МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 • 2002

УДК 532.546

А.В. КОСТЕРИН, Э.В. СКВОРЦОВ, М.М. ТОРОПОВА

О ВОДООТДАЧЕ И ДЕФОРМАЦИЯХ ГЛИНИСТОГО СЛОЯ ПРИ РАБОТЕ СКВАЖИНЫ В ВОДОНОСНОМ ПЛАСТЕ

Исследована осесимметричная задача о фильтрации к скважине и деформациях в системе горные породы – насыщенный глинистый слой – водоносный пласт. Получено интегро-дифференциальное уравнение, описывающее эволюцию поля давления в пласте с учетом перетока жидкости из слоя в пласт. Найдены распределения перетоков и усадка земной поверхности в различные моменты времени. Величина предельной усадки выражена в замкнутом виде. Показано, что дебит скважины достаточно долго практически полностью обеспечивается водоотдачей глин.

Интерес к задачам фильтрации с учетом деформаций пластов и окружающих их горных пород связан с потребностью объяснения некоторых явлений и эффектов, известных в нефтедобыче и гидрогеологии. Так, натурные эксперименты [1–3] показывают, что в ряде случаев дебит скважины при вариации депрессии ведет себя нелинейно, что можно связать с изменением проницаемости пласта вследствие его деформаций.

Длительная эксплуатация нефтяных месторождений нередко приводит к значительному оседанию поверхности земли. Характерный пример подобного рода – усадка земли в г. Лос-Анджелес на месторождении Уилмингтон, достигшая 9 м и заметная на площади 50 км^2. Как по этому поводу замечает В.Н. Щелкачев [4], из пласта отбиралось большое количество не только нефти, но и воды. Напоминая о суждениях О. Мейнцера и С. Толмэна, высказанных ими более 60 лет тому назад, он объясняет такое оседание сжатием глинистых кровли и подошвы пласта при их дегидратации под воздействием снижения пластового давления.

В [5] описано оседание более чем на 4 м буровых платформ на нефтяных промыслах Экофиск в Северном море и предложено аналогичное объяснение подобных явлений. Отмечено, что если в жесткой породе, вмещающей залежь, деформации несущественны, но в недоуплотненных глинистых слоях, контактирующих с основным пластом, давление флюидов может оказаться аномально высоким, и при вскрытии и эксплуатации пласта вода из этих слоев начнет перетекать в пласт. Сжатие слоев может привести к значительным усадкам земной поверхности – до 9 м, как это произошло в г. Мехико при добыче подземных вод с небольших глубин.

С позиций гидрогеологии, при отборе подземных вод наряду с усадкой земли не менее существенным фактором является количество воды, поступающее в водоносный пласт из соседних глинизированных слоев. Например, балансовые расчеты, проведенные для Белозерского водоносного комплекса [6], показали, что вода, поступающая в водоносный горизонт при сжатии смежных слабопроницаемых пород, обеспечила поступление более двух третей жидкости от общего расхода водозаборного сооружения.

Теоретическое описание указанных явлений требует постановки и решения взаимосвязанных задач геомеханики горных пород и фильтрации в деформируемых пластах.

Исследований в этом направлении сравнительно немного. Так, в работах [7–9] покрывающие пласт породы моделировались упругой плитой, что физически оправданно, когда мощность этих пород мала по сравнению с размерами зоны изменения давления в пласте. Среди более поздних публикаций следует выделить две. В [10] предложена асимптотическая постановка задачи, когда пласт в толще упругих горных пород заменяется разрезом, а условия сопряжения на нем включают в себя реологическое уравнение одномерной (поперечной) консолидации насыщенного пласта. В [11] получено соответствующее схеме [10] нелокально-релаксационное уравнение для давления жидкости в пласте (обобщенное уравнение пьезопроводности).

Развитию упомянутого асимптотического подхода посвящены работы [12–16]. В частности, дано объяснение нелинейной зависимости дебита скважины от депрессии в пласте за счет деформаций [12]; предложено обобщение асимптотической схемы на случай многослойного пласта [14] и неосесимметричного распределения давления в нем [15, 16].

В упомянутых теоретических работах механическое поведение горных пород и матрицы пласта описывалось линейными уравнениями теории упругости, когда деформации малы. Вследствие этого соответствующие модели непосредственно непригодны для объяснения больших усадок земной поверхности и перетоков в пласт.

В данной работе предлагается расширение модели слоистой системы [12, 14]. Предполагается, что она состоит из упругого водоносного пласта, вскрытого скважиной, и примыкающего к нему недоуплотненного глинистого слоя. Модули упругости горных пород и пласта для простоты считаются одинаковыми. Вязкоупругое поведение пористой матрицы глинистого слоя описывается реологической моделью Кельвина – Фойгта. Так как мощность этого слоя мала по сравнению с его горизонтальными размерами, деформации слоя принимаются чисто поперечными.

1. Постановка задачи. Рассмотрим горизонтальный глинизированный слой мощностью h, расположенный на глубине H и контактирующий с нижележащим водоносным пластом мощностью h_0. При эксплуатации пласта через скважину осуществляется переток воды из слоя в пласт.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ). Ось z совместим с осью скважины. Плоскость $z = H$ перпендикулярна направлению силы тяжести и совпадает со свободной поверхностью земли. Плоскость $z = 0$ совместим со срединной поверхностью слоя. Распределение давления в пласте будем считать осесимметричным.

Породам соответствует однородное упругое полупространство, характеризуемое коэффициентом Пуассона ν и модулем Юнга E и ограниченное плоскостью $z = H$, а слой, в соответствии с [10], заменяется разрезом, верхняя и нижняя границы которого являются плоскостями $z \to +0$ и $z \to -0$.

Далее интерес представляет нахождение лишь отклонений искомых величин давлений, перемещений и т.д. от значений, соответствующих состоянию пласта с начальным постоянным давлением в нем. Ниже при использовании обозначений подразумеваются указанные отклонения.

В породах вектор перемещений $\mathbf{u}$ удовлетворяет квазистационарному уравнению линейной теории упругости со следующими граничными условиями:

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u} - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{u} = 0 \tag{1.1}$$

$$\sigma_z = \tau_{rz} = 0 \quad (z = H) \tag{1.2}$$

$$[\sigma_z] = [\tau_{rz}] = 0, \quad [u_r] = 0 \quad (z = 0) \tag{1.3}$$

$$\left(E_1 + \mu_1 \frac{\partial}{\partial t}\right)[u_z] = (\sigma_z + p)h \quad (z = 0) \tag{1.4}$$

Здесь квадратные скобки означают скачок соответствующих величин на границах слоя (разреза), σ_z и τ_{rz} – компоненты тензора напряжений, u_z и u_r – компоненты вектора перемещений $\mathbf{u}$, t – время, p – давление жидкости в пласте. Условие (1.4) дает связь скачка перемещений с нормальными напряжениями на границе слоя – разреза, отвечающую реологическому поведению матрицы глинистого слоя по модели Кельвина – Фойгта с параметрами E_1, μ_1.

По отношению к описанию течения в водоносном пласте задача (1.1) – (1.4) является "внешней". Она неявно задает операторную связь поперечных деформаций глинистого слоя с изменением давления жидкости в нем. Методами теории упругости этот оператор может быть найден в явном виде, что позволяет непосредственно связать распределение перетоков с полем давления. Таким образом, решение исходной задачи может быть сведено к решению задачи Коши для обобщенного интегро-дифференциального уравнения пьезопроводности для давления жидкости в пласте.

2. Решение "внешней" задачи. Используем представления Папковича – Нейбера компонент тензора напряжений и вектора перемещений через две гармонические функции Φ и φ [17]:

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= 2(1-\nu)\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - z\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \\
\tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r}\left[(1-2\nu)\Phi - \frac{\partial\varphi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right] \\
u_z &= \frac{1+\nu}{E}\left[(3-4\nu)\Phi - \frac{\partial\varphi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right] \\
u_r &= -\frac{1+\nu}{E}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r} + z\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Пусть слой $0 < z < H$ и полупространство горных пород $z < 0$ есть соответственно подобласти 1 и 2. Отыскивая в них функции Φ_j, φ_j и p (здесь и далее $j = 1, 2$) в виде интегралов Ханкеля

$$\begin{aligned}
\Phi_1(r,\ z) &= \int\limits_0^\infty [a_1(\xi)e^{\xi z} + b_1(\xi)e^{-\xi z}]J_0(\xi r)\xi d\xi, \quad 0 < z < h \\
\varphi_1(r,\ z) &= \int\limits_0^\infty [c_1(\xi)e^{\xi z} + d_1(\xi)e^{-\xi z}]J_0(\xi r)\xi d\xi, \quad 0 < z < h \\
\Phi_2(r,\ z) &= \int\limits_0^\infty a_2(\xi)e^{\xi z}J_0(\xi r)\xi d\xi, \quad z < 0 \\
\varphi_2(r,\ z) &= \int\limits_0^\infty c_2(\xi)e^{\xi z}J_0(\xi r)\xi d\xi, \quad z < 0 \\
p(r) &= \int\limits_0^\infty p_*(\xi)J_0(\xi r)\xi d\xi
\end{aligned} \tag{2.2}$$

и удовлетворяя граничным условиям (1.2), (1.3), с учетом зависимостей (2.1) будем иметь

$$\begin{aligned}
&a_1 = b_1 e^{-2y}(1+2y), \quad c_1 = \frac{b_1 H}{y}e^{-2y}(1-2y)\left(1+2y-\frac{2y^2}{1-2\nu}\right) \\
&d = -\frac{b_1 H}{y}(1-2\nu), \quad c_2 = \frac{b_1 H}{y}(1-2\nu)\left[e^{-2y}\left(1+2y-\frac{2y^2}{1-2\nu}\right)-1\right] \\
&a_2 = b_1[(1+2y)e^{-2y} - 1]
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь $y = \xi H$, а коэффициент b_1 параметрически зависит от времени t. Введем безразмерные величины

$$a = \frac{4HE_1(1-\nu^2)}{hE}, \quad B = \frac{ab_1}{H^3\rho_0}, \quad \tau = \frac{E_1 t}{\mu_1}, \quad P = \frac{p_*}{H^2 p_0}, \quad \rho = \frac{r}{H}, \quad b = \frac{kh_0\mu_1}{H^2 h\mu}$$

Давление нормируется на величину p_0 с сохранением за ним прежнего обозначения.

Из условия (1.4) вытекает дифференциальное уравнение для определения величины $B = B(y, \tau)$ со следующим начальным условием:

$$\frac{dB}{d\tau} + \alpha(y)B = P(y,\tau), \quad B(y,0) = 0 \tag{2.4}$$

$$\alpha(y) = 1 + \frac{y}{a}[1 - e^{-2y}(1 + 2y + 2y^2)] \tag{2.5}$$

Изображение давления по Ханкелю определяется формулой

$$P(y,\tau) = \int_0^\infty p(\rho,\tau)J_0(y\rho)\rho d\rho \tag{2.6}$$

Согласно соотношениям (2.4) – (2.5)

$$B(y,\tau) = \int_0^\tau P(y,t)e^{-(\tau-t)\alpha(y)}dt \tag{2.7}$$

Зависимости (2.1) – (2.3), (2.5) – (2.7) позволяют найти основные характеристики напряженно-деформированного состояния горных пород. В частности, скачок вертикального перемещения на границе разреза и смещение свободной поверхности даются формулами

$$[u_z]|_{z=0} = \frac{hp_0}{E_1}\int_0^\infty B(y,\tau)yJ_0(\rho y)dy \tag{2.8}$$

$$u_z(\rho,\tau)|_{z=H} = \frac{hp_0}{E_1}\int_0^\infty B(y,\tau)e^{-y}(1+y)yJ_0(\rho y)dy \tag{2.9}$$

3. Решение задачи о фильтрации в пласте. Давление жидкости в водоносном пласте в размерных переменных удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div}\left(\frac{kh_0}{\mu}\operatorname{grad} p\right) + q = \beta h_0 \frac{\partial p}{\partial t} \tag{3.1}$$

где k, h_0, β – проницаемость, мощность и упругоемкость пласта соответственно, μ – вязкость жидкости, $q = q(p, t)$ – величина перетока жидкости из слоя в пласт, которая связана со скачком u_z на разрезе:

$$q = -\frac{\partial}{\partial t}[u_z]|_{z=0} \tag{3.2}$$

Для достаточно медленных процессов правой частью уравнения (3.1) можно пренебречь, поскольку основной вклад в изменение давления будет определяться перетоком $q(t)$.

В начальный момент времени деформации и напряжения в системе равны нулю. Отсюда из условия (1.4) при $t = 0$ следует

$$\mu_1 \frac{\partial}{\partial t}[u_z] = hp \tag{3.3}$$

Согласно соотношениям (2.8), (3.1), (3.3), распределение безразмерного давления в пласте описывается уравнением с начальным условием

$$\frac{b}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)=\int\limits_0^\infty \frac{\partial B(y,\tau)}{\partial\tau}yJ_0(\rho y)dy \tag{3.4}$$

$$\frac{b}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)=p \tag{3.5}$$

Для завершения постановки задачи следует указать граничные условия. Пусть, например, на контуре скважины ($\rho=\rho_0$) и на контуре питания пласта ($\rho=R/H$) заданы постоянные давления

$$p(\rho_0,\tau)=-1,\quad p(R/H,\tau)=0 \tag{3.6}$$

Итак, для того чтобы найти давление в пласте, требуется решить задачу (3.4) – (3.6), (2.6), (2.7). При известном распределении давления $p=p(\rho,\tau)$ по формулам (3.2) и (2.9) определяются переток и смещение свободной поверхности.

Величину суммарного перетока жидкости из слоя в пласт можно найти, интегрируя левую часть уравнения (3.4) в пределах от $\rho=\rho_0$ до $\rho=R/H$. Отношение $\eta(\tau)$ суммарного перетока из слоя в пласт к расходу скважины представляется формулой

$$\eta(\tau)=1-\frac{R}{H}\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)\Bigg|_{\rho=R/H}\left[\rho_0\frac{\partial p}{\partial\rho}\right]^{-1}\Bigg|_{\rho=\rho_0} \tag{3.7}$$

При $\tau\to\infty$, очевидно, величина $\eta(\tau)$ стремится к нулю, а распределение давления в пласте – к логарифмическому

$$p(\rho,\infty)=-\frac{\ln(\rho H/R)}{\ln(\rho_0 H/R)},\quad \rho_0\leqslant\rho\leqslant\frac{R}{H}$$

Предельная усадка ($t\to\infty$) земной поверхности может быть выражена через однократный интеграл. Из формулы (2.7) следует, что

$$B(y,\infty)=P(y,\infty)/\alpha(y) \tag{3.8}$$

Если теперь доопределить давление за пределами интервала (ρ_0, R/H) следующим образом:

$$p(\rho,\tau)=-1,\quad 0\leqslant\rho<\rho_0$$

$$p(\rho,\tau)=0,\quad \rho>R/H$$

то изображение давления можно привести к виду

$$P(y,\ \infty)=-\left[\int\limits_0^{\rho_0}J_0(y\rho)\rho d\rho+\int\limits_{\rho_0}^{R/H}\frac{\ln(\rho H/R)}{\ln(\rho_0 H/R)}J_0(y\rho)\rho d\rho\right] \tag{3.9}$$

Соотношения (2.9), (3.8), (3.9) и формула [18]

$$\int\limits_0^1 \ln x J_0(cx)dx=\frac{J_0(cx)-1}{c^2}$$

позволяют выразить результат в виде

$$u_z(\rho,\infty)\big|_{z=H}=-\frac{hp_0}{E_1\ln\dfrac{R}{r_0}}\int\limits_0^\infty\frac{e^{-y}(1+y)}{y\alpha(y)}[J_0(y\rho_0)-J_0(yR/H)]J_0(\rho y)dy \tag{3.10}$$

Расчет поля давления $p(\rho, \tau)$ проводился следующим образом. Уравнение (3.4) преобразовывалось к виду

$$\frac{b}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)-p(\rho,\tau)=-J \tag{3.11}$$

$$J=\int_0^\infty \alpha(y)B(y,\tau)yJ_0(y\rho)dy$$

Отрезок времени наблюдения $[0, \tau]$ разбивался на равные части точками $\tau_0 = 0$, $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n = \tau$, и далее полагалось, что $P(y,\tau) = P(y,\tau_i)$, $\tau \in [\tau_i, \tau_{i+1}]$. При этом интеграл в формуле (3.11) приобретает вид суммы

$$J=\sum_{i=0}^{n-1}\int_0^\infty [e^{(\tau_{i+1}-\tau_n)\alpha(y)}-e^{(\tau_i-\tau_n)\alpha(y)}]\int_0^{R/H} p(\xi,\tau_i)J_0(y\xi)\xi d\xi y J_0(y\rho)dy$$

Когда величина h/H достаточно мала, а величина a достаточно велика, можно принять [10], что $\alpha(y)\simeq 1+y/a$, и преобразовать эту сумму следующим образом:

$$J=\sum_{i=0}^{n-1}\int_0^{R/H}\xi p(\xi,\ \tau_i)\left[e^{(\tau_{i+1}-\tau_n)}\int_0^\infty e^{(\tau_{i+1}-\tau_n)y/a}yJ_0(y\xi)J_0(y\rho)dy-\right.$$

$$\left.-e^{(\tau_i-\tau_n)}\int_0^\infty e^{(\tau_i-\tau_n)y/a}yJ_0(y\xi)J_0(y\rho)dy\right]d\xi \tag{3.12}$$

Внутренний интеграл в последнем выражении известен [18]:

$$\int_0^\infty xe^{-px}J_0(bx)J_0(cx)dx=\frac{pk^3}{4\pi(1-k^2)(bc)^{3/2}}E(k) \tag{3.13}$$

$$k=\frac{2\sqrt{bc}}{\sqrt{p^2+(b+c)^2}}$$

где $E(k)$ – полный эллиптический интеграл второго рода.

Использование описанных процедур позволило эффективно вычислять правую часть уравнения (3.11).

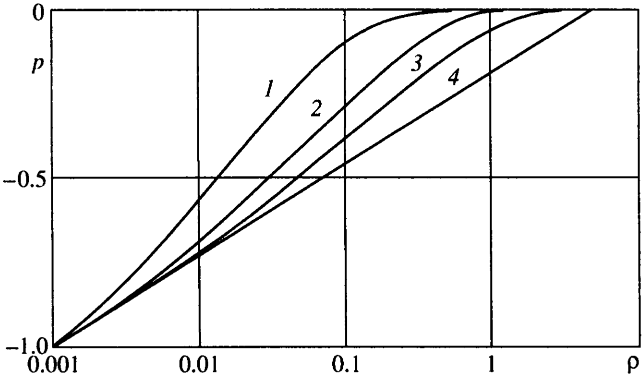
Уравнение (3.11) решалось методом прогонки. Область $[\rho_0, R/H]$ покрывалась неравномерной сеткой, сгущенной к скважине. В качестве теста использовалось аналитическое решение задачи (3.5), (3.6) [19]

$$p(\rho,\ 0)=\frac{K_0(R/H\sqrt{b})I_0(\rho/\sqrt{b})-I_0(R/H\sqrt{b})K_0(\rho/\sqrt{b})}{I_0(R/H\sqrt{b})K_0(\rho_0/\sqrt{b})-I_0(\rho_0/\sqrt{b})K_0(R/H\sqrt{b})}$$

Здесь $I_0(x)$, $K_0(x)$ – модифицированные функции Бесселя.

4. Обсуждение результатов. С целью выявления в задаче основных пространственных и временных масштабов проведены расчеты поля давления, перетоков и усадки земной поверхности. Исходные данные, по возможности, согласовывались с реальными условиями. Труднее всего поддаются оценке реологические параметры E_1 и μ_1 глинистого слоя. Согласно [20], вязкость иллита составляет примерно 10^{11} Па · с, а прочность глинистых грунтов на сжатие ~(0.1 ÷ 1) МПа, поэтому можно принять $(\mu_1/\mu) \sim 10^{14}$, $E_1 \sim 1$ МПа. Значения остальных параметров задавались следующими: $E = (10^9 \div 10^{10})$ Па; $\nu = 0.2$; $k = 10^{-13}$ м^2 (0.1 дарси); $\mu = 10^{-3}$ Па · с; $h_0 = 10$ м; $h \sim (1 \div 10)$ м; $H \sim (3 \cdot 10^2 \div 10^3)$ м; $p_0/E_1 = 1$; $b \sim 10^{-2}$; $a \sim (0.1 \div 3.5)$.

В этих условиях отношение характерных значений $\beta h_0(\partial p/\partial t)$ и q в (3.1) равно $\beta p_0 h_0/h \sim (10^{-4} \div 10^{-3})$. Это означает, что развитие воронки депрессии $p(\rho, t)$ у скважины лимитируется перетоком q и происходит в $10^3 \div 10^4$ раз медленнее, чем только



Фиг. 1. Распределение давления в пласте в моменты времени τ = 0, 200, 1200, ∞ (кривые *1*–*4*)

за счет упругоемкости β. На малых временах форма воронки определяется решением задачи (3.5), (3.6). Распределение давления для разных моментов времени представлено на фиг. 1.

Подсчитывалось также отношение $\eta(\tau)$ интегрального водопритока из глинистого слоя к дебиту скважины (3.7). Установлено, что вплоть до $\tau = 1200$ ($t \sim 4$ года) оно практически равно единице, т.е. скважина питается фактически за счет водоотдачи глин.

Стационарный предел усадки земной поверхности $\bar{u}_z(\rho, \infty) = E_1 u_z/(hp_0)$ показан на фиг. 2. Развитие максимальной усадки $\bar{u}_z(0, \tau)$ представлено на фиг. 3. Из этих данных видно, что в отличие от воронки давления, локализованной вблизи скважины, "воронка усадки" весьма пологая и простирается даже за пределы контура питания. Такое поведение обусловлено изгибной жесткостью плиты горных пород. Величина усадки за несколько лет ($\tau \sim 1200$) достигает примерно 10% мощности глинистого слоя.

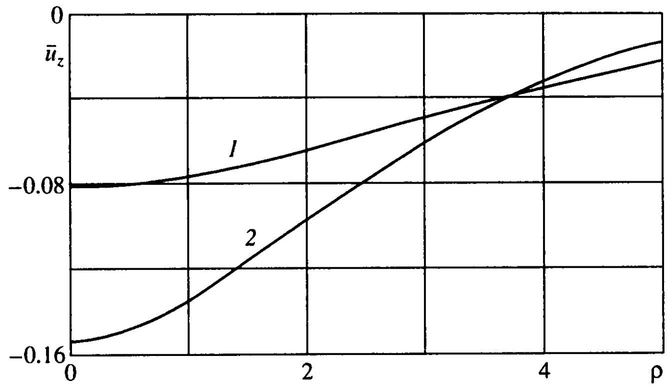
При расчете давления правая часть уравнения (3.11) вычислялась приближенно по формулам (3.12), (3.13). Такой прием резко сокращает объем вычислений. Выигрыш достигается, по сути, благодаря замене функции $\alpha(y)$ на $1 + (y/a)$. Погрешность такой замены быстро убывает с ростом a. Так, уже при $a = 0.12$ ($H/h = 30$) имеем $0.8 \leqslant \alpha(y)/(1 + y(a)) \leqslant 1$ в интервале $y \in (2, \infty)$. При $a = 3$($H/h = 750$) эта оценка выполняется уже всюду ($0 < y < \infty$). Таким образом, можно ожидать, что выполненные расчеты не слишком заметно искажают решение.

Ключевой элемент в структуре задачи – глинистый слой. Он не только обеспечивает возможность значительной усадки земной поверхности, но и длительное время питает жидкостью водоносный пласт. Величина усадки лимитируется изгибом плиты вышележащих горных пород, а скорость ее изменения – отжимом воды из глин по механизму фильтрационной консолидации. При этом малые деформации водоносного пласта и нижележащих горных пород не играют существенной роли. Именно поэтому их реологические характеристики можно считать одинаковыми.

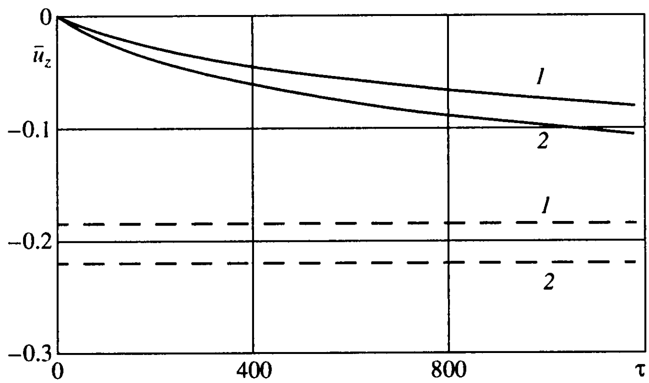
Процесс поперечной консолидации глин моделируется в задаче важным соотношением (1.4). Оно следующим образом соотносится с уравнением квазиравновесия слоя как насыщенной пористой среды [11] и реологическим соотношением для глинистой пористой матрицы

$$\frac{\partial \sigma^f}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \tag{4.1}$$

$$\sigma^f = \left(E_1 + \mu_1 \frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{4.2}$$



Фиг. 2. Характерное распределение усадки земной поверхности при $R/H = 5$: $E_1/E = 0.001$; 0.01 (кривые *1*, *2*)



Фиг. 3. Максимальная усадка ($\rho = 0$): $E_1/E = 0.01$; 0.001 (*1*, *2*). Штриховые линии – соответствующие асимптоты при $\tau \to \infty$

Если из первого интеграла (4.1): $\sigma_z^f - p = \sigma_z$ найти величину σ_z^f, подставить ее в (4.2) и проинтегрировать результат поперек слоя, то получится почти полная копия условия (1.4) с той лишь разницей, что вместо p (отклонение давления жидкости на кровле пласта от исходного) в ней будет стоять среднее по слою h значение вариации давления $\langle p \rangle$. Фактическое отождествление p и $\langle p \rangle$ в постановке задачи – неявное приближенное допущение модели. (Без упоминания оно содержится и в [10].)

В связи с (1.4) необходимо отметить еще одно, более существенное обстоятельство. Условие (1.4) должно учитывать, что скорость консолидации (и водоотдачи) слоя определяется, в первую очередь, фильтрационным сопротивлением, а не реологией глинистой матрицы. Для этого значение параметра μ_1 должно быть согласовано с данными компрессионных опытов с глинами. Тогда (1.4) хотя бы косвенно будет отражать влияние проницаемости среды на скорость уплотнения слоя. При выборе величины μ_1 это учитывалось.

Техника решения "внешней задачи" (1.1) – (1.4) (представления (2.1), (2.2)) достаточно стандартна. Специфика задачи проявляется в соотношении (2.4), определяющем зависимость коэффициентов представления (2.2) от времени. Вследствие этого оператор $[u_z] = L(p)$ становится интегральным не только по r, но и по t, что существенно осложняет построение решения уравнения (3.11). Именно поэтому для упрощения расчетов были построены соотношения (3.12), (3.13).

Анализ задачи показывает, что в изученном процессе можно выделить три характерные стадии. Первая включает в себя образование начальной воронки депрессии за счет упругоемкости (пьезопроводности) пласта, вторая – развитие и стабилизацию деформации глинистого слоя в окрестности скважины, третья – стабилизацию воронки оседания земной поверхности. Основное внимание в работе уделено второй стадии. Первая (быстрая) вообще не рассматривается. К третьей можно отнести лишь формулу (3.10) и фиг. 2.

Заключение. В работе даны постановка и численно-аналитическое решение задачи об уплотнении и водоотдаче глинистого слоя, примыкающего к водоносному пласту, при отборе жидкости через одиночную скважину. Показано, что в реальных условиях водоотдача глин в течение многих лет может вносить определяющий вклад в дебит скважины, а предельная усадка земной поверхности может достигать нескольких метров.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 99-01-00466).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Губанов Б.Ф., Желтов Ю.П.* Регулирование процесса разработки с применением повышенных давлений нагнетания // Тр. Всесоюз. нефтегаз. НИИ, 1968. Вып. 54. С. 165–179.
2. *Непримеров Н.Н.* Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1978. 216 с.
3. *Дияшев Р.Н.* Совместная разработка нефтяных пластов. М.: Недра, 1984. 208 с.
4. *Щелкачев В.Н.* Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. Ч. 2. М.: Нефть и газ, 1995. 492 с.
5. *Мори В.* Оседание буровых платформ на нефтяных промыслах Экофиск: проблема механики горных пород (причины и следствия оседаний, связанных с разработкой нефтяных залежей в Северном море) // Механика горных пород применительно к проблемам разведки и добычи нефти. М.: Мир, 1994. С. 257–264.
6. *Мироненко В.А.* Изменение физико-механических свойств и деформации глинистых пород в результате глубокого водопонижения // Инженерно-геологические свойства глинистых пород и процессы в них: Тр. Междунар. симп. 1971. М.: Изд-во МГУ, 1972. Вып. 2. С. 97–104.
7. *Афанасьев Е.Ф., Николаевский В.Н.* Нелокально-упругий режим фильтрации и восстановление давления в глубинных пластах // ПМТФ. 1969. № 5. С. 113–116.
8. *Николаевский В.Н.* К изучению нелокальных эффектов при упругом режиме фильтрации в глубинных пластах // ПМТФ. 1968. № 4. С. 35–38.
9. *Афанасьев Е.Ф.* К обоснованию теории нелокально-упругого режима фильтрации при помощи уравнений теории упругости // ПМТФ. 1971. № 4. С. 82–86.
10. *Ентов В.М., Малахова Т.А.* Об изменении напряженно-деформированного состояния горных пород при изменении давления в насыщенном жидкостью пласте // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. № 6. С. 53–65.
11. *Николаевский В.Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
12. *Дияшев И.Р., Конюхов В.М., Костерин А.В., Скворцов Э.В.* О продуктивных характеристиках скважины в деформируемом пласте, взаимодействующем с горными породами // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 1. С. 86–93.
13. *Дияшев И.Р., Конюхов В.М., Скворцов Э.В.* Нестационарная фильтрация под действием скважины в деформируемом пласте, взаимодействующем с горными породами // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 1. С. 85–90.
14. *Костерин А.В., Скворцов Э.В.* Продуктивные характеристики скважины в системе пласт – горные породы // Изв. РАЕН. Сер. Математика, математическое моделирование, информатика и управление. 1998. Т. 2. № 1. С. 80–106.

15. *Костерин А.В., Скворцов Э.В., Торопова М.М.* Напряженно-деформированное состояние горных пород и фильтрация в неоднородных пластах // Вычислительные технологии. 1999. Т. 4. № 2. С. 42–50.
16. *Дияшев Р.Н., Костерин А.В., Скворцов Э.В.* Фильтрация жидкости в деформируемых нефтяных пластах. Казань. Изд-во Казан. ун-та, 1999. 237 с.
17. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1967. 402 с.
18. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 750 с.
19. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. 576 с.
20. Грунтоведение / Под ред. Е.М. Сергеева. М.: Изд-во МГУ, 1983. 389 с.

Казань

Поступила в редакцию
26.VI.2001