

УДК 532.529:533.6.011.55

© 2001 г. А.Н. ОСИПЦОВ

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ЗАТУПЛЕННОМ ТЕЛЕ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ НЕОДНОРОДНО ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА

Исследуется нестационарный теплообмен в критической точке затупленного тела, движущегося с гиперзвуковой скоростью в слое неоднородно запыленного газа с малоинерционными (не осаждающимися на тело) частицами. Методом сращиваемых асимптотических разложений построены уравнения нестационарного двухфазного пограничного слоя вблизи оси симметрии с учетом полидисперсности частиц. Численно исследованы нестационарная структура пограничного слоя и изменение коэффициентов трения и теплообмена в критической точке. Рассмотрены слоистые неоднородности концентрации и размеров частиц, определены границы вариации тепловых и силовых нагрузок, изучено влияние полидисперсности частиц на коэффициент теплообмена.

Теоретическим и экспериментальным исследованиям теплообмена летательных аппаратов, движущихся в запыленной атмосфере, посвящено большое количество публикаций (см., например, [1–7] и цитируемые в них работы). Проведенные исследования показывают, что наличие даже малой концентрации частиц в набегающем потоке может резко увеличить тепловые нагрузки аппарата. В случае инерционных частиц этот эффект обусловлен в первую очередь столкновениями частиц с обтекаемой поверхностью и турбулизацией пограничного слоя [1]. Малоинерционные (не выпадающие на тело) частицы накапливаются в пограничном слое, что также приводит к резкой интенсификации теплообмена даже при незначительных (порядка процентов) массовых концентрациях частиц в набегающем потоке. Данный эффект, предсказанный теоретически в [5], недавно был подтвержден экспериментально [6]. В последнее время исследования теплообмена в высокоскоростных двухфазных потоках с мелкими частицами приобрели новый импульс в связи с европейскими космическими программами исследования Марса, в атмосфере которого малоинерционные частицы (размером порядка микрона и менее) могут присутствовать на значительных высотах (до 30 км), не оседая в течение длительного времени. В пылевых облаках, как правило, имеются неоднородности концентрации и размеров частиц, что может приводить к существенно нестационарным режимам теплообмена и появлению пиковых тепловых потоков к поверхности летательного аппарата. Исследование данной проблемы начато в [7], где изучено поведение неоднородности концентрации монодисперсных частиц в гиперзвуковом ударном слое при обтекании сферы, обнаружен эффект резкого нарастания градиентов неоднородности по мере ее приближения к поверхности обтекаемого тела, а также приведен пример расчета нестационарных тепловых потоков в критическую точку в случае гармонической неоднородности концентрации частиц.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования нестационарной структуры пограничного слоя вблизи критической точки при пролете затупленного тела сквозь пылевой слой конечной толщины, рассмотрены слоистые неоднородности размеров частиц и изучено влияние полидисперсности пыли на

коэффициенты трения и теплообмена в критической точке. Исследование ограничено диапазоном размеров частиц, соответствующим режиму отсутствия инерционного осаждения, для которого расчет теплообмена может быть осуществлен без привлечения эмпирической информации, необходимой в случае контактного теплообмена частица – стенка.

1. Постановка задачи. В качестве основы математического описания примем модель запыленного газа с пренебрежимо малой объемной концентрацией дисперсной фазы [8], обобщенную на случай полидисперсных частиц. Рассмотрим обтекание плоского или осесимметричного затупленного тела, которое движется с гиперзвуковой скоростью и в момент времени $t = 0$ входит в слой неоднородно запыленного газа. В системе отсчета, связанной с телом, нестационарность задачи обусловлена нестационарностью граничных условий на головной ударной волне. Введем криволинейную систему координат с началом в критической точке тела, оси x и y направим по образующей поверхности и по нормали к ней. Предполагается, что несущая фаза есть вязкий совершенный газ с постоянными теплоемкостями, а дисперсная фаза в общем случае состоит из k монодисперсных фракций сферических частиц радиуса σ_i и массы m_i ($i = 1, \dots, k$).

Выражения для описания межфазного обмена импульсом и энергией (в расчете на одну частицу) можно записать в виде [5]

$$f_{si} = 6\pi\sigma_i\mu^*(V^* - V_{si}^*)G_i, \quad q_{si} = 4\pi\sigma_i\lambda^*(T^* - T_{si}^*)D_i$$

$$G_i = \left(1 + \frac{1}{6} \text{Re}_{si}^{2/3}\right) \Phi_{1i}(M_{si}, \text{Re}_{si})$$

$$D_i = (1 + 0.3\text{Pr}^{1/3} \text{Re}_{si}^{1/2}) \Phi_{2i}(M_{si}, \text{Re}_{si})$$

Звездочкой отмечены размерные переменные, индекс s относится к параметрам частиц, V^* – скорость, T^* – температура, μ^* и λ^* – вязкость и теплопроводность газа, Pr – число Прандтля несущей фазы, Re_{si} и M_{si} – числа Рейнольдса и Маха обтекания частиц i -той фракции. При проведении расчетов использовались выражения для поправочных коэффициентов Φ_{1i} и Φ_{2i} , предложенные в [9]. Зависимость μ^* и λ^* от температуры принята степенной с показателем ω .

Введем следующие безразмерные параметры:

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_\infty^*}, \quad n_{si} = \frac{n_{si}^*}{n_{si\infty}^*(0)}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_c^*}$$

$$p = \frac{p^*}{\rho_\infty^* U_\infty^2}, \quad T = \frac{2T_{st}^* c_p}{U_\infty^2}, \quad T_{si} = \frac{2T_{st}^* c_p}{U_\infty^2}, \quad t = \frac{t^* U_\infty}{L}$$

Здесь и ниже индексы ∞ и s отмечают соответственно параметры набегающего потока и параметры адиабатического торможения, n_{si} – числовая концентрация частиц i -той фракции, отнесенная к ее значению на ударной волне на оси симметрии в момент времени $t = 0$, L – радиус кривизны тела в критической точке, U_∞ – скорость набегающего потока, c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении. В предположении отсутствия столкновений между фракциями дисперсной фазы уравнения запыленного газа [8] запишем в безразмерном виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \frac{\partial n_{si}}{\partial t} + \text{div}(n_{si} \mathbf{V}_{si}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho(\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} + \nabla p + \sum_i \alpha_i \beta_i \mu n_{si} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si}) G_i = \frac{2\varepsilon}{3\kappa} [-\nabla(\mu \text{div} \mathbf{V}) + 3 \text{Div} \mu \mathbf{S}]$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{si}}{\partial t} + (\mathbf{V}_{si} \nabla) \mathbf{V}_{si} = \beta_i \mu G_i (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si})$$

$$\frac{\partial T_{si}}{\partial t} + (\mathbf{V}_{si} \nabla) T_{si} = \frac{2c_p}{3c_s \text{Pr}} \beta_i \mu D_i (T - T_{si})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \rho (\mathbf{V} \nabla) T = 2(\mathbf{V} \nabla) p + \frac{2\varepsilon}{\kappa} [2\mu S^2 - \frac{2}{3} \mu (\text{div } \mathbf{V})^2] + \frac{\varepsilon}{\kappa \text{Pr}} \text{div}(\mu \nabla T) +$$

$$+ 2 \sum_i \alpha_i \beta_i \mu n_{si} G_i |\mathbf{V} - \mathbf{V}_{si}|^2 + \frac{2}{3} \sum_i \frac{\alpha_i \beta_i \mu}{\text{Pr}} n_{si} D_i (T_{xi} - T)$$

$$p = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \rho T, \quad \mu = T^\omega, \quad \kappa = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu^*}{\lambda^*}$$

$$\alpha_i = \frac{m_i n_{si}^*}{\rho_\infty^*}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\text{Re}} = \frac{\mu_c^*}{U_\infty \rho_c^* L}, \quad \beta_i = \frac{6\pi \sigma_{it} \mu_c^* L}{m_i U_\infty}, \quad \rho_c^* = \frac{\rho_\infty^*}{\kappa}$$

Здесь γ – показатель адиабаты газа, $1/\kappa$ есть "сжатие" газа в ударном слое при гиперзвуковой скорости, S – тензор скоростей деформации несущей фазы, c_s – удельная теплоемкость вещества частиц.

На поверхности обтекаемого тела задается температура (полагаемая постоянной) T_w и ставится условие прилипания несущей фазы. Перед ударной волной скорость и температура потока приняты постоянными, а концентрации некоторых сортов частиц могут быть неоднородными вдоль направления обтекания. Указанные неоднородности приводят к возникновению нестационарных эффектов в ударном и пограничном слоях. Ниже, в разд. 3 рассматривается несколько простых типов неоднородностей.

Для упрощения постановки задачи рассмотрим случай, когда числа Рейнольдса и Маха обтекания тела велики ($\varepsilon \ll 1$, $M_\infty^2 \gg 1$), а массовая концентрация частиц мала ($\alpha_i \ll 1$), что позволяет находить решения в невязкой части ударного слоя и пограничном слое последовательно. При $\alpha_i \rightarrow 0$ в невязкой части ударного слоя влиянием частиц на параметры несущей фазы можно пренебречь. Следовательно, от времени будут зависеть лишь концентрации частиц тех фракций, чьи концентрации в обогащем потоке неоднородны, все остальные параметры течения стационарны. Для описания параметров газа в невязкой части ударного слоя можно использовать известные приближенные гиперзвуковые решения [10–11], а уравнения дисперсной фазы в лагранжевых координатах можно свести к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений на выбранной траектории частиц [12]. Такой подход, использованный ранее в [7], позволяет исследовать нестационарное поведение распределения концентрации частиц в ударном слое и затем использовать невязкое решение как внешнее решение для пограничного слоя, уравнения которого будут построены ниже для окрестности оси симметрии с использованием метода сращиваемых разложений и решены численно.

Ограничимся рассмотрением режима отсутствия инерционного осаждения частиц, т.е. случаем достаточно малоинерционных частиц. Данный режим имеет место, когда параметр инерционности частиц превосходит некоторые пороговые значения, найденные численно в [5] для плоских и осесимметричных затупленных тел

$$\frac{\beta_i G_{i1}}{u_1} \geq \beta^\circ(\text{Re}_{si0}), \quad \text{Re}_{si0} = \frac{2\sigma_i \rho_c^* U_\infty}{\mu_c^*}$$

Здесь Re_{si0} – характерное число Рейнольдса обтекания частиц, G_{i1} – значение поправочного коэффициента G_i и $u_1 = \partial u_c / \partial x(0,0)$ – безразмерный модуль градиента

скорости вычислены в критической точке невязкого ударного слоя ($u_1 = 2/3$ для сферического затупления, $G_{i1} = 1$ при неучете кнудсеновских эффектов при обтекании частиц).

2. Асимптотика невязкого решения вблизи критической точки. Поскольку граничные условия для скорости и температуры частиц на ударной волне стационарны, эти параметры в ударном слое не зависят от времени и совпадают с параметрами стационарного течения, соответствующего постоянной концентрации частиц перед ударной волной. Единственным нестационарным параметром в невязкой области ударного слоя является концентрация частиц, для которой на фиксированной траектории частиц i -того сорта справедливо следующее соотношение, полученное из уравнения неразрывности дисперсной фазы

$$\frac{d}{d\tau} \ln n_{si} = -\operatorname{div} \mathbf{V}_{si}$$

Отсюда следует

$$n_{si}(\tau, x_0) = n_{si}(0, x_0) \exp\left(-\int_0^\tau \operatorname{div} \mathbf{V}_{si} dt\right) \quad (2.1)$$

Здесь x_0 – абсцисса начала траектории на головной ударной волне (при $y = y_{sh}$), а τ – безразмерное время движения частицы от ударной волны вдоль данной траектории. Поскольку поле скоростей частицы в эйлеровых переменных не зависит от времени, из данного соотношения следует, что неоднородность концентрации частиц, входящая в ударный слой в точке x_0 , переносится со скоростью дисперсной фазы. При этом амплитуда неоднородности пропорциональна локальному значению концентрации частиц, вычисленному для случая постоянной концентрации частиц перед волной.

Уравнение (2.1) может быть переписано в следующей форме:

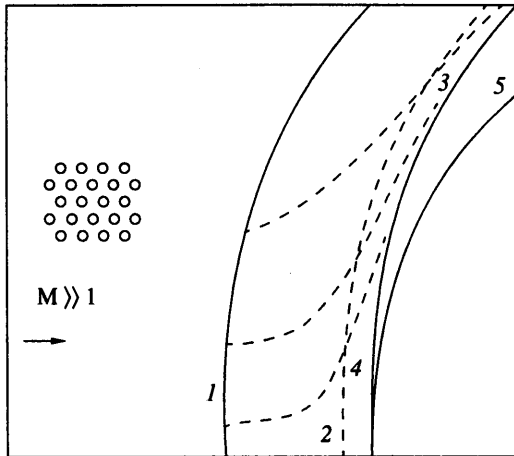
$$n_{si}(gt, x_0) = n_{sif}(t - \tau, x_0) n_{siu}(\tau, x_0) \quad (2.2)$$

Здесь t отсчитывается от момента входа передней точки ударной волны в область неоднородности концентрации частиц, n_{sif} – значение концентрации на ударной волне, соответствующее рассматриваемой неоднородности, а n_{siu} – распределение концентрации частиц в ударном слое при однородной концентрации частиц в набегающем потоке (т.е. при $n_{sif} \equiv 1$). Соотношение (2.2) фактически позволяет свести нестационарную задачу к стационарной: для вычисления значения концентрации в нестационарной задаче в некоторой точке ударного слоя (x, y) в момент t достаточно найти n_{siu} из решения стационарной задачи, а затем рассчитать время τ движения частицы от поверхности волны до рассматриваемой точки и определить концентрацию частиц на выбранной траектории на поверхности волны в момент времени $t - \tau$ ($n_{sif}(t - \tau, x_0)$), что для любого заданного распределения концентрации частиц перед ударной волной является уже тривиальной задачей.

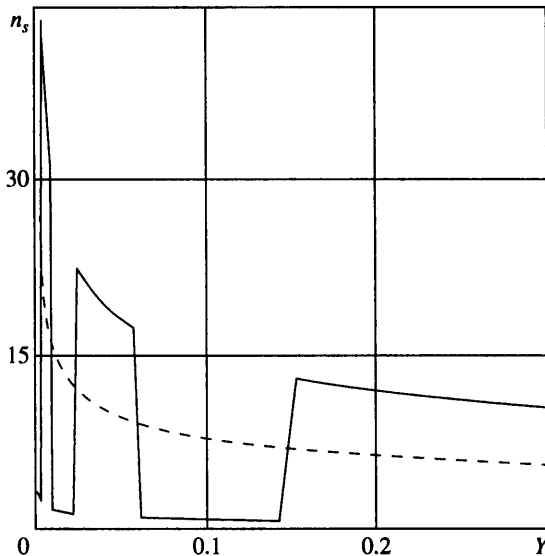
Распределение концентрации i -того сорта частиц в ударном слое зависит от времени и двух безразмерных определяющих параметров, в качестве которых удобно взять

$$\beta_{0i} = \frac{\beta G_{i1}}{u_1}, \quad Rb_i = \frac{\operatorname{Re}_{sio}^{2/3}}{6}$$

Здесь β_{0i} – нормированный параметр инерционности частиц, а Rb_i – параметр, характеризующий отклонение сопротивления частиц от стоксовского закона. Из численных расчетов следует, что с уменьшением инерционности частиц (увеличением параметра β_{0i}), после достижения некоторого порогового значения $\beta^*(Rb)$ частицы перестают оседать на поверхность тела и картина течения приобретает вид схематично показанный на фиг. 1. Вблизи предельной (ближайшей к телу) траектории



Фиг. 1. Картина течения (1 – ударная волна, 2 – пограничный слой, 3 – предельная траектория частиц, 4 – слой высокой концентрации частиц, 5 – область чистого газа)



Фиг. 2. Распределение концентрации частиц $n_s(Y)$ на оси симметрии в невязком ударном слое при $\beta_0 = 8, 1$, $Rb = 2, 5$, $t = 4$ (штриховая линия – однородная концентрация частиц перед волной, сплошная линия – ступенчатая неоднородность с шагом 0,5 и амплитудой 0,9); $Y = y/y_{sh}$

(кривая 3) происходит накопление частиц (слой высокой концентрации 4), причем n_{si} на этой траектории стремится к бесконечности (имеет интегрируемую особенность [13]). Из численных расчетов следует, что для гиперзвукового режима обтекания (когда исчезает зависимость от числа Маха) при $Rb \geq 2,5$ пороговые значения β^o для осесимметричного и плоского течений равны соответственно 8 и 4 [5]. Между предельной траекторией частиц и поверхностью тела имеется очень узкая область 5, свободная от частиц.

На фиг. 2 штриховой линией показано типичное распределение концентрации монодисперсных частиц на оси симметрии в ударном слое для стационарной задачи

при однородной концентрации в набегающем потоке ($\beta_0 = 8,1$, $Rb = 2,5$). Для сравнения на этой же фигуре показан профиль концентрации, рассчитанный для момента $t = 4$ при кусочно-постоянном (слоистом) распределении концентрации монодисперсных частиц в набегающем потоке (исходная безразмерная амплитуда неоднородности, т.е. отклонение от единицы, равна 0,9, а ширина слоев постоянной концентрации равна 0,5). Амплитуда неоднородности концентрации резко возрастает с уменьшением расстояния до поверхности тела. Данный результат является следствием того, что при $\beta_0 \geq \beta^0$ на оси симметрии время движения частицы к критической точке бесконечно, а расстояние между двумя любыми выбранными частицами стремится к нулю с увеличением времени. Следовательно, как бы ни была мала начальная разность концентрации частиц в выбранных точках с увеличением времени эта разность неограниченно возрастает, так как неограниченно растет само значение концентрации. Очевидно также, что профиль концентрации для неоднородного течения заключен между профилями концентрации для стационарных течений с наименьшим и наибольшим значениями концентрации частиц в набегающем потоке. Накопление частиц и рост градиентов неоднородности их концентрации вблизи поверхности тела ставят проблему оценки возможных пиковых тепловых потоков, что в свою очередь требует расчетов структуры пограничного слоя.

Для формулировки уравнений пограничного слоя необходимо знать детальное поведение параметров дисперсной фазы, найденных из невязкого решения при $y \rightarrow 0$. Ниже рассматривается произвольная i -тая фракция частиц, индекс i для краткости опущен.

Асимптотический анализ поведения параметров частиц вблизи критической точки потенциального потока показывает [13], что в стационарном решении концентрация частиц n_s имеет сингулярность типа $n_s \sim d/y^r$, где r изменяется в диапазоне $0 \leq r \leq 2 - \sqrt{2}$ (плоское течение) или $0 \leq r \leq 3 - \sqrt{6}$ (осесимметричное течение), а коэффициент d , являющийся функцией Rb и β_0 [5], имеет порядок единицы. Указанная особенность концентрации частиц интегрируема, следовательно, среднее расстояние между частицами остается конечным, и модель несталкивающихся частиц по-прежнему применима [13].

Найдем асимптотику концентрации частиц в пристеночной области на оси симметрии в нестационарной задаче. Используя соотношение (2.2), при $y \ll 1$ можно написать

$$n_s(t, y) = n_{sf}(t - \tau) \frac{d}{y^r}$$

Теперь оценим время τ , необходимое для того, чтобы фронт неоднородности достиг пристеночной области. В окрестности критической точки при малых x и у остальные параметры фаз представимы в виде ($j = 0; 1$ соответственно для плоского и осесимметричного течений)

$$\begin{aligned} u &= u_1 x, & v &= -2^i u_1 y, & u_s &= u_{s1} x, & v_s &= v_{s1} y \\ T &= 1 + \dots, & T_s &= 1 + \dots, & \rho &= 1/\kappa \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$u_{s1} = -\frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \beta u_1}, \quad v_{s1} = -\frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - 2^j \beta u_1}$$

Из уравнения движения частиц с использованием (2.3) для малых y получаем

$$\tau = \text{const} + \frac{1}{v_{s1}} \ln y$$

и, следовательно, асимптотика концентрации частиц имеет вид

$$n_s(t, y) = \frac{d}{y^r} n_{sf}(\varphi), \quad \varphi = t - \frac{1}{v_{s1}} \ln y - \text{const} \quad (2.4)$$

Как видно из (2.4), фронт неоднородности концентрации частиц достигает внешней границы пограничного слоя при достаточно больших значениях t . Асимптотика (2.3) – (2.4) используется ниже при выводе уравнений пограничного слоя в окрестности критической точки.

3. Нестационарный пограничный слой вблизи критической точки. Для вывода уравнений пограничного слоя воспользуемся техникой метода сращиваемых асимптотических разложений [14]. Рассмотрим нестационарный пограничный слой на лобовой поверхности затупленного тела для диапазона параметров, соответствующих режиму отсутствия инерционного осаждения частиц $\beta_{0i} \geq \beta^0$.

Введем растянутую погранслойную координату z и новое "внутреннее" время (отмечаемое индексом in)

$$z = y \sqrt{\frac{u_1 \kappa}{\epsilon}}, \quad t_{in} = t - \frac{1}{2\nu_{s1}} \ln\left(\frac{\epsilon}{\kappa}\right)$$

Выражение для внутреннего времени получено из следующих соображений. При фиксированном x сращивание внешних и внутренних разложений концентрации частиц наиболее просто выполнить в переменных (y, φ) и (z, φ) при $y \rightarrow 0$ и $z \rightarrow \infty$ соответственно; при этом значение φ полагается фиксированным. Условие совпадения выражений для φ во внешних (t, y) и внутренних переменных (t_{in}, z) дает требуемое выражение для t_{in} . Сращивание при фиксированном φ означает, что внешняя координата стремится к нулю ($y \rightarrow 0$) и внешнее время стремится к бесконечности $t \rightarrow \infty$, в то время как внутренняя координата и внутреннее время стремятся к плюс и минус бесконечности соответственно: $z \rightarrow \infty, t_{in} \rightarrow -\infty$.

Будем искать внутреннее решение в пограничном слое в виде асимптотических рядов по ϵ по координате x

$$\begin{aligned} u &= u_1 x f(t_{in}, z) + \dots, & v &= -\sqrt{\frac{\epsilon u_1}{\kappa}} z g(t_{in}, z) + \dots \\ u_{si} &= u_{s1} x f_{si}(t_{in}, z) + \dots, & v_{si} &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\kappa u_1}} \nu_{s1} z g_{si}(t_{in}, z) + \dots \\ T &= \theta(t_{in}, z) + \dots, & T_{si} &= \theta_{si}(t_{in}, z) + \dots \\ \rho &= \frac{\Psi(t_{in}, z)}{g(t_{in}, z)}, & n_{si} &= \left(\frac{\epsilon}{\kappa}\right)^{-r_i/2} \frac{d_i \Psi_{si}(t_{in}, z) u_1^{r_i/2}}{z^{r_i} g_{si}} + \dots \end{aligned}$$

Подставляя эти разложения в уравнения (1.1) и оставляя главные члены, получим

$$\begin{aligned} \frac{\Psi}{u_1 g} \frac{\partial f}{\partial t_{in}} - \theta^\omega \frac{d^2 f}{dz^2} - \omega \theta^{\omega-1} \frac{df}{dz} \frac{d\theta}{dz} + \frac{\Psi f^2}{g} - \\ - z \Psi \frac{df}{dz} - \frac{1}{\kappa} + \sum_i A_i \beta_{0i} \theta^\omega (f - a_i f_{si}) \frac{\Psi_{si}}{z^{r_i} g_{si}} = 0 \\ \frac{1}{u_1} \frac{\partial}{\partial t_{in}} \left(\frac{\Psi}{g} \right) - z \frac{d\Psi}{dz} + \frac{2^j f \Psi}{g} - \Psi = 0 \\ \frac{1}{u_1} \frac{\partial}{\partial t_{in}} \left(\frac{\Psi_{si}}{g_{si}} \right) - c_i z \frac{d\Psi_{si}}{dz} + \frac{2^j a_i f_{si} \Psi_{si}}{g_{si}} + c_i (r_i - 1) \Psi_{si} = 0 \\ \frac{1}{u_1} \frac{\Psi}{g} \frac{\partial \theta}{\partial t_{in}} - \frac{\theta^\omega}{Pr} \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \omega \theta^{\omega-1} \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 - \sum_i \frac{2 A_i \beta_{0i}}{3 Pr} \Psi_{si} \theta^\omega \frac{\theta_{si} - \theta}{g_{si} z^{r_i}} - z \Psi \frac{d\theta}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\frac{a_i}{u_1} \frac{df_{si}}{dt_{in}} - a_i c_i z g_{si} \frac{df_{si}}{dz} + (a_i f_{si})^2 - \beta_{0i} \theta^\omega (f - a f_{si}) = 0$$

$$\frac{c_i}{u_1} \frac{dg_{si}}{dt_{in}} - c_i^2 z g_{si} \frac{dg_{si}}{dz} + \beta_{0i} \theta^\omega (c_i g_{si} - g) - (c_i g_{si})^2 = 0$$

$$\frac{1}{u_1} \frac{d\theta_{si}}{dt_{in}} - c_i z g_{si} \frac{d\theta_{si}}{dz} - \frac{2}{3} \frac{c_p}{c_{si}} \frac{\beta_{0i} \theta^\omega}{Pr} (\theta - \theta_{si}) = 0$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\theta \Psi}{g}, \quad A_i = \frac{\alpha_i d_i (u_1 \kappa)^{r_i/2}}{\varepsilon^{r_i/2}}, \quad a_i = \frac{u_{sil}}{u_1} = -\frac{\beta_{0i}}{2} + \sqrt{\frac{\beta_{0i}^2}{4} + \beta_{0i}}$$

$$c_i = -\frac{v_{sil}}{u_1} = \frac{\beta_{0i}}{2} - \sqrt{\frac{\beta_{0i}^2}{4} - 2^j \beta_{0i}}, \quad r_i = 1 - 2^j \frac{a_i}{c_i}$$

Граничные условия и условия сращивания с внешним решением (2.3) – (2.4) имеют вид

$$z = 0: \quad f = \psi = 0, \quad \theta = T_w$$

$$z = \infty: \quad f = f_{si} = g_{si} = \theta = \theta_{si} = 1$$

$$z \rightarrow \infty, \quad t_{in} \rightarrow -\infty (\varphi = \text{const}): \quad \Psi_{si} \rightarrow n_{sfi}(\varphi)$$

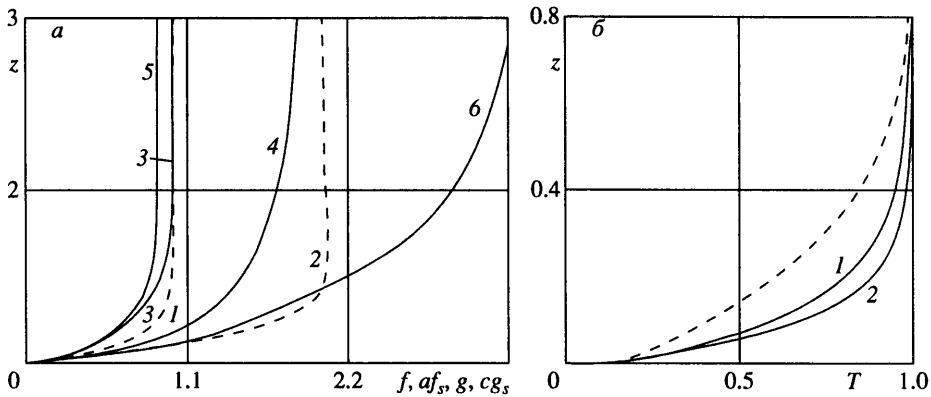
Для фиксированного газа (фиксированных значений Pr , γ и ω) постановка задачи (3.1) зависит от вида функций $n_{sfi}(\varphi)$ и следующих параметров подобия: A_i , β_{0i} , c_{si}/c_p и T_w .

Решение уравнений (3.2) находилось численно конечно-разностным методом. При расчетах было принято: $\gamma \doteq 1,4$, $Pr = 0,7$, $\omega = 0,5$.

На первой стадии рассчитывались стационарные распределения параметров несущей фазы в пограничном слое, соответствующие нулевому значению концентрации частиц на внешней границе пограничного слоя. Использовалась трехточечная разностная схема второго порядка аппроксимации по поперечной координате, разрешаемая методом прогонки. Найденное таким образом стационарное решение дает распределения параметров в начальном по времени сечении расчетной области. Задача (3.2) является параболической по времени. При расчетах была использована полностью неявная по времени схема первого порядка по временному шагу и второго порядка по шагу вдоль поперечной координаты. На каждом временном слое трехточечные разностные соотношения разрешались методом прогонки по поперечной координате. При расчетах граничные условия на бесконечности (при $z \rightarrow \infty$) сносились на большое, но конечное значение z_e с использованием асимптотики решения при больших z , а отрицательное значение t_{in} , при котором фронт неоднородности концентрации достигает точки z_e , было принято за начало отсчета нового внутреннего времени (начало оси абсцисс на фиг. 5–7). Возможность такого сдвига начала отсчета внутреннего времени обусловлена наличием произвольной константы в определении φ . Кроме того, для удобства расчетная область по z -координате преобразовывалась в отрезок $[0, 1]$ с использованием замены переменного: $z_1 = (2/\pi) \arctg(\pi z/2)$.

4. Результаты расчетов. Расчеты проводились для трех модельных типов неоднородностей.

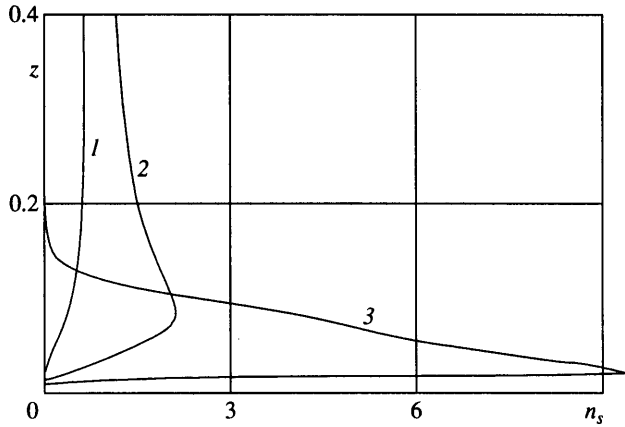
Первый тип – уединенный слой монодисперсных частиц, расположенный перпендикулярно направлению скорости потока. Для данной неоднородности функция n_{sf} равнялась единице при $0 \leq \varphi \leq 4$ и нулю вне этого диапазона, что соответствует толщине слоя частиц, вчетверо превосходящей радиус тела. Основной целью было исследование поведения параметров пограничного слоя и коэффициентов трения и теплообмена при входе и выходе тела из слоя частиц, определение максимальных



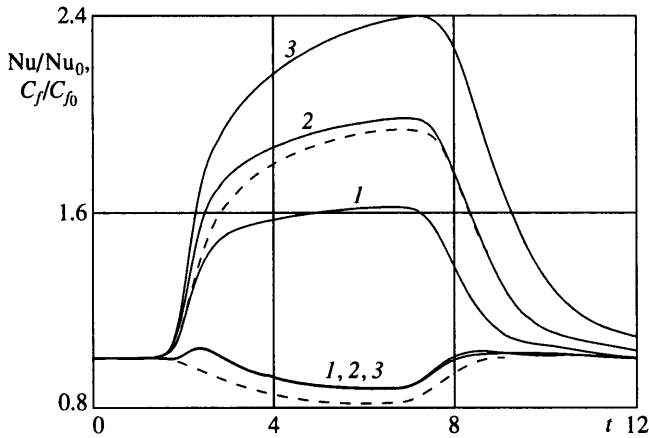
Фиг. 3. Распределение скоростей и температур фаз в пограничном слое при $t_{in} = 7$, $A = 10$, $\beta_0 = 8,05$, $c_s/c_p = 1$, $T_w = 0,14$ (а: штриховые линии – профили f (1) и g (2) в чистом газе, сплошные линии – профили f (3), g (4), af_s (5) и cg_s (6); б – штриховая линия – профиль температуры в чистом газе, сплошные линии – профили температуры газа (1) и частиц (2))

тепловых нагрузок и времени выхода коэффициентов трения и теплообмена на стационарные значения. На фиг. 3 приведены расчеты профилей скорости и температуры фаз в пограничном слое в момент времени $t_{in} = 7$, когда представленные профили почти выходят на стационарные значения (соответствующие пылевому слою бесконечной толщины). Параметр инерционности частиц β_0 был принят равным 8,05, что соответствует самому началу режима отсутствия инерционного осаждения, для которого эффект накопления частиц в пристеночной области наиболее выражен. Значение параметра A , характеризующего влияние частиц на несущую фазу в пограничном слое, было принято равным 10, что в случае очень больших чисел Рейнольдса обтекания тела ($\epsilon \sim 10^{-8}$) может быть достигнуто при массовых концентрациях пыли порядка нескольких процентов. Расчеты показывают, что по мере проникновения тела в пылевой слой профили скоростей и температур несущей фазы монотонно изменяются от профилей, соответствующих отсутствию пыли, до профилей, представленных сплошными линиями (кривые 3, 4 (а); 1 (б)) и почти соответствующих слою бесконечной толщины. После выхода тела из слоя пыли профили параметров газа снова выходят на профили в чистом газе (штриховые линии). Распределения компонент скорости частиц (профили функций af_s и cg_s) показывают, что в пограничном слое частицы отстают от газа в продольном направлении, а модуль нормальной скорости частиц превосходит модуль нормальной скорости газа. По мере проникновения тела в пылевой слой профиль температуры газа в пограничном слое становится все более наполненным, а градиент температуры в критической точке монотонно возрастает. Распределение концентрации частиц ведет себя более сложным образом. В процессе входа тела в пылевую неоднородность вблизи лобовой поверхности формируется слой очень высокой концентрации частиц (фиг. 4), температура которых заметно превосходит температуру газа.

Таким образом, частицы выступают в качестве распределенных источников тепла в приповерхностной зоне. Результат действия этих источников пропорционален локальной концентрации частиц, которая в пограничном слое может быть весьма значительной даже при малых концентрациях пыли во внешнем потоке, что и является причиной резкого усиления нагрева лобовой поверхности тела. В терминах безразмерных параметров – влияние частиц на структуру пограничного слоя и тепловые потоки пропорционально параметру A , величина которого, как уже отмечалось выше, может быть значительна даже при очень малых массовых концентрациях

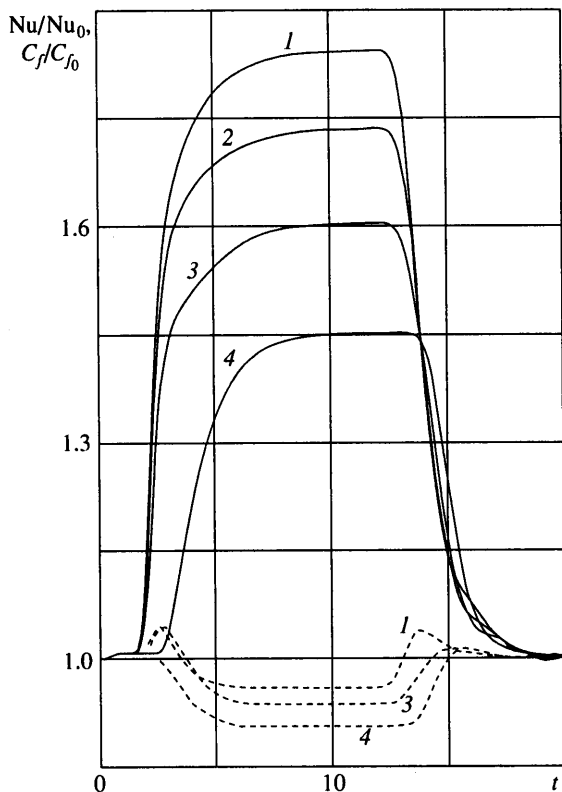


Фиг. 4. Распределение концентрации частиц в пограничном слое в моменты $t_{in} = 2, 4, 8$ (кривые 1–3). Значения остальных параметров как на фиг. 3



Фиг. 5. Относительные коэффициенты трения (нижняя группа кривых) и теплообмена (верхняя группа кривых) в критической точке при пролете тела через пылевой слой ($A = 10$, $\beta_0 = 8,03$, $T_w = 0,14$, $c_p/c_s = 1, 0,5, 0,25$ (кривые 1–3); штриховые линии – расчет при $T_w = 0,6$ (остальные параметры как для кривых 2)

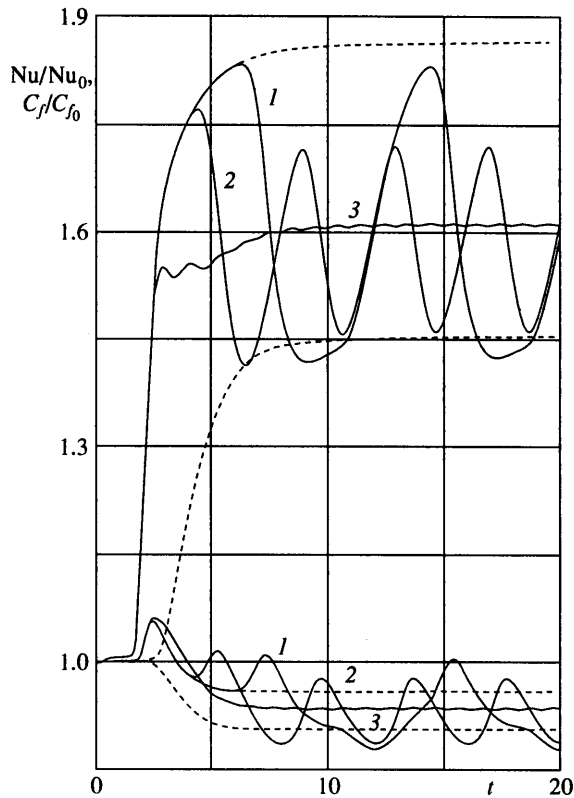
пыли α в набегающем потоке. На фиг. 5 показано поведение относительных коэффициентов трения (нижняя группа кривых) и теплообмена (верхняя группа кривых) при пролете тела через пылевой слой (C_f и Nu_f – коэффициенты трения и теплообмена в критической точке; те же величины с индексом 0 – коэффициенты трения и теплообмена в чистом газе). С увеличением теплоемкости частиц эффект усиления теплообмена становится более выраженным (при $c_s/c_p = 4$ за счет наличия частиц тепловой поток возрастает более чем в 2 раза), в то же время коэффициент трения практически не зависит от отношения теплоемкостей фаз. Зависимость результатов от безразмерной температуры стенки довольно слабая, для сравнения штриховой линией показаны расчеты для $T_w = 0,6$ при значениях остальных параметров, как для кривых 2. Время выхода коэффициентов трения и теплообмена на стационарные значения при входе и выходе тела из пылевого слоя примерно одинаково и приближи-



Фиг. 6. Относительные коэффициенты трения (штриховые линии) и теплообмена (сплошные линии) в критической точке при пролете тела через пылевой слой, состоящий из двух сортов частиц ($\beta_{01} = 8,03$, $\beta_{02} = 16$, $c_p/c_{si} = 0,5$, $T_w = 0,14$, соотношение концентраций фракций: $A_1 = 5$, $A_2 = 0$ (кривые 1); $A_1 = 4$, $A_2 = 1$ (2); $A_1 = 2,5$, $A_2 = 2,5$ (3); $A_1 = 0$, $A_2 = 5$ (4))

тельно на порядок превосходит время пролета расстояний, сравнимых с размером тела. Наиболее важным для практических приложений представляется вывод о том, что максимальные тепловые потоки ограничены квазистационарными значениями, соответствующими максимальной концентрации частиц в слое (фиг. 5).

Второй исследованный тип неоднородности – слой конечной толщины, состоящий из двух фракций частиц. Для данной неоднородности функции n_{sf1} и n_{sf2} (для первой и второй фракций частиц) были отличны от нуля и равнялись единице в интервале $0 \leq \varphi \leq 10$ (толщина слоя в 10 раз превосходит радиус тела). Основной целью исследования было влияние возможной полидисперсности частиц на силовые и тепловые нагрузки. Было рассмотрено несколько вариантов соотношений между массовыми концентрациями частиц двух сортов, при этом суммарная массовая концентрация дисперсной фазы была постоянной и соответствовала условию $A_1 + A_2 = 5$. На фиг. 6 пунктиром представлены кривые относительного коэффициента трения, а сплошными линиями – кривые относительного теплового потока в критической точке тела, пролетающего через слой бидисперсной пыли. Наличие участков постоянных значений на графиках свидетельствует о выходе коэффициентов трения и теплообмена на предельные значения, соответствующие слою бесконечной толщины. Наибольшее и наименьшее значения тепловых потоков (кривые 1 и 4 на фиг. 6) достигаются в предельных ситуациях, когда слой состоит только из частиц



Фиг. 7. Относительные коэффициенты трения (нижняя группа кривых) и теплообмена (верхняя группа) в критической точке при вхождении тела в пылевой слой, образованный чередующимися слоями частиц разного сорта ($\beta_{01} = 8,03$, $\beta_{02} = 16$, $A_i = 5$, $c_p/c_{si} = 0,5$, $T_w = 0,14$, кривые 1–3 соответствуют $\Delta\varphi = 3, 2, 0,5$; верхние из каждой пары пунктирных линий соответствуют однородному слою, состоящему только из крупных частиц, нижние – только из мелких частиц)

первого сорта ($A_1 = 5$, $A_2 = 0$) либо только второго сорта ($A_2 = 5$, $A_1 = 0$). Кривые 2 и 3 на фиг. 6 соответствуют отношениям "размазанных" плотностей фракций $\rho_{s1}/\rho_{s2} = 4$ ($A_1 = 4$, $A_2 = 1$) и 1 ($A_1 = 2,5$, $A_2 = 2,5$). Расчеты показали, что при фиксированной суммарной массовой концентрации полидисперсных частиц тепловые потоки лежат между значениями, соответствующими наибольшему и наименьшему размеру частиц, образующих пылевой слой, и увеличиваются с увеличением содержания наиболее крупных частиц.

Третий из рассмотренных типов неоднородностей – чередующиеся слои частиц различного сорта (с различным значением параметра инерционности) (фиг. 7). Для данного типа неоднородности, начиная с $\varphi = 0$, функции n_{sf1} и n_{sf2} принимали попеременно значения 1 и 0 с фиксированным шагом $\Delta\varphi$, что соответствует чередованию одинаковых по толщине слоев частиц разного сорта (например, разного размера). Для сравнения на фиг. 7 штриховыми линиями показано поведение относительных коэффициентов трения и теплообмена для предельных случаев, когда полубесконечный пылевой слой состоит из частиц только крупной ($A_1 = 5$, $A_2 = 0$) либо только мелкой фракции ($A_1 = 0$, $A_2 = 5$), что соответствует квазистационарным значениям коэффициентов трения и теплообмена для рассматриваемого случая. Для наибольшего рассмотренного шага неоднородности (в 3 раза превосходящего радиус тела (кривые 1)) амплитуда пульсаций коэффициентов трения и теплообмена максимальна.

С уменьшением шага неоднородности (кривые 3) тепловые потоки и трение стремятся к значениям, являющимся средними по отношению к предельным ситуациям, в которых слой частиц состоит только из крупных либо только из мелких частиц. Слоистые неоднородности с шагом, равным радиусу тела и менее, практически не вызывают пульсаций коэффициентов трения и теплообмена, а наиболее "опасными" являются крупномасштабные неоднородности.

Рассчитанные значения коэффициентов трения и теплообмена для наибольшего шага неоднородности выходят за границы, соответствующие предельным ситуациям монодисперсных частиц (штриховые линии). Это объясняется различием в скоростях движения слоев частиц разного сорта. По мере приближения к поверхности тела слой частиц разных фракций либо расходятся (если слой мелких частиц следует за слоем крупных частиц), либо наезжают друг на друга (слой крупных частиц обгоняет слой мелких частиц), что в свою очередь приводит к возникновению в пограничном слое очень тонких областей, в которых либо частиц нет совсем, либо присутствуют одновременно оба сорта частиц. Влияние этих областей и приводит к выходу мгновенных значений коэффициентов трения и теплообмена за границы, соответствующие предельным ситуациям монодисперсных частиц. При этом максимальные нестационарные тепловые потоки остаются ограниченными квазистационарными значениями, соответствующими полубесконечному слою частиц наибольшего размера.

Заключение. Для окрестности оси симметрии затупленного тела методом сращиваемых асимптотических разложений выведены уравнения нестационарного двухфазного пограничного слоя с учетом сжимаемости несущей фазы и полидисперсности частиц. Для режима отсутствия инерционного осаждения проведены расчеты нестационарной структуры пограничного слоя и коэффициентов трения и теплообмена в критической точке при пролете затупленного тела с гиперзвуковой скоростью через: а) слой конечной толщины, состоящий из монодисперсных частиц, б) слой, состоящий из двух сортов частиц с различными инерционными свойствами, и в) полупространство, заполненное чередующимися слоями частиц двух сортов.

В случае а) показано, что распределения скоростей и температур несущей фазы в пограничном слое, а также коэффициенты трения и теплообмена монотонно изменяются между стационарными значениями, соответствующими чистому и однородно запыленному газу. По мере проникновения в слой пыли вблизи лобовой поверхности формируется слой высокой концентрации частиц, температура которых превосходит температуру газа в пограничном слое, что приводит к значительному возрастанию тепловых потоков. Время выхода тепловых потоков на стационарные значения при входе и выходе тела из слоя пыли приблизительно на порядок превосходит время пролета расстояний, сравнимых с размером тела.

В случае б) показано, что при фиксированной массовой концентрации полидисперсных частиц в слое тепловые потоки лежат между значениями, соответствующими наибольшему и наименьшему размеру присутствующих частиц, и возрастают с увеличением содержания крупных частиц.

В случае в) установлено, что тепловые потоки ограничены квазистационарными значениями, соответствующими слою частиц той же концентрации и состоящему только из частиц наибольшего размера. При уменьшении шага неоднородности до величин порядка радиуса тела коэффициенты трения и теплообмена стремятся к значениям, являющимся средними по отношению к предельным ситуациям, в которых слой частиц состоит только из крупных либо только из мелких частиц.

Для рассмотренных типов неоднородностей не возникает пиковых тепловых нагрузок, превосходящих квазистационарные значения, а наиболее "опасными" (приводящими к наибольшим амплитудам тепловых потоков) являются неоднородности с характерным масштабом, в 5 раз и более превосходящим размер тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-01-00088), Государственного фонда естественных наук КНР (совместный проект РФФИ-ГФЕН КНР 99-01-39020а), а также INTAS (проект 00-309).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dunbar L.E., Courtney J.F., McMillen L.D.* Heating augmentation in erosive hypersonic environments // *AIAA Journal*. 1975. V. 13. № 7. P. 908–912.
2. *Hove D.T., Taylor E.* Stagnation region heat transfer in hypersonic particle environments // *AIAA Journal*. 1976. V. 14. № 10. P. 1486–1488.
3. *Golovachev Yu.P., Lun'kin Yu.P., Mymrin V.F., Schmidt A.A.* Supersonic motion of bodies in dusty gas // *Acta Astronaut.* 1980. V. 7. № 4–5. P. 575–581.
4. *Пейгин С.В.* Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в двухфазном потоке // *ПММ*. 1984. Т. 48. Вып. 2. С. 254–263.
5. *Осипцов А.Н., Шаниро Е.Г.* Влияние мелкодисперсной примеси на структуру пограничного слоя при гиперзвуковом обтекании затупленного тела // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1986. № 5. С. 55–62.
6. *Vasilevskii E.B., Chirikhin A.V., Osipsov A.N.* Heat transfer to a stagnation region of a blunt body in a hypersonic gas flow with an admixture of solid particles // *Proc. 3rd Europ. Symp. Aerothermodynam. Space Vehicles*, 1998, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, ESA SP-426. P. 301–307.
7. *Osipsov A.N., Rozin A.V., Wang B.Y.* Non-stationary effects in hypersonic nonuniform dusty-gas flow past a blunt body // *Acta Mech. Sinica*. 1999. V. 15. № 3. P. 201–214.
8. *Marble F.E.* Dynamics of dusty gases // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1970. V. 2. P. 397–446.
9. *Carlson D.J., Hognlund R.F.* Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // *AIAA Journal*. 1964. V. 2. № 11. P. 1980–1984.
10. *Hayes W.D., Probstein R.F.* *Hypersonic Flow Theory*. N.Y.: Acad. Press, 1959. 464 p.
11. *Лунев В.В.* *Гиперзвуковая аэродинамика*. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
12. *Osipsov A.N.* Modified Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty-gas flows with intersecting particle trajectories // *Proc. 3rd Intern. Conf. Multiphase Flow*. Lyon, France, 1998. CD. 8 p.
13. *Осипцов А.Н.* Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1984. № 3. С. 46–52.
14. *Cole J.D.* *Perturbation Methods in Applied Mathematics*. Walthman, Mass.: Blaisdell, 1968. 260 p.

Москва

Поступила в редакцию
19.IX.2000