

УДК 532.526:533.6.011.55

© 2002 г. Т.В. КОНОТОП, Л.А. СОКОЛОВ

ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ В ЗАКРИТИЧЕСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВБЛИЗИ ТОЧКИ ИЗЛОМА НА ОХЛАЖДЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрена задача о взаимодействии пограничного слоя с гиперзвуковым потоком при обтекании пластины со щитком, отклоненным на малый угол на режиме сильного охлаждения поверхности тела. На закритических режимах вся область взаимодействия располагается за началом щитка, а распределение давления имеет разрыв производной в окрестности угловой точки. Исследуется течение в окрестности излома с характерной длиной Δx порядка толщины пограничного слоя. Показано, что здесь появляется существенный перепад давления. Получено распределение давления вдоль поверхности, а вязкий подслой в этой области развивается при заданном градиенте давления.

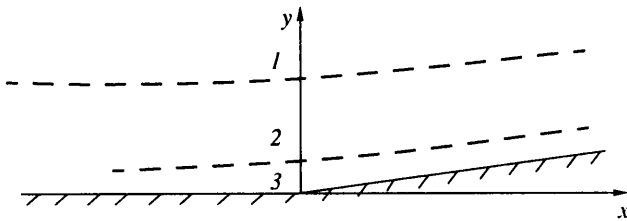
1. Классификация основных режимов взаимодействия пограничного слоя на охлажденной стенке с внешним гиперзвуковым потоком проведена в [1, 2]. На основании результатов этих работ изложим подробно систему оценок порядков величин в характерных областях, возникающих при взаимодействии пограничного слоя на охлажденной поверхности с гиперзвуковым потоком.

Пусть в гиперзвуковом потоке вязкого газа расположена плоская пластина с установленным на расстоянии l от ее начала щитком, отклоненным на угол $\alpha \ll 1$ (фиг. 1). Считаем, что температура поверхности пластины мала по сравнению с температурой торможения внешнего течения. Тогда $g_w = H_w/H_e \ll 1$, где H – полная энтальпия, индекс e соответствует внешней границе, w – поверхности пластины. Предполагается, что на пластине перед щитком взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком слабое, т.е. индуцированный перепад давления Δp по порядку величины меньше, чем статическое давление в набегающем потоке. При этом из условия сравнимости инерционных и диссипативных членов в уравнениях движения вблизи стенки следует обычная оценка для толщины пограничного слоя $\delta \sim l M_e \text{Re}^{-1/2}$, где $\text{Re} = \rho_e u_e l / \mu_0$ – число Рейнольдса, M – число Маха, ρ – плотность, u – скорость, μ – коэффициент вязкости, индекс "0" соответствует параметрам торможения набегающего потока.

Асимптотический анализ поведения решения уравнений Навье–Стокса при $\text{Re} \rightarrow \infty$, $M_e \rightarrow \infty$ [1, 2] позволил установить основные области течения, характерные масштабы и порядки величин параметров течения. Показано, что в окрестности точки излома поверхности необходимо рассматривать три слоя течения: 1 – внешний сверхзвуковой поток невязкого газа, 2 – основная часть пограничного слоя, течение в которой оказывается локально невязким, 3 – вязкий пристеночный слой. Распределение параметров течения вблизи охлажденной поверхности (область 3) имеет некоторые особенности.

Считая, что число Прандтля отличается от единицы незначительно, для оценки зависимости профиля температуры от скорости можно воспользоваться соотношением, вытекающим из интеграла Крокко

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{-1} \left[\frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \left(\frac{u}{u_e}\right)^2 + \left(1 - \frac{T_w}{T_e} + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) \left(\frac{u}{u_e}\right) \right] + g_w \quad (1.1)$$



Фиг. 1. Схема течения в области взаимодействия сверхзвукового потока с пограничным слоем: 1 – невязкий поток, 2 – основная часть пограничного слоя, 3 – вязкий подслой

Предельный переход в (1.1) $M_e \rightarrow \infty$, $u \rightarrow 0$, $(1 - T_w/T_e) = O(1)$ приводит к оценке $T/T_0 \sim u/u_e + g_w$. Напряжение трения $\tau = \mu du/dy$ сохраняет порядок величины по всей толщине пограничного слоя, откуда, считая зависимость коэффициента вязкости от температуры степенной $\mu/\mu_0 = (T/T_0)^\omega$, получим дифференциальное соотношение, справедливое вблизи стенки

$$\left(\frac{u}{u_e} + g_w \right)^\omega \frac{du}{dy} \sim \frac{u_e}{\delta}$$

Выполняя интегрирование и учитывая, что $u = 0$ при $y = 0$, получим следующую оценку для профиля скорости

$$y = \delta \left[\left(\frac{u}{u_e} + g_w \right)^{\omega+1} - g_w^{\omega+1} \right]$$

а учитывая, что давление поперек пограничного слоя не меняется, получим оценку для плотности

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{u}{u_e} + g_w \right)^{-1}$$

В области 2 (основной по толщине части пограничного слоя) $\delta_2 \sim \delta$ и, полагая $u_3/u \leq g_w$, приведем окончательные оценки для параметров вблизи стенки (область 3)

$$\frac{\delta_2}{l} \sim \text{Re}^{-1/2} M_e, \quad \frac{\mu_3}{\mu_0} \sim g_w^\omega, \quad \frac{\rho_3}{\rho_0} \sim \frac{1}{g_w}$$

$$\frac{\delta_3}{\delta_2} \sim g_w^\omega \left(\frac{u_3}{u_e} \right) \tag{1.2}$$

Пусть отклонение щитка приводит к изменению давления, слабо возмущающему распределение скорости в основной части пограничного слоя, но возмущающему в главном порядке распределение скорости в слое 3, в котором инерционные силы сравнимы с силами вязкости

$$\frac{\Delta \delta_2}{\delta_2} \sim \frac{\Delta p}{p_e}, \quad \Delta \delta_3 \sim \delta_3, \quad \frac{\Delta p}{p_e} \sim \frac{\rho_3 u_3^2}{p_e}, \quad u_3 \sim \frac{\mu_3 \Delta x}{\rho_3 \delta_3^2} \tag{1.3}$$

где Δx – характерная длина возмущенной области. Подставляя в оценки для возму-

щений (1.3) оценки параметров невозмущенного течения (1.2), найдем зависимость порядков характерных величин от возмущения давления $\Delta p/p_e$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \delta_2}{l} &\sim M_e \operatorname{Re}^{-1/2} \frac{\Delta p}{p_e} \\ \frac{\Delta \delta_3}{l} &\sim g_w^{\omega+1/2} \operatorname{Re}^{-1/2} M_e \left(\frac{\Delta p}{p_e} \right)^{1/2} \\ \frac{\Delta x}{l} &\sim g_w^{\omega+1/2} \left(\frac{\Delta p}{p_e} \right)^{3/2}, \quad \frac{u_3}{u_e} \sim g_w^{1/2} \left(\frac{\Delta p}{p_e} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для замыкания оценок необходимо предположение о виде взаимодействия пограничного слоя с внешним течением. Согласно гиперзвуковой теории малых возмущений ($M_e \rightarrow \infty$)

$$\Delta p / p_e \sim M_e (\Delta \delta_2 + \Delta \delta_3) / \Delta x \quad (1.5)$$

Дальнейшие результаты зависят от того, какая из областей вносит основной вклад в изменение толщины вытеснения. Если $N = \Delta \delta_2 / \Delta \delta_3 \sim g_w^{-(\omega+1/2)} (\Delta p / p_e)^{1/2} \ll 1$, то основной (или сравнимый) вклад вносит пристеночный слой и оценки принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{p_e} &\sim M_e \operatorname{Re}^{-1/4}, \quad \frac{\Delta x}{l} \sim g_w^{\omega+1/2} M_e^{3/2} \operatorname{Re}^{-3/8} \\ \frac{\delta_3}{l} &\sim g_w^{\omega+1/2} M_e^{3/2} \operatorname{Re}^{-5/8}, \quad \frac{u_3}{u_e} \sim g_w^{\omega+1/2} M_e^{1/2} \operatorname{Re}^{-1/8} \\ \frac{\Delta \delta_2}{l} &\sim M_e^2 \operatorname{Re}^{-3/4} \end{aligned} \quad (1.6)$$

При этом $N \sim M_e^{1/2} / (g_w^{\omega+1/2} \operatorname{Re}^{1/8})$ и, следовательно, принятое предположение выполняется, если $1 \geq g_w^{\omega+1/2} \geq M_e^{1/2} \operatorname{Re}^{-1/8}$. Отметим, что условие $u_3/u_e \ll g_w$ в этом случае выполнено автоматически. Для более холодной стенки ($g_w^{\omega+1/2} \ll M_e^{1/2} \operatorname{Re}^{-1/8}$) главный вклад в изменение толщины вытеснения вносит уже основная по толщине часть пограничного слоя (область 2). Из (1.5) совместно с первым из условий (1.4) следует, что длина области взаимодействия $\Delta x/l \sim M_e^2 \operatorname{Re}^{-1/2}$ и она не зависит от Δp и g_w . В этом случае подслоем в области 3 развивается при заданном градиенте давления, определяющемся взаимодействием области 2 с внешним течением. Если перепад давления $\Delta p/p_e \sim M_e^{1/3} \operatorname{Re}^{-1/3} g_w^{(2\omega+1)/3}$, то все условия (1.4) могут быть выполнены и в слое 3 силы вязкости сравнимы с инерционными.

При больших по порядку перепадах давления возмущения в слое 3 описываются нелинейными уравнениями, но вязкость существенна лишь в его тонкой пристеночной части; меньшие перепады давления приводят к тому, что во всем слое 3 существенна вязкость, но возмущения малы. Из условий $N \geq 1$ и $u_3/u_e \ll g_w$ следует оценка для величины g_w через $\Delta p/p_e$

$$\Delta p / p_e \leq g_w \leq (\Delta p / p_e)^{-1/(2\omega+1)}$$

Для предельно сильно охлажденной поверхности $g_w \ll \Delta p/p_e$ ($u_3/u_e \geq g_w$) оценки

могут быть получены аналогичным образом, учитывая, что распределения параметров вблизи стенки принимают вид

$$\frac{\mu_3}{\mu_0} \sim \left(\frac{u_3}{u_e}\right)^\omega, \quad \frac{\rho_3}{\rho_0} \sim \left(\frac{u_3}{u_e}\right)^{-1}, \quad \frac{\delta_3}{\delta_2} \sim \left(\frac{u_3}{u_e}\right)^{\omega+1}$$

2. Задача о взаимодействии пограничного слоя с гиперзвуковым потоком при обтекании пластины со щитком, отклоненным на малый угол на режиме $N \gg 1$, решена в [1, 2]. Длина области взаимодействия, в которой реализуется перепад давления $\Delta p \sim \alpha M_e \rho_e$, имеет порядок $\Delta x \sim M_e^2 \text{Re}^{-1/2}$. Оказалось, что вид решения существенно зависит от того, является ли приходящий к щитку пограничный слой докритическим или закритическим. На закритических режимах вся область взаимодействия располагается за началом щитка, распределение давления имеет разрыв производной в окрестности угловой точки, на масштабах длины области взаимодействия возмущения вверх по потоку не передаются. Но так как вблизи стенки всегда имеется дозвуковая область течения (толщина которой здесь считается сравнимой с толщиной самого пограничного слоя), то возмущения будут распространяться вверх по течению на расстояние, сравнимые с толщиной пограничного слоя.

Исследуем течение в окрестности точки излома с характерной длиной $\Delta x \sim \delta$. Используя полученные выше оценки, введем переменные для функций течения в области 2

$$x = l + \delta_0 x_2, \quad p = p_e [1 + \alpha p_2(x_2, f_2) + \dots]$$

$$\rho = \rho_e M_e^{-2} [\rho_0(f_2) + \alpha \rho_2(x_2, f_2) + \dots] \quad (2.1)$$

$$u = u_e [u_0(f_2) + \alpha u_2(x_2, f_2) + \dots], \quad v = \alpha u_e v_2(x_2, f_2)$$

$$y = \delta_0 [y_0(f_2) + \alpha y_2(x_2, f_2) + \dots]$$

$$f = \rho_e u_e \delta_2 f_2 / M_e^2$$

где f – функция тока, индекс "0" отмечает значения безразмерных функций течения в невозмущенном пограничном слое.

В результате подстановки (2.1) в уравнения Навье–Стокса и совершения предельного перехода в области 2 получим систему линеаризованных уравнений Эйлера

$$\rho_0 u_0 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p_2}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p_2}{\partial f_2} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial f_2} = -\frac{1}{\rho_0 u_0} \left(\frac{\rho_2}{\rho_0} + \frac{u_2}{u_0} \right), \quad \frac{\partial y_2}{\partial x_2} = \frac{v_2}{u_0}$$

$$p_2 = \gamma \frac{\rho_2}{\rho_0}$$

Рассмотрим, какие граничные условия необходимо поставить для функций, входящих в систему (2.2). Вследствие затухания возмущений вверх по потоку от угловой точки считаем, что

$$x_2 \rightarrow -\infty : u_2(x_2, f_2) \rightarrow 0, \quad v_2(x_2, f_2) \rightarrow 0$$

$$p_2(x_2, f_2) \rightarrow 0 \quad (2.3)$$

$$y_2(x_2, 0) = y_w(x_2) \quad (2.4)$$

где $y_w(x_2)$ описывает форму поверхности

$$y_w(x_2) = 0 \quad (x_2 \leq 0), \quad y_w(x_2) = x_2 \quad (x_2 > 0)$$

Из (1.5) и разложений (2.1) следует условие на верхней границе

$$f_2 \rightarrow \infty: \quad y_2(x_2, f_2) \rightarrow 0 \quad (2.5)$$

Это означает, что изменения толщины вытеснения, создаваемые дозвуковой и сверхзвуковой частями области 2, должны в главном члене компенсировать друг друга. При невыполнении этого условия получается противоречие, а именно давление, индуцированное за счет изменения толщины вытеснения области 2, значительно больше, чем вызывающий это изменение перепад давления.

Граничные условия вниз по потоку при $x_2 \rightarrow \infty$ находятся из сращивания с решением, полученным в [2] для области $\Delta x \sim M_e \delta$. Течение в этой области, по порядку величины более длинной, чем рассматриваемая, характеризуется отсутствием поперечной составляющей градиента давления. Тогда условие $\partial p_2 / \partial f_2 \rightarrow 0$ при $x_2 \rightarrow \infty$ позволяет получить из (2.2) и (2.4)

$$\partial v_2 / \partial x_2 \rightarrow 0 \quad (2.6)$$

$$y_2(x_2, f_2) = y_w(x_2) + \frac{1}{\gamma} p_2 \int_0^{f_2} \left(\frac{1}{M_0^2} - 1 \right) \frac{df}{\rho_0 u_0}$$

$$M_0^2 = \rho_0 u_0^2$$

Для возмущения давления, используя (2.5) и (2.6), находим

$$x_2 \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial p_2}{\partial x_2}(x_2, f_2) \rightarrow -\frac{\gamma}{L} \quad (2.7)$$

$$L = \int_0^1 \left(\frac{1}{M_0^2} - 1 \right) dy$$

Параметры течения в невозмущенном пограничном слое возьмем из решения Блязиуса $u_3 = u_e u_0(\eta)$, где η – переменная Дородницына. Полагаем, что $\text{Pr} = 1$, $\omega = 1$, $g_w \rightarrow 0$, $M_e \rightarrow \infty$, тогда

$$y_0 = \left(\int_0^\infty \frac{d\eta}{\rho_0} \right)^{-1} \int_0^\eta \frac{d\eta}{\rho_0} \quad (2.8)$$

$$\rho_0 = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{1}{u_0(\eta)(1 - u_0(\eta))}$$

Отсюда, учитывая уравнения (2.2), находим

$$\frac{\partial \eta}{\partial f} = \frac{\gamma - 1}{2u_0} J, \quad J = \int_0^\infty u_0(1 - u_0) d\eta \quad (2.9)$$

3. Для дальнейшего анализа исходную систему (2.2) удобно записать в переменных x_2, η

$$\frac{\partial y_2}{\partial \eta} = \frac{1}{J} \frac{\gamma - 1}{2\gamma} (1 - u_0) \left(1 - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} u_0 \right) p_2 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial x_2} = \frac{v_2}{u_0}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = -J \frac{\gamma - 1}{2\gamma u_0} \frac{\partial p_2}{\partial f_2}$$

с граничными условиями (2.3)–(2.7).

Численное решение было найдено для уравнений, полученных из (3.1) исключением $y_2(x_2, \eta)$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma-1}{\gamma}(1-u_0)\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}u_0-1\right)\frac{\partial p_2}{\partial x_2} + 2J\frac{\partial}{\partial \eta}u_0 &= 0 \\ \frac{2\gamma}{\gamma-1}u_0^3\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{v_2}{u_0}\right) + J\frac{\partial p_2}{\partial \eta} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Система (3.2) при $u_0 > (\gamma-1)/(\gamma+1)$ имеет гиперболический тип. Ее характеристики определяются из уравнения

$$\frac{\partial x_2}{\partial \eta} = \pm \frac{u_0}{J} \sqrt{(1-u_0)\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}u_0-1\right)} \quad (3.3)$$

Так как при $\eta \rightarrow \infty$ обе характеристики приближаются к вертикальной прямой, то граничное условие, полученное из (1.5) и (2.1)

$$\eta \rightarrow \infty: \frac{\partial p_2}{\partial \eta} \rightarrow 0$$

означает поглощение волн верхней границей. Кроме того, в силу сходимости несобственного интеграла от функции, стоящей в правой части (3.3), в сверхзвуковом потоке возмущения могут передаваться на расстояние $\Delta x < 1.5$. Таким образом, условие $\partial p_2/\partial \eta \rightarrow 0$ при $x_2 \rightarrow \infty$ достаточно ставить в области, где $0 < u_0 \leq (\gamma-1)/(\gamma+1)$, то есть в области эллиптичности уравнений (3.2). Условия затухания вверх по потоку ставились для всей области $0 < \eta < \infty$.

Поскольку образующая поверхности тела имеет угловую точку, возникает необходимость в более тщательном анализе решений в ее окрестности. Вследствие того что профиль скорости исходного пограничного слоя при $\eta \rightarrow 0$ имеет представление $u_0(\eta) = a\eta + o(\eta)$, система уравнений (3.2) заменой переменных

$$\eta = \tau\eta_1, \quad x_2 = J^{-1}a^{3/2}\tau^{5/2}x_{21} \quad (3.4)$$

$$p_2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1}a^{3/2}\tau^{3/2}p_{21}, \quad v_2 = u_0(\eta_1)v_{21}$$

где $\tau \rightarrow 0$ преобразуется к виду

$$\frac{\partial p_{21}}{\partial x_{21}} + \frac{\partial v_{21}}{\partial \eta_1} = 0, \quad \eta_1^3 \frac{\partial v_{21}}{\partial x_{21}} + \frac{\partial p_{21}}{\partial \eta_1} = 0 \quad (3.5)$$

с граничными условиями

$$x_{21} < 0: v_{21}(x_{21}, 0) = 0 \quad (3.6)$$

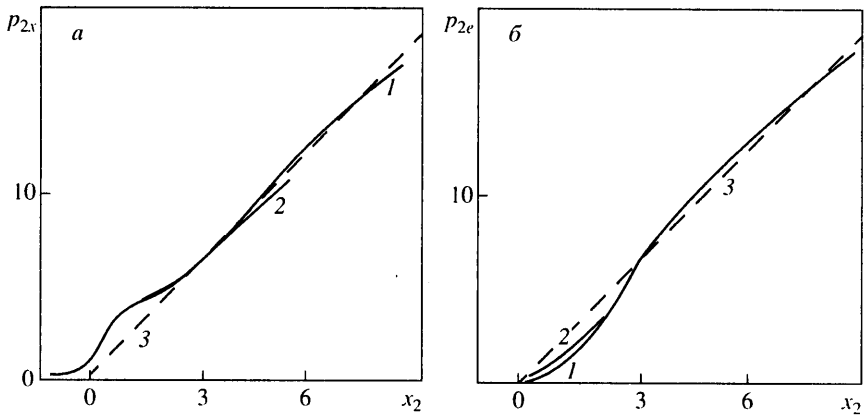
$$x_{21} > 0: v_{21}(x_{21}, 0) = 1$$

Исключив из (3.5) p_{21} , получим уравнение эллиптического типа относительно переменной v_{21}

$$\eta_1^3 \frac{\partial^2 v_{21}}{\partial x_{21}^2} + \frac{\partial^2 v_{21}}{\partial \eta_1^2} = 0 \quad (3.7)$$

Решение (3.7), ограниченное при $\eta_1 \rightarrow \infty$ и удовлетворяющее условиям (3.6), выражается через гипергеометрическую функцию

$$\begin{aligned} v_{21}(x_{21}, \eta_1) &= \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \frac{x_{21}}{\eta_1^{5/2}} \frac{1}{B(1/2, 1/2)} F\left(\frac{7}{10}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-25}{4} \frac{x_{21}^2}{\eta_1^5}\right) \\ B(x, y) &= \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y) \end{aligned} \quad (3.8)$$



Фиг. 2. Распределение давления вдоль пластины со щитком: 1 - $\sigma_1 = 0.0122$, 2 - $\sigma_2 = 0.122$, 3 - асимптотика в дальней области (2.7)

Из (3.4), (3.5) и (38) находим градиент давления

$$\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = \frac{25}{2} \frac{Ja^{-3/2}(\gamma/\gamma-1)}{B(1/2, 1/5)} x_2 \eta^{-7/2} \left[\frac{35}{12} x_2^2 \eta^{-5} Ja^{-3/2} F\left(\frac{17}{10}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{-25}{4} Ja^{-3/2} x_2^2 \eta^{-5}\right) - F\left(\frac{7}{10}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-25}{4} Ja^{-3/2} x_2^2 \eta^{-3}\right) \right] \quad (3.9)$$

Представление о поведении градиента давления в окрестности излома дают два предельных случая

1) $|x_2|/\eta^{-5/2} \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = \frac{25}{2} \frac{Ja^{-3/2}(\gamma/\gamma-1)}{B(1/2, 1/5)} x_2 \eta^{-7/2} |x_2|^{-2/5} \text{sign } x_2 + o(\eta^{5/2} |x_2|^{-1})$$

2) $x_2/\eta^{-5/2} \rightarrow 0$

$$\frac{\partial p_2}{\partial x_2} = -\frac{25(\gamma/\gamma-1)}{2B(1/2, 1/5)} J^2 a^{3/2} x_2 \eta^{-7/2} + o\left(\frac{x_2}{\eta^{5/2}}\right)$$

Кроме того, из (3.8) следует

$$v_2(x, \eta) = \frac{1 + \text{sign } x_2}{2} - \left(\frac{5}{2}\right)^{1/2} \frac{\text{sign } x_2}{B(1/2, 1/5)} \eta |x_2|^{-2/5} + o\left(\frac{\eta}{x_2^{2/5}}\right) \quad (3.10)$$

В численном расчете свойство (3.10) приводит к появлению неравномерных добавок порядка $\Delta\eta/(\Delta x)^{2/5}$, где $\Delta\eta$ и Δx – шаги по соответствующим переменным.

На фиг. 2 приведены результаты расчетов, полученные численно с использованием программы матричной прогонки [3]. На фиг. 2, а представлено распределение давления на расстоянии $\Delta\eta$ от поверхности тела при различных значениях отношения $\sigma = \Delta\eta/(\Delta x)^{2/5}$ ($\sigma_1 = 0.0122$, $\sigma_2 = 0.122$). Распределение давления на верхней границе расчетной области приведено на фиг. 2, б.

Из этих фигур видно, что распределение давления слабо зависит от σ и на больших расстояниях от излома достаточно быстро приближается к своей асимптоте.

Заключение. В результате детального исследования структуры течения около угловой точки излома образующей поверхности тела установлено, что возможно появление областей с существенными поперечными перепадами давления в пределах зоны, занятой струйками тока невозмущенного пограничного слоя.

Показано, что возмущенная область состоит из двух невязких слоев, характеристики которых описываются уравнениями гиперболического (верхний слой) и эллиптического (прилегающий к поверхности слой) типов.

Последнее обстоятельство позволило получить непрерывное распределение вдоль поверхности тела градиента давления, под воздействием которого развивается вязкий подслой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нейланд В.Я.* Особенности отрыва пограничного слоя на охлаждаемом теле и его взаимодействие с гиперзвуковым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 6. С. 99–109.
2. *Нейланд В.Я., Соколов Л.А.* К асимптотической теории зарождения отрыва около щитка при обтекании охлажденного тела гиперзвуковым потоком на режиме слабого гиперзвукового взаимодействия // Учен. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 3. С. 25–34.
3. *Наумов В.С.* Стандартная программа матричной прогонки на языке Фортран Дубна // Тр. ЦАГИ. 1981. Вып. 2093. С. 19–30.

Москва

Поступила в редакцию
4.VI.2001