

УДК 533.6.011.8

© 2002 г. С.П. ПОПОВ, Ф.Г. ЧЕРЕМИСИН

## ОБТЕКАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА РЕШЕТКИ ПЛОСКИХ ПОПЕРЕЧНЫХ ПЛАСТИН

Изложены результаты численных расчетов сверхзвукового течения разреженного газа сквозь бесконечную периодическую решетку, состоящую из плоских пластин, расположенных поперек потока. Вблизи решетки описание течения ведется на основе кинетического уравнения Больцмана. Числа Кнудсена, определяемые по размаху пластин, расстоянию между ними, а также по общим размерам рассматриваемых течений, изменяются в пределах 0.2–0.003. Исследуются стационарные режимы с присоединенной к решетке ударной волной и нестационарные, с движущейся вверх по потоку ударной волной.

В настоящее время обозначился интерес к численному изучению процессов взаимодействия потоков разреженного газа с системами пластинок, составляющих каналы или периодические решетки [1–3]. При гиперзвуковом обтекании такие структуры моделируют, например, обтекание проволочных антенн космических аппаратов, а при малых дозвуковых скоростях – фильтрующие или адсорбирующие газ пористые поверхности. Базовым элементом таких расчетов служит задача об обтекании плоской тонкой пластины потоком разреженного газа, которая благодаря своей простоте была и остается до настоящего времени объектом многочисленных экспериментальных и теоретических исследований. В теории сплошной среды получены исчерпывающие результаты в данной области. Этого нельзя сказать о теории разреженного газа, применяемой при размерах пластин, сравнимых с длиной свободного пробега. Здесь одна из основных вычислительных трудностей связана с течениями при промежуточных числах  $Kn$  в диапазоне 0.1–0.001, когда состояние газа близко к термодинамически равновесному, но отличается от него.

Несмотря на сходство в постановке краевой задачи продольное и поперечное обтекание пластины имеют существенные различия. При продольном обтекании торможение набегающего потока происходит за счет вязкого взаимодействия с отраженным от поверхности потоком молекул. Если исключить узкую область вблизи передней и задней кромок пластины, параметры газа меняются достаточно плавно. При сверхзвуковом обтекании область возмущения простирается вниз по потоку и не оказывает существенного влияния на течение у пластины. Подробный анализ продольного сверхзвукового обтекания плоской пластины нулевой толщины и бесконечно большого размаха, а также библиография по данному вопросу содержится в [4].

При поперечном обтекании пластины основное влияние на течение оказывает динамическое торможение потока. Возмущение основного потока усиливается при сверхзвуковом обтекании. Параметры газа меняются немонотонно, возникают сильно неравновесные зоны в ударной волне и пристеночном кнудсеновском слое на фронтальной стороне пластины, плотность в котором резко возрастает, особенно в случае холодной поверхности. За пластиной возникает область низкой плотности, которая может быть на несколько порядков ниже плотности набегающего потока [5]. Возмущение потока как при дозвуковом, так и при сверхзвуковом режимах течения

захватывает значительную область перед пластиной и в стороне от нее, и для корректного решения задачи требуется постановка граничных условий на большом удалении. По указанным причинам численное моделирование поперечного обтекания пластины труднее моделирования продольного обтекания.

В данной работе изучаются течения разреженного газа сквозь периодическую решетку, составленную из поперечных направлению основного потока пластин. Характерные числа  $Kn$  находятся в пределах 0.2–0.003.

Численное решение ведется методом, изложенным в [6]. Суть его заключается в следующем. В области, окружающей каждую пластину, решается нестационарное уравнение Больцмана, а вне ее – нестационарные уравнения Навье – Стокса. Сращивание решений производится на границе областей через каждый временной шаг интегрирования с использованием функции распределения Энскога – Чепмена, которая определяет вид решения уравнения Больцмана, соответствующий уравнениям Навье – Стокса. При численной реализации метода обеспечивается непрерывность потоков массы, импульса и энергии через границу сращивания решений. Примеры применения этого метода к изучению обтекания плоских пластин в различных геометриях в до- и сверхзвуковых потоках даны в [7].

В рамках данного подхода уравнение Больцмана решается конечно-разностным методом на фиксированной пространственно-скоростной сетке. Для вычисления интеграла столкновений применяется проекционный метод [8, 9], обеспечивающий строгое выполнение законов сохранения массы, импульса и энергии, а также обращение интеграла столкновений в ноль на локально-максвелловской функции распределения. Последнее свойство значительно повышает точность расчета при малых числах  $Kn$ . Для вычисления интеграла столкновений применяются многомерные сетки узлов интегрирования, метод Монте-Карло не используется. На каждом временном шаге сначала строится кубатурная сетка, которая затем применяется во всех узлах физического пространства для вычисления интегралов столкновений. В типичных примерах использование одной и той же сетки сокращает время счета почти на два порядка.

Если расчет ведется для межмолекулярного потенциала, не позволяющего выразить угол отклонения в виде явной аналитической формулы, то при построении кубатурной сетки решается известное интегральное уравнение из [10], определяющее этот угол для каждой пары молекулярных скоростей, используемых при вычислении интеграла столкновений. Таким образом, не требуется заменять классические потенциалы столкновений более простыми модельными потенциалами типа "сфер переменного диаметра" [11], разработанными специально для экономического расчета молекулярных столкновений. Примеры решения уравнения Больцмана для течений газа со сложными межмолекулярными потенциалами приведены в [12].

Возможность сращивания решений, полученных методом статистического моделирования, с решением уравнений Навье – Стокса показана в [13], где предложены способы автоматического определения границ кинетической и сплошнородной областей. Эти способы применимы и в данном методе, но в приводимых ниже расчетах контур сращивания решений выбирается заранее.

**1. Постановка задачи.** Предположим, что равномерным стационарным потоком разреженного газа обтекается периодическая решетка, элементами которой являются бесконечно тонкие плоские пластины длиной  $L$ , расстояние между ними  $l$ . Находятся все они в одной плоскости, расположенной поперек потока. Длина периодичности равна  $L + l$ . Обозначим  $L/l = S$ . Решетке с очень далеко расположенными пластинами соответствует  $S \rightarrow 0$ , а  $S \rightarrow \infty$  представляет другой предельный случай – плоскость с узкими щелями. Набегающий поток характеризуется плотностью  $n_0$ , температурой  $T_0$ , скоростью  $u_0 = M_0 \sqrt{\gamma T_0}$ ,  $\gamma = 5/3$ .

За единицу длины принята длина свободного пробега молекул в набегающем потоке, за единицу времени – время свободного пробега, а значения плотности

и температуры отнесены к их значениям в набегающем потоке. Температура изменяется в энергетических единицах. В проведенных расчетах геометрические параметры решетки варьируются в пределах  $5 \leq L \leq 40$ ,  $0.14 \leq S \leq 2$ .

В одной последовательности расчетов фиксировано  $S = 0.14$ , а  $L$  меняется. В этих случаях реализуются режимы с присоединенной к решетке ударной волной, называемые далее стационарными. Во второй последовательности вариантов изучается эволюция течений при фиксированном размере пластины  $L = 10$  с изменением  $S$ . При этом возникают нестационарные режимы с отошедшей от решетки ударной волной, которая распространяется вверх по потоку.

Во всех представленных вариантах на левой границе оси  $X$  ставятся условия равномерного потока с  $n_0 = 1$ ,  $T_0 = 1$ ,  $M_0 = 2.5$ , а на правой границе обычные для сверхзвукового течения условия свободного вытекания. Внутри области расчета уравнения Больцмана (на фигурах она расположена внутри прямоугольника, отмеченного штриховой линией) предполагается степенной потенциал взаимодействия молекул с показателем 12. Взаимодействие газа с поверхностью происходит по закону диффузного отражения с максвелловской функцией распределения при заданной температуре поверхности. Температура поверхности  $T_w$  равна температуре  $T_0$  (холодная стенка). Только в одном варианте она принимается равной  $3T_0$ , что соответствует в исследованных случаях практически теплоизолированной стенке.

В зоне решения уравнения Навье – Стокса (вне прямоугольного контура) коэффициенты вязкости и теплопроводности  $\approx T^{2/3}$ . Способ обезразмеривания величин и их взаимосвязь в обеих расчетных областях описаны в [6].

Поскольку течение обладает периодичностью по координате  $Y$ , вычисления проводились в области  $0 < Y < Y_g$ . При  $Y = Y_g$  и  $Y = 0$  (плоскость симметрии, проходящая по середине пластины) выставлялись условия симметрии. Уравнение Больцмана считалось на пространственной равномерной сетке  $50 \times 20$ , в пространстве скоростей задавалось около 2000 узлов. При решении уравнений Навье – Стокса использовалась та же равномерная координатная сетка с числом узлов от  $300 \times 50$  до  $300 \times 200$  по  $X$  и  $Y$  в зависимости от конкретного варианта. Результаты расчетов представлены в виде пространственных распределений плотности, температуры и продольной скорости.

Одно из преимуществ предлагаемой схемы расчетов – возможность определения не только полей течения, но и одновременный анализ на кинетическом уровне процессов, протекающих на самой решетке, то есть возможность вычисления силы сопротивления, трения, теплового потока, температурного скачка и скорости скольжения на пластине. Ввиду важности этих величин и во избежание неточного трактования полученных результатов приведем формулы, по которым они вычислялись.

При описании конкретных вариантов приводятся численные значения интегральных удельных силовых и тепловых потоков, действующих на отдельную пластину в решетке, в виде коэффициентов сопротивления  $C_x$ , трения  $C_F$  и теплопередачи  $C_q$ . Они определяются следующим образом:

$$C_x = 2F_x / (n_0 m u_0^2 L), \quad C_F = 2F_y / (n_0 m u_0^2 L)$$

$$C_q = Q / (n_0 m u_0^3 L), \quad F_x = \int p_{xx}^{(1)} dy - \int p_{xx}^{(2)} dy$$

$$F_y = \int p_{xy}^{(1)} dy + \int p_{xy}^{(2)} dy, \quad Q = \int q^{(1)} dy - \int q^{(2)} dy$$

Интегрирование проводится при  $Y > 0$  по обращенной к набегающему потоку поверхности для величин с индексом 1, или по тыльной – индекс 2. Величина  $F_y$  определяет силу трения, действующую на верхнюю половину пластины, полная сила трения равна нулю вследствие симметрии течения.

Величины  $p_{xx}$ ,  $p_{xy}$ ,  $q$  находятся интегрированием в пространстве скоростей

$$p_{xx}^{(1,2)} = \int m \xi_x^2 f_s d\xi, \quad p_{xy}^{(1,2)} = \pm \int m \xi_x \xi_y f_s d\xi, \quad q^{(1,2)} = \pm \frac{1}{2} \int \xi_x m \xi^2 f_s d\xi$$

Знак + относится к индексу 1, а знак - к 2.

Функция распределения  $f_s$  определяется на пластинке в виде суммы

$$f_s = f_i^* + f_w^*$$

$$f_i^* = \begin{cases} f_i, & (\xi, b) < 0 \\ 0, & (\xi, b) \geq 0 \end{cases}, \quad f_w^* = \begin{cases} f_w, & (\xi, b) > 0 \\ 0, & (\xi, b) \leq 0 \end{cases}$$

Если  $b$  - внешняя нормаль к поверхности, то такая форма записи свидетельствует о том, что от  $f_i$  берется часть распределения по направленным к пластинке скоростям, а от  $f_w$  с противоположным направлением скоростей. Вид функции  $f_i$  следует из численного решения задачи, а

$$f_w = n_w \left( \frac{m}{2\pi k T_w} \right)^{(3/2)} \exp \left( -\frac{m \xi^2}{2\pi k T_w} \right)$$

Температура пластины  $T_w$  считается заданной,  $n_w$  находится из условия непротекания

$$\int_{(\xi, b) < 0} \xi_x f_i d\xi = \int_{(\xi, b) > 0} \xi_x f_w d\xi$$

Скачок температуры  $\Delta T$  и скорость скольжения  $v_s$  находится из соотношений

$$\Delta T^{(1,2)} = \frac{m}{3n_s k} \int \xi^2 f_s d\xi - T_w$$

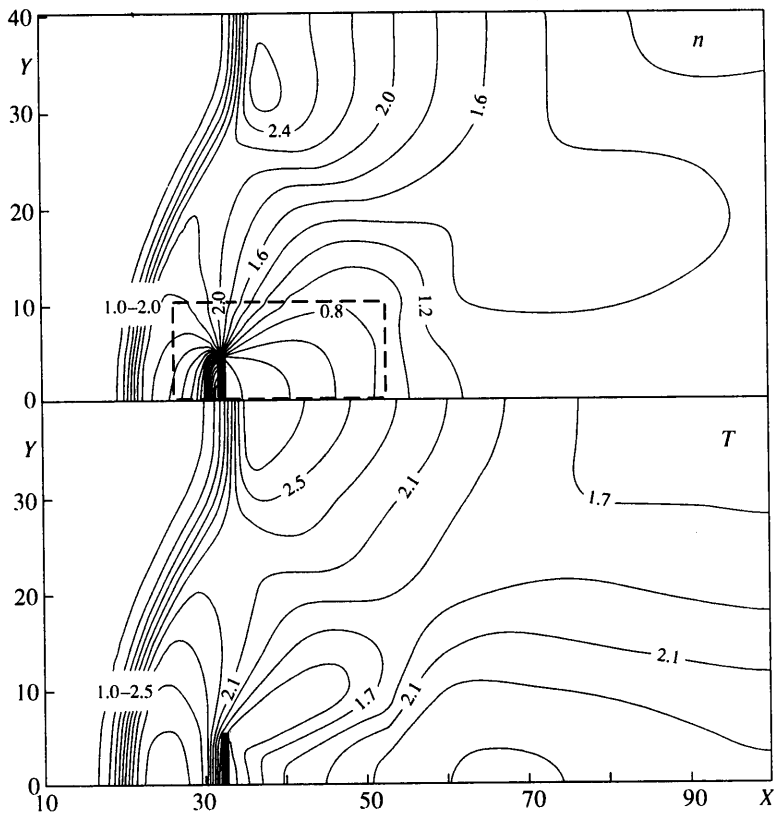
$$v_s^{(1,2)} = \frac{1}{n_s} \int \xi_y f_s d\xi, \quad n_s = \int f_s d\xi$$

**2. Стационарные режимы.** В данном разделе описываются результаты расчетов серии вариантов, в которых зафиксирована величина  $S = 0.14$ , а  $L$  меняется.

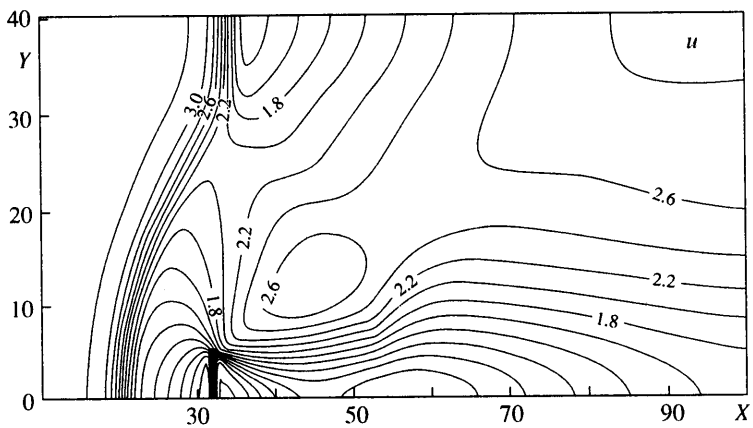
На фиг. 1 и 2 представлены поля плотности  $n$ , температуры  $T$  и продольной скорости  $u$ , установившиеся ко времени  $t = 150$  при  $L = 10$ . Ударная волна присоединена к решетке и имеет изогнутую форму. Она отстоит от пластинки на расстоянии  $L$ . Максимальное значение плотности у пластинки равно 5.5 и обуславливается сжатием на ударной волне и дополнительным потоком газа к холодной поверхности, выравнивающим давление в этой зоне.

В теневой области за пластинкой  $n = 0.1$ . Взаимодействие ударных волн в решетке приводит к выпрямлению общего фронта и перемещению его в пространстве между пластинками в плоскость решетки. Течение за ударной волной разделяется на две зоны. В первой зоне происходит разворот дозвукового потока на верхней кромке пластинки, сопровождающийся волной разрежения, понижением температуры и ускорением газа. Эта зона находится в области расчета уравнения Больцмана. Вторая зона связана со взаимодействием ударных волн и последующим разворотом потока в том же направлении, что и в первой зоне. Она занимает всю область решения уравнений Навье-Стокса и определяется не размером пластинок, а расстоянием между ними.

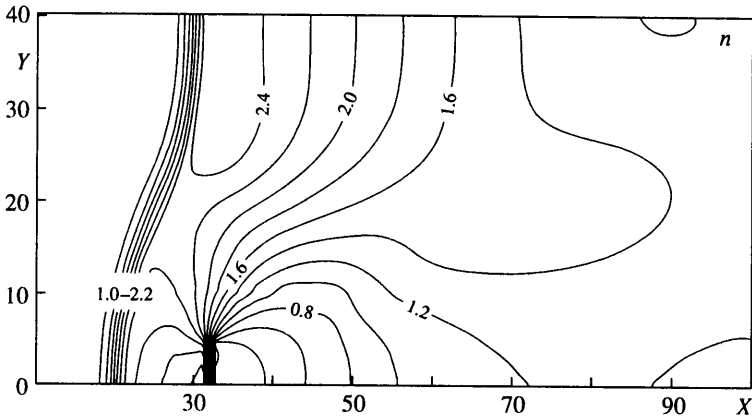
Выравнивание потока за решеткой происходит на расстояниях 60-70 длин свободного пробега, где  $n_c = 1.3$ ,  $T_c = 2$ ,  $u_c = 2.4$ ,  $v_c = -0.005$ ,  $M_c = 1.3$ . Отклонения от этих средних величин порядка 10-15%. Расход в любом сечении равен входящему. Коэффициенты сопротивления  $C_x = 0.89$ , трения  $C_F = 0.06$ , теплопередачи  $C_q = 0.28$ .



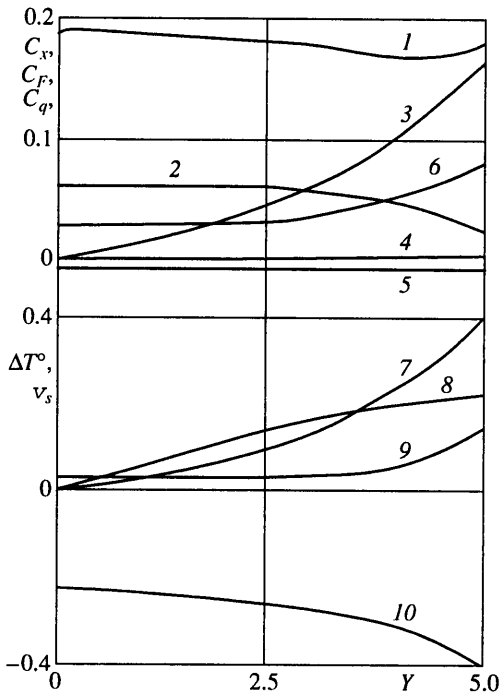
Фиг. 1. Стационарные распределения плотности и температуры при обтекании решетки.  $L = 10$ ,  $S = 0.14$



Фиг. 2. Распределения продольной скорости для варианта фиг. 1



Фиг. 3. Поле плотности при обтекании нагретой решетки.  $T_w = 3T_0$ ,  $L = 10$ ,  $S = 0.14$



Фиг. 4. Распределения силы сопротивления (1, 2), трения (3, 4), теплового потока (5, 6), скачка температуры (7, 8), скорости скольжения (9, 10) вдоль поверхностей пластинки для течения фиг. 3

Кинетическое описание области около пластины предоставляет возможность наиболее точного описания взаимодействия газа с поверхностью, что позволяет адекватно моделировать многие реальные ситуации. В качестве примера рассмотрим реакцию течения на замену холодной пластины, поддерживаемой при температуре  $T_0$  и, следовательно, обладающей бесконечно большой теплоемкостью, на нагретую. Для этого в условиях описанного выше варианта сделаем одно изменение:  $T_w = 3T_0$ . Тогда при  $t = 150$  установится стационарное распределение плотности, изображенное

на фиг. 3. Сравнение с фиг. 1 показывает, что повышение температуры пластины приводит к выравниванию формы фронта ударной волны, наиболее существенному в зазорах решетки. Сжатие перед пластиной уменьшается до 2.6. Наибольшие изменения происходят в распределении температуры вблизи пластины. Коэффициент теплопередачи  $C_q = 0.03$ , т.е. по сравнению со случаем холодной пластины уменьшается на порядок. Интегральные силовые характеристики изменяются мало:  $C_x = 0.86$ ,  $C_F = 0.06$ .

Для данного варианта приведем распределения

$$C_x = \frac{p_{xx}^{(1,2)}}{(mn_0 u_0^2)}, \quad C_F = \frac{p_{xy}^{(1,2)}}{(mn_0 u_0^2)}, \quad C_q = \frac{2q^{(1,2)}}{(mn_0 u_0^3)}, \quad \Delta T^\circ = \frac{\Delta T^{(1,2)}}{T_0}, \quad v_s = \frac{v_s^{(1,2)}}{u_0}$$

по передней и задней поверхностям пластины. На фиг. 4 им соответствуют кривые с цифрами от 1 до 10. Четные номера относятся к задней поверхности, нечетные – к передней. Для удобства изображения значения  $p_{xx}^1$  уменьшены на фиг. 4 в 5 раз относительно истинных.

Сила сопротивления (кривые 1, 2) распределена равномерно по каждой из поверхностей и определяется суммарно в основном лобовой составляющей. Сила трения (3, 4) существенна также только на передней поверхности и линейно растет по направлению к верхней кромке. Сходное поведение наблюдается и в распределении тепловых потоков (5, 6). Причем на передней поверхности энергия поглощается, а на задней отдается.

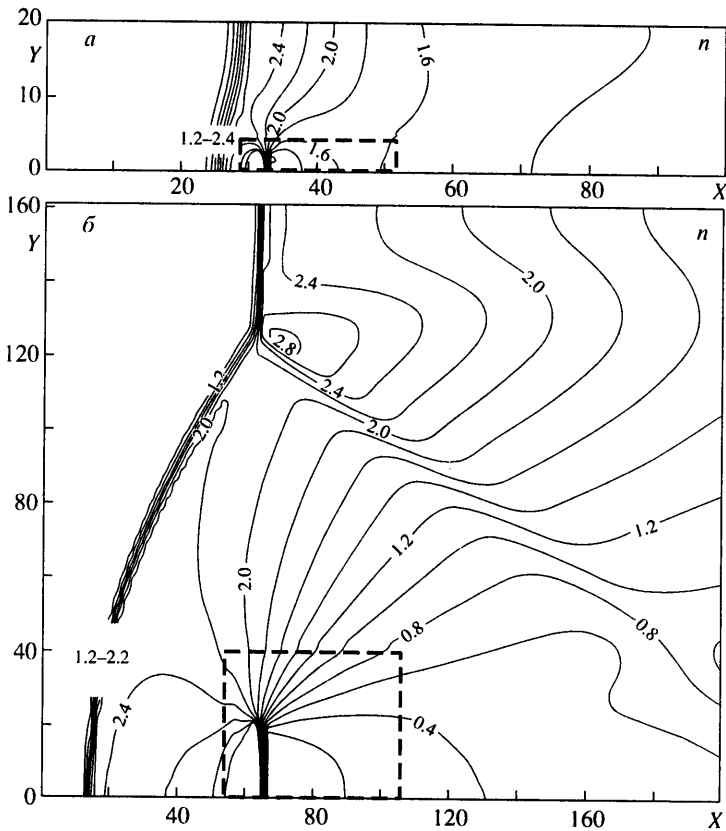
Изображенные в нижней половине фиг. 4 скачки температуры (7, 8) и скорости скольжения (9, 10) имеют сугубо кинетическое происхождение и информация о их величине необходима для моделирования подобного типа течений в рамках уравнений Навье–Стокса, когда эти величины должны задаваться в качестве граничных условий.

Вернемся к случаю обтекания холодной пластины и уменьшим вдвое ее размер до  $L = 5$ . На фиг. 5,а приведено получающееся при этом распределение плотности ( $t = 150$ ). Уменьшение размеров привело к существенному увеличению доли диссипативных процессов вязкости, теплопроводности и выравниванию потока. Поперечная составляющая скорости сопоставима с продольной только на кромке пластины. На расстоянии  $X = 50$  от решетки вниз по потоку  $n_c = 1.4$ ,  $T_c = 2$ ,  $u_c = 2.3$ ,  $M_c = 1.3$ . Отклонения от среднего не более 10%,  $C_x = 0.80$ ,  $C_F = 0.06$ ,  $C_q = 0.43$ . Решетка полностью пропускает входящий поток.

Одна из целей, ставящихся при исследовании течений с числами  $Kn = 0.1-0.001$ , – определение геометрических параметров, при которых кинетические эффекты должны быть учтены в некоторой части течения или когда всюду можно ограничиться приближением Навье–Стокса.

С этой точки зрения показателен вариант с увеличенным до 40 размером пластины. Поле плотности приведено на фиг. 5,б ( $t = 300$ ). В противоположность предыдущим вариантам четко выделена область взаимодействия ударных волн с образованием тройной конфигурации, характерной для течений в режиме сплошной среды. Отраженная волна уходит в область хорошо развитого следа и взаимодействует с ним при  $X > 200$ . В формировании течения главная роль отводится геометрическим размерам решетки. Если возникает необходимость определения воздействия потока на пластинку, то в той или иной мере потребуются привлечение кинетической теории. В данном варианте  $C_x = 0.84$ ,  $C_F = 0.046$ ,  $C_q = 0.2$ .

Анализируя основные закономерности изученных режимов с присоединенной к решетке ударной волной, можно сделать вывод, что при  $S = 0.14$  кинетические эффекты влияют на развитие основной части течения при  $L < 30-40$ . При больших  $L$  течение развивается в режиме сплошной среды, за исключением приповерхностной области пластины. Величины сопротивления, силы трения, скачки температуры и скольжения от  $L$  зависят слабо. Наибольшую чувствительность проявляет в этом отношении тепловой поток:  $C_q$  пропорционален  $1/L$ .



Фиг. 5. Поля плотности при обтекании решеток с  $S = 0.14$ .  $a - L = 5$ ,  
 $b - L = 40$

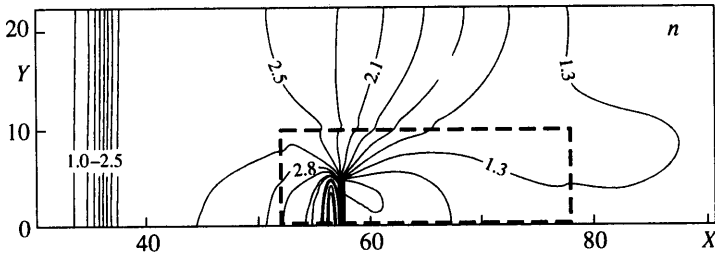
**3. Нестационарные режимы.** Рассматриваются течения, получающиеся при вариации второго геометрического параметра решетки  $S$  при фиксированном  $L = 10$ .

С уменьшением расстояния между пластинками ( $S$  увеличивается) наступает момент, когда сверхзвуковой поток не в состоянии пройти решетку и, отразившись от нее, образует плоскую ударную волну, идущую вверх по потоку и оставляющую за собой однородную область нагретого сжатого газа. В результате решетка обтекается одномерным по  $Y$ , существенно дозвуковым потоком, параметры которого определяются силой отраженной волны, зависящей от  $S$ . В пределе очень больших  $S$  при  $M_0 = 2.5$  за ударной волной, движущейся со скоростью  $D = -1.4$ , газ имеет плотность  $n_1 = 3.25$ , температуру  $T_1 = 1.9$  и нулевые скорости.

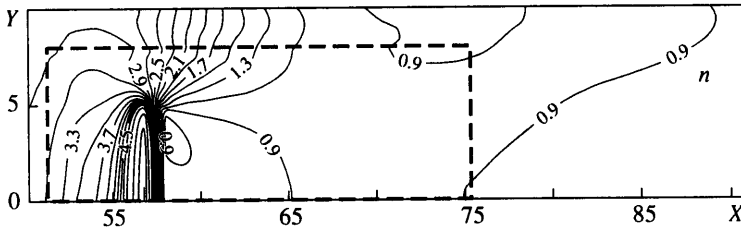
В зазоре между пластинками газ разгоняется до сверхзвуковой скорости, вытекает в пространство за решеткой и смешивается с подобными струями, идущими из соседних зазоров. В этих режимах сильно проявляются коллективные взаимодействия элементов решетки.

На фиг. 6 приведено распределение плотности для  $S = 0.28$  ( $t = 100$ ), близкого к критическому значению перехода от стационарного к нестационарному режиму. Ударная волна имеет скорость распространения  $D = -0.22$ . Фронт ее находится при  $X = 33$ , параметры газа за ней таковы:  $n_1 = 2.7$ ,  $T_1 = 3.15$ ,  $u_1 = 1.1$ ,  $M_1 = 0.47$ . Плотность газа на пластине около 6.1 и определяется не столько торможением, сколько прилипанием к холодной поверхности. В области тени  $n = 1$ ,  $T = 1.2$ . В пространстве над верхней кромкой сформировалась двумерная волна разрежения, плотность в которой





Фиг. 6. Поле плотности при нестационарном режиме.  $L = 10$ ,  $S = 0.29$ ,  $t = 100$



Фиг. 7. Поле плотности около решетки с  $L = 10$ ,  $S = 1$ ,  $t = 75$

понижается в 3 раза, а температура – в 1.5. Газ разгоняется до  $M_c = 1.5$ . Суммарный расход  $R_c = \Sigma n_i u_i$  в любом сечении  $X = \text{const}$  вниз по потоку от решетки равен 0.9 от входящего невозмущенного потока  $R_0 = \Sigma n_0 u_0$ . В нестационарных режимах сквозь решетку пропускается только часть газа, остальная поглощается движущейся ударной волной. Параметры на пластинке:  $C_x = 0.86$ ,  $C_F = 0.049$ ,  $C_q = 0.329$ .

Все характерные черты описанного выше течения проявляются в еще большей степени в варианте с  $S = 1$ , когда размер зазоров равен размеру пластин. Часть течения, примыкающая непосредственно к решетке, изображена на фиг. 7 ( $t = 75$ ). Ударная волна движется со скоростью  $-0.64$  и фронт ее имеет координату  $X = 33$ . За ударной волной вплоть до  $X = 50$  имеем  $n_1 = 2.9$ ,  $T_1 = 3.7$ ,  $u_1 = 0.7$ ,  $v_1 = 0$ ,  $M_1 = 0.3$ . На пластинке  $C_x = 1.05$ ,  $C_F = 0.05$ ,  $C_q = 0.41$ . Система решетка – ударная волна пропускает  $0.62 R_0$ .

Во всех течениях, рассматриваемых в данном разделе, кинетические эффекты, а также вязкость и теплопроводность в зоне действия уравнений Навье–Стокса существенны и определяют как локальные, так и глобальные свойства потоков газа. Это тем более верно, чем больше  $S$ .

Если не интересоваться деталями взаимодействия газа с решеткой, то последнюю можно рассматривать как простейшее механическое устройство, преобразующее входящий равномерный поток с параметрами  $n_0$ ,  $T_0$ ,  $u_0$  в равномерный выходящий с параметрами  $n_c$ ,  $T_c$ ,  $u_c$ . Связь этих глобальных характеристик, следующая из проведенных расчетов, представлена в таблице, где в зависимости от  $S$  ( $L = 10$ ) даны параметры газа за ударной волной и вниз по потоку, на расстояниях 80–100 длин свободного пробега от решетки. Обратим внимание на слабую зависимость  $T_c$ ,  $u_c$  от  $S$ .

$S$	$n_1$	$T_1$	$u_1$	$D$	$n_c$	$T_c$	$u_c$	$M_c$	$R_c/R_0$
0.14	–	–	–	–	1.30	2.00	2.40	1.30	1.00
0.28	2.70	3.15	1.10	-0.22	1.10	1.90	2.70	1.50	0.90
0.59	2.80	3.50	0.86	-0.48	0.90	1.80	2.70	1.50	0.75
1.00	2.90	3.70	0.70	-0.64	0.80	1.80	2.60	1.50	0.63
2.00	3.05	4.25	0.45	-0.95	0.70	1.70	2.20	1.40	0.42

**Заключение.** Обтекание разреженным газом решетки из поперечных потоку плоских пластин исследовано при фиксированном числе Маха  $M = 2.5$  и разных размерах пластины  $L$  и зазора между пластинами  $l$ . Проведенные расчеты выявили существование двух основных режимов сверхзвукового обтекания решетки из плоских поперечных пластин: стационарного с полностью проницаемой решеткой и отошедшей ударной волной и нестационарного, при котором часть газа задерживается решеткой, что вызывает движение образовавшейся ударной волны вверх по потоку. При фиксированной длине пластины  $L$  смена режима происходит при некотором критическом значении параметра  $S$ , определяемом численно.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 01-01-00078).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Erofeev A.I., Friedlander O.G., Kogan M.N. Rarefied gas condensation by a porous layer // *Rarefied Gas Dynamics* / Eds. R. Brun et al. Cepadues Editions, 1999. V. 1. P. 495–502.
2. Ерофеев А.И., Коган М.Н., Фридлендер О.Г. // Течение разреженного газа сквозь пористый слой. Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 5. С. 193–204.
3. Friedlander O.G., Perminov V.D. Hypersonic rarefied gas flow over wire netting plate under an angle of attack // *Rarefied Gas Dynamics: Proc. 20th Intern. Symp./Eds. Ching Shen. Peking Univer. Press, 1997. P. 479–483.*
4. Aoki K., Kanba K., Takata S. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // *Phys. Fluids*. 1997. V. 9. № 4. P. 1144–1161.
5. Титарев В.А., Шахов Е.М. Сверхзвуковое течение разреженного газа за задней кромкой гладкой пластины // *Ж. вычисл. математики и мат. физики*. 2000. Т. 40. № 3. С. 483–494.
6. Попов С.П., Черемисин Ф.Г. Пример совместного численного решения уравнений Больцмана и Навье–Стокса // *Ж. вычисл. математики и мат. физики*. 2001. Т. 41. № 3. С. 489–500.
7. Попов С.П., Черемисин Ф.Г. Совместное численное решение уравнений Больцмана и Навье–Стокса. // *Вычислительная динамика разреженного газа*. М.: ВЦ РАН, 2000.
8. Черемисин Ф.Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // *Докл. РАН*. 1997. Т. 357. № 1. С. 53–56.
9. Черемисин Ф.Г. Решение уравнения Больцмана при переходе к гидродинамическому режиму течения // *Докл. РАН*. 2000. Т. 373. № 4. С. 483–486.
10. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
11. Bird G.A. Definition of mean free path for real gases // *Phys. Fluids*. 1983. V. 26. № 11. P. 3222–3223.
12. Попов С.П., Черемисин Ф.Г. Консервативный метод решения уравнения Больцмана для центрально-симметричных потенциалов взаимодействия // *Ж. вычисл. математики и мат. физики*. 1999. Т. 39. № 1. С. 163–176.
13. Eggers J., Beylich A.E. Development of hybrid scheme and its application to a flat plate flow // *Rarefied Gas Dynamics: Proc. 19th Intern. Symp. / Eds. J. Harvey and G. Lord Oxford: Univ. Press, 1995. V. 2. P. 1216–1222.*

Москва  
E-mail: spopov@ccas.ru

Поступила в редакцию  
9.1V.2001