подключенным к источнику постоянного тока. Сигнал с потенциометра подавался непосредственно на самописец.

Наблюдение течений и внутренних волн в жидкости проводилось через боковые иллюминаторы при помощи теневого прибора ИАБ-451 методом “вертикальная щель–плоский нож”, их регистрация – фотокамерой. Коэффициент преломления раствора поваренной соли связан с плотностью линейным соотношением. Одновременно на теневой картине фиксировались профили горизонтальной компоненты скорости жидкости, которые визуализировались плотностными метками – гидродинамически следами за свободно погружающимися кристалликами сахара [18]. Измерение амплитуды внутренних волн выполнялись датчиком электропроводности (фиг. 1), сигнал с которого записывался на самописец или персональный компьютер. Чувствительный элемент датчика – торец капилляра диаметром 0.8 мм, в который вставлен центральный электрод из платиновой проволоки. Датчик градуировался перед каждым экспериментом методом “подъем – погружение” с целью определить вертикальные смещения частиц во внутренней волне.

После заполнения бассейна, установки излучателя, датчиков и выравнивания всех внесенных неоднородностей плотности (длительность выдержки один-два дня), методом плотностной метки определялись профиль плотности и значение частоты плаву-чести [18]. В данных опытах период плаву-чести $T_b = 7.5$ с. Затем включался генератор внутренних волн и регистрировались картина возмущений. Параметры внутренних волн измерялись после завершения периода установления, когда картина течения длительное время не изменялась. Продолжительность отдельного опыта составляла от нескольких минут (задача установления) до нескольких часов (тестирование степени стационарности картины течений). Внутренние волны наблюдались при всех режимах движения диска, за исключением случая прерывистых колебаний генератора (огibaющая – меандр).

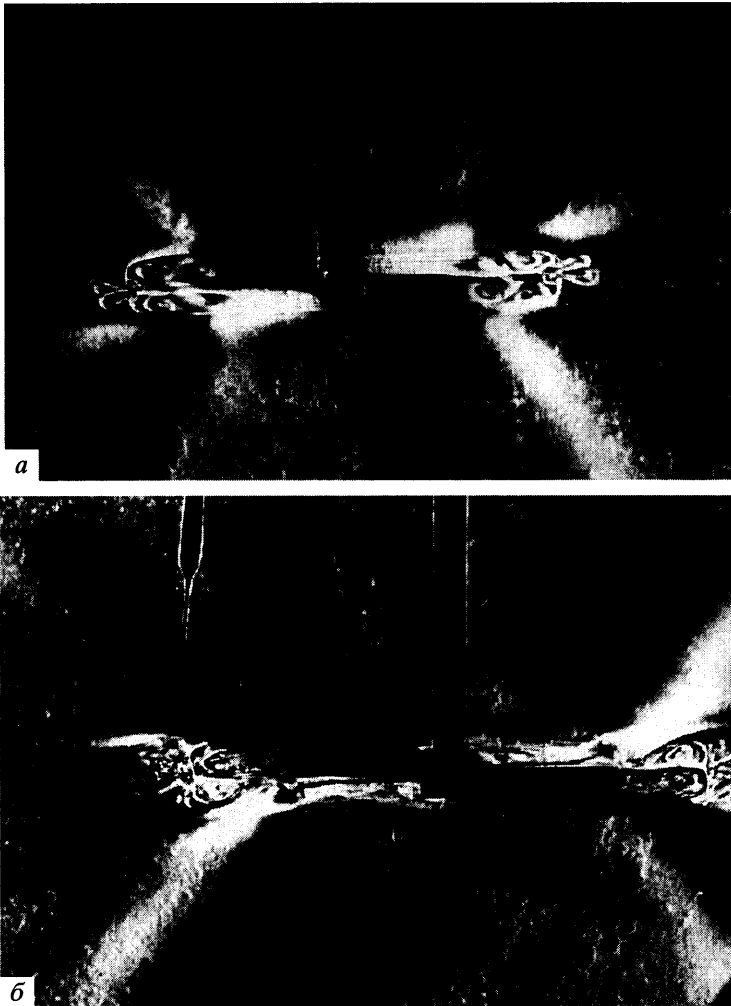
3. Основные результаты. Типичная картина течения около горизонтального диска, совершающего гармонические крутильные колебания в жидкости с периодом плаву-чести $T_b = 7.5$ с, приведена на фиг. 1. В ходе установления течения в теневой картине наблюдается последовательность прослоек, расположенных параллельно плоскости диска, и внешних вложенных кольцевых структур, к которым примыкают наклонные диффузные полосы (фиг. 1, а, два полных колебания диска). Горизонтальные прослойки визуализируют высокоградиентные внутренние пограничные течения, диффузные полосы – сечения волнового конуса.

Система кольцевых структур, примыкающих к внешнему краю диска, визуализирует два семейства кольцевых вихрей, образующихся с каждой стороны диска. Жидкость в этих вихрях совершает сложное движение. Она вращается в вертикальной плоскости вокруг круговой оси каждого кольца: против часовой стрелки выше диска и по часовой – ниже. Кроме того, вся структура вращается как целое вокруг вертикальной оси, следуя движению диска. Все вихри являются нестационарными, ускоряющимися в фазе формирования и замедляющимися после отторжения от кромки диска новой парой колец, вращающихся в противоположную сторону. Высокоградиентные оболочки вихрей и спиральные элементы внутри них сформированы в непрерывно стратифицированной жидкости оторвавшимися пограничными слоями. Пара примыкающих к диску вихревых колец фактически является тороидальным диполем, в центре которого располагается плоское отходящее течение.

От внешней поверхности слоистой структуры уходят две систем диффузных темных и светлых полос. Сравнение с данными теневых наблюдений стратифицированных течений [1, 2, 11] показывает, что такие наклонные полосы визуализируют пучки периодических внутренних волн. Угол наклона этих волн к горизонту $\theta = 47^\circ$ согласуется с частотным дисперсионным соотношением [2] для $\omega = 2\Omega = 0.62 \text{ с}^{-1}$ в соответствии с (1.1). т.е. для гармонической волны с удвоенной частотой гармонических крутильных колебаний диска.

В дальнейшем все элементы картины течения циклически повторяются: через каждую половину периода крутильных колебаний диска происходит смена направления вращения внешнего кольцевого вихря и излучается новая группа внутренних волн. Угловое положение линии их распространения определяется дисперсионным соотношением для линейных волн $\theta = \arcsin(2\Omega/N)$. Горизонтальным полосам, отходящим от наружных оболочек кольцевых вихрей, соответствуют волны нулевой частоты или диссипативно-гравитационные волны [19], которые в данной работе детально не изучаются.

Теневое изображение течения в целом антисимметрично относительно оси вращения диска, каждой темной полосе справа соответствует светлая полоса слева. Антисимметричность правой и левой частей картины обусловлена оптическими свойствами теневой системы с плоским ножом Фуко, создающим перераспределение освещенности изображения. Поскольку яркость в этом случае пропорциональна горизонтальной компоненте градиента коэффициента преломления, осесимметричное возмущение формирует антисимметричное изображение. Антисимметричность картины течения



Фиг. 1. Теневая картина возмущений возле горизонтального диска, совершающего гармонические крутильные колебания в жидкости при $T_b = 7.5$ с, $T = 20$ с, $U = 2$ см/с: $a - R = 2$ см, $Re = 400$, $Fr = 1.2$, $C = 700$, $t = 40$ с; $b - R = 4$ см, $Re = 800$, $Fr = 0.6$, $C = 350$, $t = 30$ мин

относительно горизонтальной плоскости диска показывает, что гребню (нарастанию плотности) в верхнем полупространстве соответствует впадина в нижнем, и наоборот. Установившаяся картина внутренних волн формируется уже после пяти полных оборотов диска и остается практически неизменной в течение всего времени наблюдений (более 2 ч, фиг. 1, б).

Около внешней кромки диска на теневой фотографии (фиг. 1, а) также видны следы трех пар кольцевых течений, состоящих из двух независимых вихрей, разделенных плоскостью диска. Первая (внешняя) пара вихрей на фиг. 1, а сплющивается под действием сил плавучести, вторая (центральная) имеет четко выраженную внутреннюю кольцевую структуру, подобную структуре вихря в однородной жидкости [1, 8]. В нее вторгается третья, растущая, пара. Внешние оболочки кольцевых вихрей выше и ни-

Таблица 1

$2\Omega/N$	q , град	$\sin\theta$
0.57	33.4	0.55
0.62	36.2	0.59
0.71	41.3	0.66
0.79	51.3	0.78
0.87	58.2	0.85
0.94	68.4	0.93
1	90	1

же диска соединены тонкими горизонтальными прослойками. Толщина всех прослоек (в том числе и внешних оболочек вихрей) не превышает 0.3 мм, т.е. фактически определяется разрешением теневого прибора, и практически не меняется со временем.

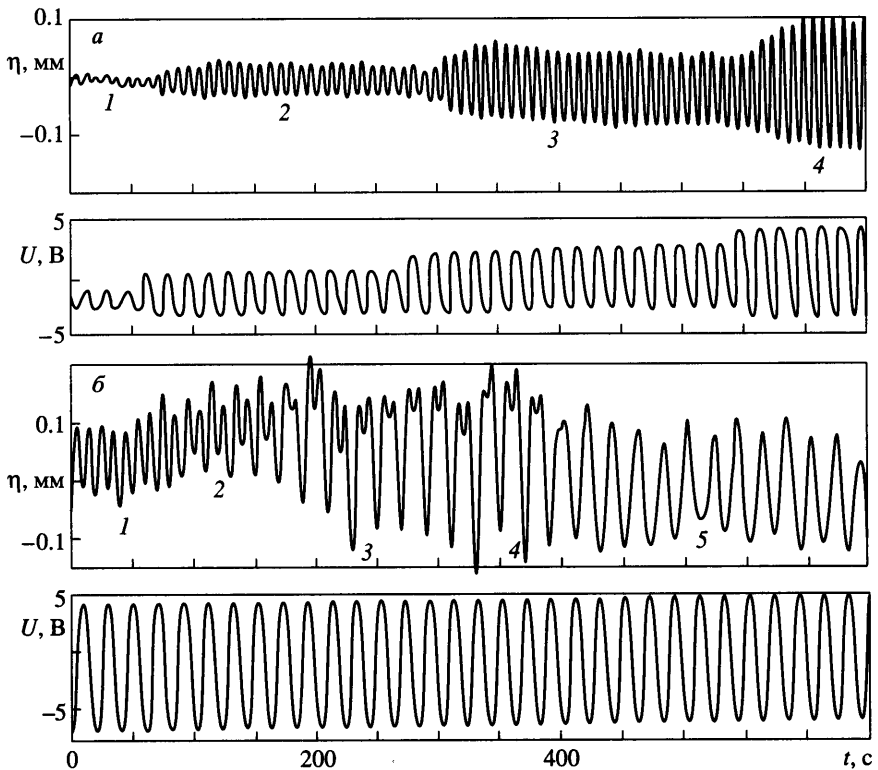
Большой и малый радиусы внешних кольцевых вихрей монотонно растут со временем в течение всего промежутка однонаправленного вращения диска. При изменении направления вращения диска происходит отрыв сформировавшегося кольца, которое отскакивает от кромки диска новой парой вихрей, вращающихся в противоположном направлении. Таким образом, каждую половину периода на поверхности диска формируется новая пара пограничных течений и соответственно новая пара внешних кольцевых вихрей. По мере удаления кольцевого вихря от диска стратификация подавляет вертикальное движение и вызывает сплющивание (коллапс) вихрей.

Наблюдаемые высокоградиентные прослойки можно интерпретировать как дополнительные структурные элементы, которым в теории соответствуют внутренние пограничные слои на излучающей поверхности [10] и внутренние пограничные течения в толще непрерывно стратифицированной жидкости [6, 20]. Так же как и в однородной среде, диск формирует среднее течение [8], в котором жидкость подтекает вдоль вертикальной оси и отбрасывается в окрестности плоскости диска, формируя в стратифицированной среде пучок диссипативно-гравитационных волн [19].

Поскольку тонкоструктурные элементы – остатки внешних колец – существуют длительное время, они накапливаются в окрестности внешней кромки диска и формируют область частично перемешанной жидкости, в которой и происходит торможение сходящих с кромки колец. Длина пути торможения, высота частично перемешанной области растут со временем (на фиг. 1, б габаритные размеры области $4.3 \times 1.7 \text{ см}^2$). Контур внешней кромки области перемешанной жидкости не является выпуклым; более того, в нем наблюдается провал, свидетельствующий о формировании аксиально-симметричного подтекающего течения на горизонте плоскости диска. Этим общая схема циркуляции также отличается от случая однородной жидкости. Некоторая асимметрия перемешанной области обусловлена различием форм крепежных элементов выше и ниже диска.

На больших временах примыкающая к диску частично перемешанная вращающаяся жидкость, оконтуренная оболочкой с разрывами, излучает собственную систему волн. Центральные волновые конусы сдвигаются с кромки диска и располагаются в середине структурированной области. Угол их наклона к горизонту $\theta = 55^\circ$ и 24° , что соответствует частотам первой 2Ω и основной Ω гармоник крутильных колебаний диска (волны половинной частоты наиболее контрастно видны в левой части снимка). Датчик, показанный на фиг. 1, б, субгармоники не фиксирует, поскольку они распространяются вне его рабочей области.

Результаты измерений угла наклона основного волнового конуса к горизонту для различных частот крутильных колебаний диска радиусом 2 см приведены в табл. 1, из

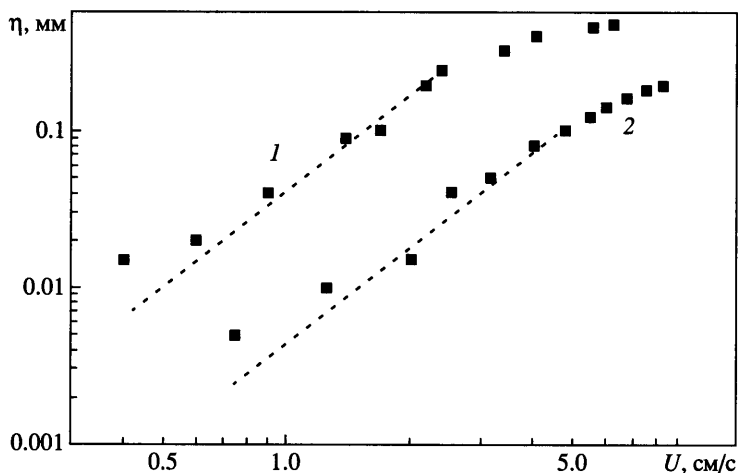


Фиг. 2. Регистрограммы сигналов датчиков электропроводности и положения диска. *a* – гармонические крутильные колебания диска при $R = 2$ см, $T_b = 7.5$ с, $T = 20$ с, сегменты 1–4: окружная скорость $U_0 = 0.4, 1.3, 3.5, 5.8$ см/с, $Re = 80, 260, 700, 1160$, $Fr = 0.24, 0.78, 2.1, 3.5$; *б* – колебания диска при $R = 1$ см, $U_0 = 2.8$ см/с, $\omega = 0.31$ 1/с наложены на регулярное вращение со скоростью U_1 , сегменты 1–5: $U_1 = 0, 1.0, 3.5, 6.0, 9.8$ см/с, $Re = 280, 380, 630, 880, 1260, Fr = 3.4, 4.5, 7.5, 10.5, 15$ соответственно

данных которой следует, что коэффициент пропорциональности между величинами $\sin \theta$ и $2\Omega/N$ близок к единице. Таким образом, дисперсионное соотношение для внутренних волн, нелинейно генерируемых пограничным слоем, выполняется так же хорошо, как и для волн, возбуждаемых другими источниками, например колебаниями цилиндров [2] или пластин [13] с частотой, меньшей частоты плавучести.

Влияние характера движения диска на параметры излучаемых волн иллюстрируют регистрограммы сигналов с датчиков электропроводности и углового положения излучателя (фиг. 2). Вариации электропроводности пересчитаны в вертикальные смещения частиц жидкости η . Для датчика углового положения излучателя приводится напряжение на потенциометре U , величина которого пропорциональна углу поворота. Регулярное вращение исключено из показаний, приведенных на нижней регистрограмме фиг. 2. Измерения волн выполнены на оси пучка на расстоянии 8 см от кромки диска.

Верхняя пара регистрограмм соответствует случаю, когда диск радиусом 2 см совершает гармонические крутильные колебания постоянной частоты с различной окружной скоростью кромки диска. Из приведенных данных следует, что внутренние волны устойчиво возбуждаются при всех скоростях кромки диска ($Re < 1160$), их час-



Фиг. 3. Зависимость амплитуды внутренних волн в центре пучка от окружной скорости вращения кромки диска: 1, 2 – $R = 2$ и 1 см

тота в 2 раза превосходит частоту крутильных колебаний Ω . Небольшая амплитудная модуляция сигнала вызывается сейшмами, практически всегда существующими в бассейне. Амплитуда внутренних волн квадратично возрастает с увеличением скорости кромки диска (сегменты 1–4: $\eta = 0.01, 0.03, 0.06$ и 0.11 см).

Нижняя пара регистрограмм соответствует случаю, когда на двигатель кроме модулированного подается фиксированное напряжение, так что скорость регулярного вращения (U_1 на фиг. 2, б) последовательно нарастает, становится равной амплитуде гармонического колебания U_0 и затем превосходит ее. По мере того как симметричные крутильные колебания диска постепенно преобразуются в однонаправленное вращение с переменной угловой скоростью, в сигнале с выхода датчика, вначале гармоническом с частотой 2Ω , постепенно появляется составляющая с частотой крутильных колебаний Ω (сегмент 2, фиг. 2, б), доля которой возрастает с увеличением отношения скоростей постоянного и переменного вращения. Когда угловая скорость постоянного вращения превышает переменную составляющую ($U_1 > U_0$), излучаются только волны основной частоты (сегмент 5, фиг. 2, б), что согласуется с выводами теории.

Зависимость амплитуды вертикальных смещений в волновом конусе η от окружной скорости кромки диска, совершающего чистые гармонические крутильные колебания U , приведена в двойном логарифмическом масштабе на фиг. 3. Когда окружная скорость меньше 4 см/с для кривой 1 и 8 см/с для кривой 2 ($Re < Re_{cr} = 800$), экспериментальные точки аппроксимируются зависимостью $\eta = AU^2$, $A = 0.05$ и 0.04 при $R = 1$ и 2 см, $[\eta] = \text{мм}$, $[U] = \text{см/с}$. При дальнейшем увеличении скорости темп роста амплитуды замедляется, и при $Re > Re_{cr}$ наступает насыщение вследствие совместного действия эффектов нелинейности и вязкости.

Данные измерений амплитуд внутренних волн, излучаемых диском радиусом 2 см, совершающим крутильные колебания с периодом $T = 16.7$ с, и окружной скоростью $U_0 = 2$ см/с приведены в табл. 2 (1 – расчет по формуле (1.12), 2 – эксперимент). В этих опытах датчик электропроводности перемещался вдоль луча внутренних волн, начиная с расстояния 3.2 см от кромки диска до положения, при котором сигнал от внутренних волн становился сравнимым с уровнем шумов в бассейне. Амплитуды внутренних волн от диска и от пластины, колеблющейся в стратифицированной жидкости, одного порядка величины [10]. Обработка данных методом наименьших квадратов

Таблица 2

q , см	η , мм	
	1	2
3.2	0.18	0.22
3.8	0.14	0.16
4.5	0.10	0.10
4.9	0.09	0.09
7.0	0.05	0.06
9.0	0.03	0.05

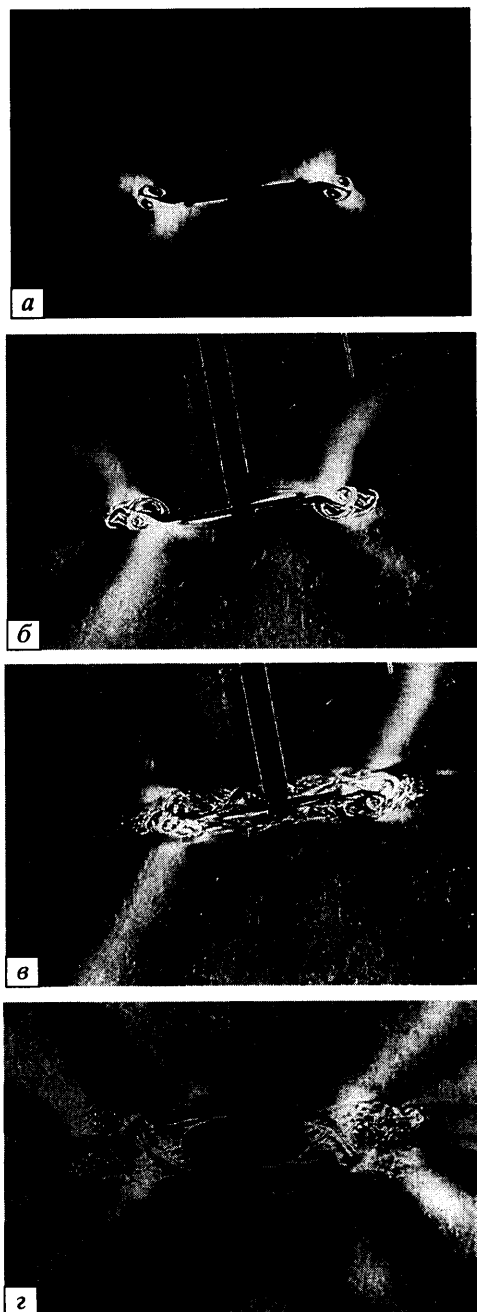
показывает, что при $q < 7$ см экспериментальные точки группируются около зависимости $\eta = 1.14q^{-1.54}$, $[\eta] = \text{мм}$, $[q] = \text{см}$. Спадание амплитуды пучка, рассчитанное по формуле (1.12) для условий эксперимента задается выражением $\eta = 1.29 q^{-5/3}$. Различия в показателях (8%) и коэффициентах (13%) расчетов и данных измерений не выходят за пределы погрешности определения волновых амплитуд контактным датчиком электропроводности, которая, с учетом динамической погрешности, составляет 20%. На больших расстояниях ($q > 7$ см) регистрируемая амплитуда волн выходит на насыщение (вертикальное смещение порядка 0.05 мм), обусловленное волновым фоном бассейна, который создается действием других независимых источников (корпусом бассейна при работе волнопродуктора, механическими колебаниями почвы и фундамента).

Таким образом, горизонтальный диск, совершающий крутильные колебания большой амплитуды в непрерывно стратифицированной жидкости, можно использовать в качестве источника “стандартных” внутренних волн. Такой источник достаточно эффективен и меньше искажает исходную стратификацию, чем генераторы, изменяющие свой объем или положение в пространстве [1, 2].

Вихревые структуры около горизонтального диска располагаются симметрично относительно его плоскости. Наклонный диск создает более сложную картину вихревого движения поскольку здесь кроме симметричного сжатия вихревых колец под действием сил плавучести происходит вертикальное перемещение отдельных сегментов. Серия теневых фотограмм картины такого течения приведена на фиг. 4. На первых трех фотографиях представлен вид сбоку. Ось вращения плоскости диска располагается параллельно лучу зрения теневого прибора.

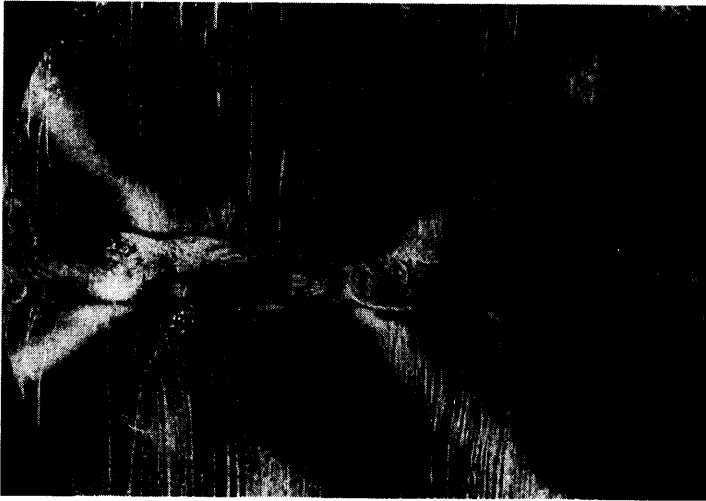
В начальной фазе формирования сегменты наблюдаемой пары вихревых колец отходит от внешней кромки диска (фиг. 4, *a*, $t = 10$ с), как и в случае его горизонтального расположения (фиг. 1, *a*). Под действием сил плавучести часть вихревого кольца постепенно искривляется, одни сегменты всплывают (около левой стороны диска на фиг. 4, *a*), другие погружаются (около правой стороны диска на фиг. 4, *a*). Линия центров вихревой системы постепенно возвращается на горизонтальную плоскость, проходящую через центр диска. Остальные элементы вихревого кольца на этой фотограмме не видны в силу свойств теневого прибора с ножом Фуко.

Тонкие светлые прослойки около диска на фиг. 4, *a* визуализируют пограничные слои на поверхности излучателя. Примыкающие к внешней кромке кольцевого вихря диффузные полосы соответствуют нестационарным внутренним волнам, которые кольцо излучает подобно твердому телу [2]. Формирование вихря и внутренней волны происходит согласованно (фиг. 1, *a* и 4, *a*). Волновой конус периодических волн формируется достаточно медленно, и даже после нескольких оборотов диска (фиг. 4, *b*, $t = 40$ с) картина волн типична для короткодействующего источника.



Фиг. 4. Теневая картина возмущений возле наклонного диска при $R = 2$ см, $T_b = 7.5$ с.
 $a - \varphi = 10^\circ$, $t = 10, 40, 600$ с; $z - \varphi = 30^\circ$, $t = 15$ мин

Каждая последующая пара кольцевых вихрей к окончанию полуцикла вращения ложится на центральную плоскость диска. В начальной фазе внешние кромки вихревых реликтов связаны системой горизонтальных прослоек – внутренних пограничных течений [20], отчетливо видимых на фиг. 4, б.



Фиг. 5. Картина возмущений около модели винта (диска с лопастями), совершающей крутильные колебания в стратифицированной жидкости при $T_b = 7.5$ с, $T = 20$ с, $U_0 = 2$ см/с, $t = 30$ мин

Установившаяся картина периодического движения около наклонного диска показана в двух проекциях на фиг. 4 *в, г*. Изображение в плоскости наклона оси диска выделяет ближнюю область, заполненную вырождающимися высокоградиентными оболочками вихрей и пограничными течениями. Внешние границы области мелкомасштабных возмущений располагаются параллельно плоскости диска. Совместное действие градиента давления в частично перемешанной области и общего градиента плотности порождает крупномасштабное течение, которое проявляется в виде системы темных и светлых полос, примыкающих к внешней границе области частично перемешанной жидкости. Сама внешняя граница не является сплошной и образована остатками высокоградиентных оболочек и концами тонких линейчатых свилей элементов вихревого движения. Источник волн смещается с кромки диска в центр области перемешанной жидкости.

В картине течения, представленной на фиг. 4, *г*, ось наклона плоскости диска перпендикулярна лучу зрения и является осью абсцисс приведенного изображения. Здесь диск радиусом 2 см, расположенный под углом 30° к горизонту, воспроизводится как эллипс с отношением осей 2:1. На фотограмме отчетливо выражена кольцевая структура области мелкомасштабных возмущений, отношение габаритных размеров которой 4:1. Картина волн усложняется, периодические возмущения проникают в запрещенные области (темные и светлые пятна на продолжениях лучей под диском). На всех фотографиях кроме внутренних волн и вихрей видны искажения тонкой структуры горизонтальными течениями жидкости около диска.

Для визуализации регулярных течений использованы наборы плотностных меток – гидродинамических следов за свободно падающими и частично растворяющимися кристалликами сахарного песка. В качестве источника возмущений на фиг. 5 используется модель винта – плоский диск с секторами, симметрично повернутыми на угол 10° . Деформация меток иллюстрирует пространственное распределение течений в бассейне и значения скоростей. Сжатие набора меток около оси винта свидетельствует о существовании медленного вертикального течения. На периферии винта формируется осесимметричная структура, состоящая из центральной растекающейся осесиммет-

ричной струи в плоскости диска и двух примыкающих к ней сверху и снизу подтекающих струй. Высота струй на расстоянии 6 см от оси вращения генератора составляет 0.5 см, отношение максимальных скоростей близко к единице (при абсолютном значении 0.5 см/с). Подавление вертикальной компоненты скорости обусловлено действием стратификации, влияние которой усиливают формирующиеся высокоградиентные прослойки.

Заключение. Разработан и экспериментально реализован новый способ нелинейной генерации трехмерных периодических внутренних волн внутренними пограничными слоями около горизонтального диска, совершающего крутильные колебания в непрерывно стратифицированной жидкости. Достоинство способа – воспроизводимость картины течения в тонких деталях и параметров пучка конических внутренних волн. Амплитуда и форма пучка волн регулируются в достаточно широких пределах изменениями параметров источника и среды: величины стратификации, радиуса, окружной скорости и закона движения диска (частоты модуляции гармонических или многочастотных крутильных колебаний). Определены предельные условия формирования установившегося волнового поля, существующего длительное время.

Точное решение задачи генерации внутренних волн горизонтальным диском, совершающим гармонические крутильные колебания в экспоненциально стратифицированной жидкости [12], которое описывает внутренние волны и внутренние пограничные течения, качественно и количественно согласуется с результатами визуализации и измерений волновых компонент возмущений в широком диапазоне определяющих параметров задачи: $Re < Re_{cr} = 800$, $Fr < Fr_{cr} = 1$.

Наклонный диск (или тело более сложной формы), совершающий крутильные колебания в непрерывно стратифицированной жидкости, формирует систему пограничных слоев, пучки внутренних волн и трехмерные вихревые структуры. Совокупность вносимых возмущений – удобный объект для изучения взаимодействия пограничных слоев на обтекаемых препятствиях, порождаемых ими прослоек (внутренних пограничных течений) в толще жидкости, отдельных кольцевых вихрей, вихревых систем с совокупностью семейства внутренних волн (основной частоты и гармоник, диссипативно-гравитационных волн нулевой частоты [19]) в стратифицированных средах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства промышленности, науки и технологий РФ (Программа поддержки уникальных установок), Министерства образования Российской Федерации (ФЦП “Интеграция”, проект 02-Я0058/993), РФФИ (№ 02-05-65383).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977. 432 с.
2. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 598 с.
3. Appleby J.C., Crighton D.G. Internal gravity waves generated by oscillations of a sphere // J. Fluid Mech. 1987. V. 183. P. 439–450.
4. Maas L.R.M., Lam F.-P.A. Geometric focusing of internal waves // J. Fluid Mech. 1995. V. 300. P. 1–41.
5. Чашечкин Ю.Д., Кистович Ю.В. Задача генерации монохроматических внутренних волн: точное решение и модель силовых источников // Докл. РАН. 1997. Т. 335. № 1. С. 54–57.
6. Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Внутренние волны, вязкие пограничные слои и внутренние пограничные течения в непрерывно стратифицированной жидкости. Препринт № 674. М.: ИПМ РАН. 2001. 156 с.
7. Stokes G.G. On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Cambr. Phil. 1851. V. 9. Pt 2. P. 8–106.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
9. Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Некоторые точно решаемые задачи излучения трехмерных периодических внутренних волн // ПИМТФ. 2001. Т. 42. № 1. С. 52–61.
10. Ильиных Ю.С., Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Сравнение точного решения одной задачи возбуждения периодических внутренних волн с экспериментом // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35. № 5. С. 649–655.

11. Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Новый механизм нелинейной генерации внутренних волн // Докл. РАН. 2002. Т. 382. № 6. С. 772–776.
12. Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Нелинейная генерация периодических внутренних волн пограничным течением на вращающемся осесимметричном теле // Докл. РАН. 1999. Т. 367. № 5. С. 636–639.
13. Чашечкин Ю.Д., Кистович Ю.В., Ильиных Ю.С. Экспериментальное исследование генерации внутренних волн пограничным течением на вращающемся диске // Докл. РАН. 2000. Т. 375. № 3. С. 338–342.
14. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Структура нестационарного пограничного течения на наклонной плоскости в непрерывно стратифицированной среде // Докл. РАН. 1992. Т. 325. № 4. С. 833–837.
15. Байдулов В.Г., Чашечкин Ю.Д. Пограничное течение, индуцированное диффузией около неподвижного горизонтального цилиндра в непрерывно стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 6. С. 818–823.
16. Chashechkin Yu.D. Schlieren visualization of a stratified flow around a cylinder // J. Visualization. 1999. V. 1. № 4. P. 345–354.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
18. Смирнов С.А., Чашечкин Ю.Д., Ильиных Ю.С. Высокоточный метод измерения профиля периода плавучести // Измерит. техника. 1998. № 6. С. 15–18.
19. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Диссипативно-гравитационные волны в докритических режимах многокомпонентной конвекции // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Том 37. № 4. С. 513–519.
20. Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Линейная теория распространения пучков внутренних волн в произвольно стратифицированной жидкости // ПМТФ. 1998. Т. 39. № 5. С. 88–98.

Москва
W-mail: chakin@ipmnet.ru

Поступила в редакцию
24.VII.2002