

УДК 532.5.013 : 537.84 : 519.63

© 2003 г. И. А. ЕРМОЛАЕВ, А. И. ЖБАНОВ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УНИПОЛЯРНОЙ ИНЖЕКЦИИ ПРИ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНОМ ДВИЖЕНИИ В ПЛОСКОМ СЛОЕ ТРАНСФОРМАТОРНОГО МАСЛА

Исследуется влияние униполярной инъекции зарядов на электроконвективное течение слабопроводящей жидкости в плоскопараллельной системе электродов. Вычислительным экспериментом подтверждена существенная зависимость кризиса потери устойчивости равновесия плоского слоя слабопроводящей жидкости с униполярной инъекционной проводимостью от электрохимических процессов в приэлектродном слое. Получена зависимость коэффициента униполярной инъекции зарядов от начальной проводимости жидкости для раствора молекулярного йода в трансформаторном масле.

Ключевые слова: изотермическая электроконвекция, униполярная инъекционная проводимость, коэффициент инъекции.

1. Постановка задачи. Одной из причин, вызывающих конвективное течение жидкого диэлектрика в постоянном электрическом поле, является инъекция зарядов с электродов, связанная с окислительно-восстановительными реакциями как с изменением, так и без изменения химического состава реагирующих компонент [1, 2]. При этом в ряде жидкостей инъекционная проводимость в некотором диапазоне напряженности поля униполярна, как, например, в трансформаторном масле с добавлением молекулярного йода I_2 [3, 4].

Один из наиболее трудных вопросов теоретического исследования электроконвекции в таких системах – определение граничных условий для зарядов на электродах. Эти условия зависят как от свойств электродов, так и от химического состава жидкости, а также от особенностей транспортировки зарядов из приэлектродных областей.

При малых константах скоростей ионизации условия на электродах можно сформулировать как [3]

$$q_0 = \eta E F_i(E) \quad (1.1)$$

где q_0 – объемная плотность зарядов на электроде, η – коэффициент инъекции, E – напряженность электрического поля. Вид функции F_i определяется эмиссионными свойствами электродов и особенностями электрохимической реакции. При $F_i(E) = 1$ закон инъекции становится линейным.

Граничные условия на основе (1.1) используются в большинстве работ по исследованию электроконвективных явлений. Так в [5] предполагалось, что плотности объемных зарядов на электродах постоянны и не зависят от напряженности поля (автономный уровень инъекции), в [6–8] закон инъекции считался линейным, где коэффициент инъекции – постоянная величина. При этом очевидно, что величина η обуславливается параметрами электроконвективного процесса, в частности сильно зависит от состава смеси в жидкости.

2. Математическая модель и метод решения. Рассматривалась изотермическая электроконвекция в плоском слое вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости с униполярной инжекционной проводимостью [9]

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} \right) &= -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + q\mathbf{E} \\ \nabla \mathbf{V} &= 0 \\ \varepsilon \nabla \mathbf{E} &= q, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi \\ \frac{\partial q}{\partial t} + \nabla(\sigma \mathbf{E} + q\mathbf{V}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь ρ – плотность, \mathbf{V} – вектор скорости, p – давление, \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля, ε – диэлектрическая проницаемость, μ – динамическая вязкость, q – объемная плотность зарядов, σ – начальная удельная проводимость (измеренная по линейному участку вольт-амперной характеристики), φ – электрический потенциал. Диффузия ионов считалась малой. Между горизонтальными электродами задана постоянная разность потенциалов: $\varphi = 0$ на катоде, $\varphi = \varphi_0$ на аноде. Приложенное электрическое поле полагалось однородным: $E_x = 0$, $E_y = \varphi_0/H$, где H – толщина слоя. Фоновая проводимость среды считалась постоянной. В последнем уравнении системы (2.1) пренебрегается нелинейностью зависимости $j \sim qbE$, где j – плотность тока, b – подвижность инжектированных ионов.

Уравнения (2.1) решались в двумерной постановке в декартовой системе координат в переменных “вихрь скорости – функция тока – объемная плотность зарядов”. Методом установления моделировалось стационарное пространственно-периодическое электроконвективное течение в плоскопараллельной системе электродов для конвективной ячейки с аспектным отношением $L/H = 2$, где L – горизонтальный размер ячейки. Условия симметрии на боковых границах соответствовали бесконечному слою

$$\begin{aligned} \omega(t, 0, y) = 0, \quad \psi(t, 0, y) = 0, \quad \frac{\partial q(t, 0, y)}{\partial x} = 0 \\ \omega(t, L, y) = 0, \quad \psi(t, L, y) = 0, \quad \frac{\partial q(t, L, y)}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

где ω – вихрь скорости, ψ – функция тока. На твердых непроницаемых границах (электродах) обеспечивались условия “прилипания”

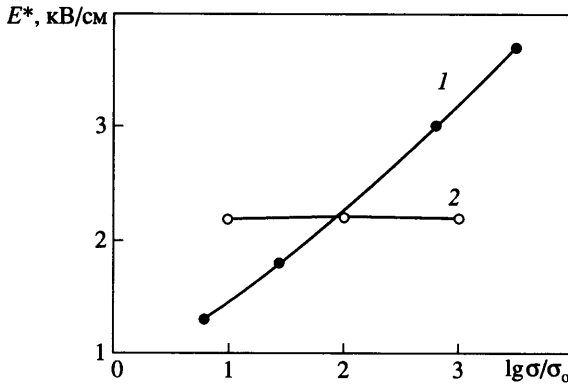
$$\begin{aligned} \psi(t, x, 0) = \frac{\partial \psi(t, x, 0)}{\partial y} = 0 \\ \psi(t, x, H) = \frac{\partial \psi(t, x, H)}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

Значения вихря скорости на электродах определялись по формуле Вудса [10], разрядка ионов на аноде считалась мгновенной, на катоде была задана линейная инжекция (1.1), где определялась величина η .

Начальные условия имели вид

$$\omega(0, x, y) = 0, \quad \psi(0, x, y) = 0, \quad q(0, x, y) = 0$$

Задача решалась методом конечных элементов Галеркина (слабая формулировка), при этом объемная плотность зарядов, вихрь скорости и функция тока аппроксимировались линейной комбинацией не зависящих от времени функций формы на линейных



Фиг. 1. Зависимость пороговой напряженности поля E^* от начальной проводимости жидкости: 1 – [11], 2 – численный расчет при коэффициенте инжекции $\eta = 1.25 \cdot 10^{-9}$ Кл/В \cdot м², $\sigma_0 = 10^{-12}$ (Ом \cdot м)⁻¹

треугольных конечных элементах. Для временной аппроксимации использовалась полностью неявная схема.

Уравнения решались последовательно. Каждый временной шаг начинался с вычисления объемной плотности зарядов, затем определялись граничные условия и решалось уравнение для вихря скорости, далее поле вихря скорости корректировалось и определялось поле функции тока. Все результаты получены на равномерной конечно-элементной сетке 20×40 с шагом по времени 0.01с.

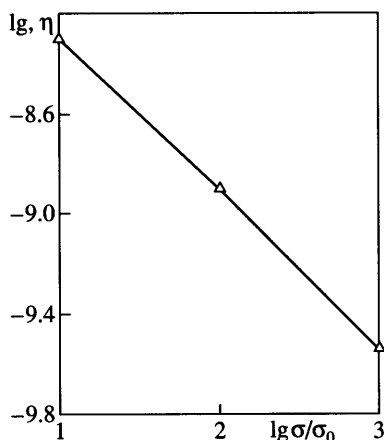
3. Результаты и обсуждение. Электроконвективное движение в плоском конденсаторе возникает пороговым образом. В [11] приведена экспериментальная зависимость пороговой средней напряженности начала электроконвективного течения от проводимости смеси трансформаторного масла с молекулярным йодом (фиг. 1, кривая 1). Задачу определения порога потери устойчивости равновесия слабопроводящей жидкости в плоскопараллельной системе электродов можно решить также с помощью вычислительного эксперимента [12]. Считая вблизи кризиса справедливым корневой закон Ландау

$$\psi_m \sim (E - E^*)^{1/2} \quad (3.1)$$

где ψ_m – максимальная функция тока, E^* – критическое значение напряженности однородного электрического поля, можно экстраполировать эту зависимость на нулевое значение ψ_m и получить величину E^* .

Параметры жидкости: кинематическая вязкость $\nu = 7.05 \cdot 10^{-5}$ м²/с, плотность $\rho = 890$ кг/м³, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2.3$, толщина слоя жидкости 0.01 м. Электроконвективные течения моделировались при средних напряженностях однородного поля, близких к пороговому. Для определения каждой величины пороговой напряженности проведено по шесть численных расчетов. Аппроксимация проводилась методом наименьших квадратов.

Вычисление E^* для линейной инжекции с катода в случае коэффициента $\eta = 1.25 \cdot 10^{-9}$ Кл/В \cdot м² (значение взято из [6]) при проводимости жидкости $\sigma = 10^{-9}, 10^{-10}, 10^{-11}$ (Ом \cdot м)⁻¹ показало отсутствие зависимости пороговой напряженности от величины σ (фиг. 1, кривая 2). При этом значение E^* совпало с экспериментальным только для $\sigma = 10^{-10}$ (Ом \cdot м)⁻¹. Результаты подтверждают, что порог изотермической элек-



Фиг. 2. Зависимость коэффициента униполярной инъекции η от начальной проводимости жидкости, $\sigma_0 = 10^{-12}$ (Ом \cdot м) $^{-1}$

троконвекции обусловлен не столько гидростатической неустойчивостью, сколько особенностями формирования объемного заряда в приэлектродном слое [13].

Варьируя величину η и определяя каждый раз E^* , получена зависимость коэффициента инъекции от начальной проводимости раствора молекулярного йода в трансформаторном масле по соответствию численно полученного значения E^* экспериментальным результатам [11] (фиг. 2). Величина коэффициента η определялась методом деления отрезка пополам, пороговая напряженность E^* вычислялась каждый раз по шести значениям $\psi_m(E)$, согласно (3.1), экстраполяцией по методу наименьших квадратов [12].

Зависимость на фиг. 2 аппроксимируется формулой $\lg \eta \approx -0.618 \lg(\sigma/\sigma_0) - 7.677$ и отражает изменения инъекции, обусловленные электрохимическими процессами, происходящими в приэлектродном слое. С увеличением проводимости весьма значительным становится эффект экранировки поля объемным зарядом, таким образом, что в жидкостях с проводимостью более 10^{-6} (Ом \cdot м) $^{-1}$ электроконвективные течения в постоянном поле не возникают [14]. В области низких проводимостей течение становится неустойчивым вследствие существования обратной связи между скоростью электроконвективного течения и скоростью формирования приэлектродного слоя [15].

Заклучение. При изотермической электроконвекции слабопроводящей жидкости в плоскопараллельной системе электродов интенсивность инъекционной ионизации в приэлектродных областях определяется эмиссионными свойствами электродов, химическим составом жидкости, особенностями транспортировки образовавшихся зарядов через слои. Инжекционные свойства системы электрод-жидкость существенно зависят от начальной проводимости жидкости и обуславливают величину пороговой напряженности поля, соответствующую началу конвективного движения. Получена зависимость коэффициента униполярной инъекции от начальной проводимости для раствора молекулярного йода в трансформаторном масле. Расчеты проведены для установившейся электроконвекции, между тем в процессе временной эволюции конвективной системы инъекционные свойства могут меняться сложным образом. Инъекция считалась однородной, однако ее интенсивность, по-видимому, обладает периодическим распределением вдоль электрода вследствие периодичности поля скоростей, в значительной степени определяющего скорость транспортировки зарядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Остроумов Г.А.* Электрическая конвекция // Инж.-физ. журн. 1966. Т. 10. № 5. С. 683–695.
2. *Мелчер Дж.* Электрогидродинамика // Магнитная гидродинамика. 1974. № 2. С. 3–30.
3. *Жакин А.И.* Электрогидродинамика жидких диэлектриков на основе диссоциационно-инжекционной модели проводимости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 4. С. 3–13.
4. *Жакин А.И.* Редокс-системы в электрогидродинамике и расчет электроконвективных течений // Магнитная гидродинамика. 1982. № 2. С. 70–78.
5. *Lacroix J.C., Atten P.* Double injection with recombination: EHD linear and non linear stability study. // J. Electrostatics. 1978. V. 5. Sept. P. 453–461.
6. *Тарунин Е.Л., Ямишина Ю.А.* Расчет электрогидродинамического течения в сильно неоднородных электрических полях // Магнитная гидродинамика. 1990. № 2. С. 142–144.
7. *Тарунин Е.Л., Ямишина Ю.А.* Ветвление стационарных решений системы уравнений электрогидродинамики при униполярной инжекции // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 23–29.
8. *Жакин А.И.* Исследование электроконвекции и электроконвективного теплопереноса в жидких диэлектриках при униполярной инжекционной проводимости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 14–20.
9. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 319 С.
10. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 С.
11. *Федоненко А.И., Жакин А.И.* Экспериментальные исследования электроконвективного движения в трансформаторном масле // Магнитная гидродинамика. 1982. № 3. С. 74–78.
12. *Ермолаев И.А., Жбанов А.И.* Исследование электроконвективного течения слабопроводящей жидкости с униполярной инжекционной проводимостью методом конечных элементов // Инж.-физ. журн. 2002. Т. 75. № 5. С. 96–99.
13. *Гросу Ф.П., Болога М.К.* Электроконвективные явления и интенсификация теплообмена // Электрон. обработка материалов. 1977. № 5. С. 51–62.
14. *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Границы существования ЭГД-течений в гомогенных жидкостях // Электрон. обработка материалов. 1981. № 4. С. 62–65.
15. *Стишков Ю.К.* Электрогидродинамические течения и механизмы электризации “технических” жидких диэлектриков // Электрон. обработка материалов. 1977. № 6. С. 29–32.

Саратов

Поступила в редакцию
16.VII.2002