

УДК 532.516.5:536.25

© 2001 г. В.И. ПОЛЕЖАЕВ, В.П. ЯРЕМЧУК

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, ПОДОГРЕВАЕМОМ СНИЗУ

Исследовано развитие двумерной тепловой гравитационной конвекции в удлиненном горизонтальном слое, ограниченном твердыми поверхностями, при внезапном подогреве нижней границы. Рассмотрены особенности перехода от режима теплопроводности к конвективному режиму, дано описание структуры течения и характеристик теплопередачи от начального момента, соответствующего покоящейся изотермической жидкости, до установления стационарного режима валиковой конвекции. Получена критериальная зависимость между безразмерным временем начала влияния тепловой гравитационной конвекции на теплопередачу и числом Рэлея.

При численном решении задачи о конвекции при подогреве жидкости снизу (охлаждении сверху) в качестве начальных условий обычно принималось линейное распределение температуры в покоящейся жидкости. Это существенно облегчало численную реализацию надкритических режимов тепловой гравитационной конвекции в замкнутых двумерных областях (см., например, [1–3]). Физически это начальное условие эквивалентно состоянию равновесия в невесомости; если приложить силу тяжести, то при определенных условиях равновесие нарушается и развивается конвекция.

При численном эксперименте в случае небольшой надкритичности для выхода решения на стационарный режим требуется большое число шагов по времени, если расчет ведется от нулевого поля скорости.

Была численно реализована двумерная валиковая конвекция [2], которая при не слишком малом числе Прандтля и в небольшом интервале надкритичности наблюдалась в эксперименте [4]. Рассматривалась одна стационарная ячейка с условием симметрии на боковых границах, результаты при различном удлинении ячейки (от 1.1 до 1.5) применялись для интерпретации конвекции в бесконечно длинном слое. Отметим, что в настоящее время не появилось качественно новых результатов в сравнении с [2], несмотря на существенное увеличение производительности ЭВМ.

В случае конвекции в горизонтальном слое с большим, но конечным удлинением существенно наличие в задаче произвольного выбора горизонтального масштаба в результате взаимодействия валиков, т.е. "самоорганизации", это делает трудным детальное сопоставление и анализ довольно сложной и еще не до конца понятой картины надкритических режимов многоячейковой конвекции даже в двумерном случае. Например, численно решались уравнения конвекции с небольшой надкритичностью при условии отсутствия трения на горизонтальных поверхностях [5], что позволяло использовать метод Фурье. Основное внимание концентрировалось на выборе предпочтительного масштаба ячейкой структуры конвекции. Численное решение для бинарной смеси в слое с устойчивой стратификацией при больших удлинениях и надкритичностях в такой же постановке выполнено в [6]. При этом реализован турбулентный режим со сплошным спектром при весьма высоких (порядка  $10^4$ ) тепловом

и концентрационном числе Рэлея. Для случая одной твердой и одной свободной границы получена зависимость критического числа Рэлея от относительного удлинения слоя в [7].

Однако во многих практически важных случаях начальный этап развития конвекции при нестационарном прогреве представляет самостоятельный интерес, так как многие технические, технологические и природные процессы реализуются в существенно нестационарных условиях. Изучение нестационарного процесса для модели многоячейковой структуры представляет и более общий интерес для понимания принципов самоорганизации в нелинейных системах.

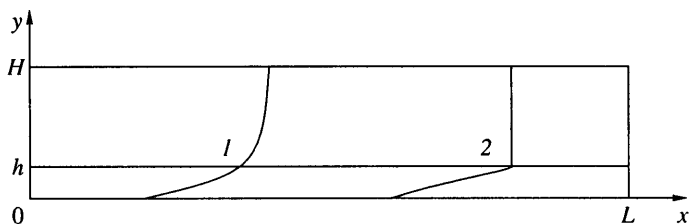
Эволюция нестационарной конвекции в воде над горизонтальной поверхностью при  $Pr = 7$ ,  $Ra > 10^9$  исследовалась в экспериментах [8], наблюдалось появление термик с четко выраженной пространственной и временной периодичностью. Термики, представляющие отдельные массы жидкости, поднимающиеся вверх или опускающиеся вниз в окружающей среде вследствие разности плотностей, являются типичными элементами нестационарной конвекции в модели Рэлея – Бенара. Они имеют широкое распространение и обычно возникают при наличии локального нагрева участка поверхности (см. обзор [9]). Термики, образующиеся в приповерхностном слое воды, охлаждаемом сверху, рассмотрены в [10, 11]. Изучены этапы развития конвекции при ее возникновении после достижения прогретым слоем определенной толщины, соответствующей некоторому критическому значению числа  $Ra$ . Особенность этого режима конвекции, как и в [8], – циклическое повторение стадий зарождения и отрыва термик. Периодические по времени режимы, имеющие место при достаточно больших толщинах слоя жидкости и числах Прандтля, реализованы численно также у охлаждаемой сверху поверхности в модели метода Чохральского [12]. Вместе с тем условия возникновения конвекции при наличии множественной структуры термик изучены недостаточно, из немногочисленных экспериментальных исследований следует отметить [13], где температура нижней границы изменялась во времени.

Существует два подхода при изучении устойчивости нестационарного равновесия. Первый, квазистатический, основан на предположении о том, что мгновенное распределение температуры можно "заморозить", сводя задачу к стационарной. Критическое число Рэлея, определенное таким путем, характеризует устойчивость данного мгновенного состояния. Этот подход, применимый в случае, когда скорость изменения возмущений гораздо выше скорости изменения нестационарной конвекции, использован, например, в [14, 15]. При втором подходе задача считается существенно нестационарной и условия начала конвекции в значительной степени зависят от начальных возмущений. В изотермической области, одновременно подогреваемой снизу и охлаждаемой сверху, возникают пограничные слои, которые становятся неустойчивыми, когда их толщины  $\delta$  достигают значений, соответствующих критическому значению  $Ra_\delta$  [14].

Конвективная устойчивость нестационарного теплового профиля в горизонтальной области с твердыми границами исследована в [16]. Найдена зависимость критического числа Рэлея  $Ra^*$  от глубины прогрева. Минимальное число Рэлея для неравномерно прогретой жидкости с двумя твердыми границами, соответствующее появлению неустойчивости, равно 1340 для  $\epsilon = 0,72$  (где  $\epsilon = \delta/H$ ). При  $\epsilon = 1$  число  $Ra^*$  имеет классическое значение 1708, при уменьшении  $\epsilon$  достигает минимума (1340), а затем возрастает до бесконечности.

Численно и экспериментально исследована зависимость времени начала конвекции от надкритичности в задаче охлаждения сверху в [10]. Оказалось, что это время обратно пропорционально  $Ra^{1/2}$ , что согласуется с [15]. Общим недостатком [10, 15] является отсутствие четкого определения времени начала конвекции.

В данной работе использованы современные средства моделирования конвективного теплообмена [17] для более детального изучения начала влияния конвекции на теплопередачу в длинном горизонтальном слое при наличии нестационарной много-



Фиг. 1. Геометрия задачи: 1 – реальный тепловой профиль, 2 – двухсегментная аппроксимация

ячейковой структуры конвекции. Для определения момента начала влияния конвекции использован экстремум зависимости среднего числа Нуссельта от времени. Исследованы режимы развития конвекции вплоть до установления стационарного режима. Зависимость между толщиной прогретого слоя и критическим числом Рэлея, определенная по данным численного расчета, сопоставлена с данными [16]. Приведена формула для времени начала конвекции, охватывающая более широкий диапазон изменения чисел Рэлея и обобщающая результаты предшествующих работ.

**1. Постановка задачи и метод численного моделирования.** Рассматривается плоское конвективное движение вязкой несжимаемой жидкости в длинном горизонтальном слое (фиг. 1). Боковые границы – твердые, теплоизолированные (условие прилипания, тепловой поток через границу равен нулю). Верхняя и нижняя границы – твердые, изотермические, причем температура нижней границы выше, чем верхней. В качестве начальных условий задается состояние неподвижной жидкости с постоянной по всему объему температурой, равной температуре верхней границы.

При решении задачи используются уравнения Навье – Стокса в приближении Буссинеска

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v} + \beta T \mathbf{g} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = a \Delta T \quad (1.3)$$

Здесь  $\mathbf{v} = (u, v)$  – вектор скорости относительно неподвижной системы координат  $(x, y)$ ,  $T$  – температура,  $P$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $g$  – ускорение массовой силы (силы тяжести),  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\beta$  – коэффициент объемного расширения,  $a$  – коэффициент температуропроводности.

Граничные условия для скорости

$$\mathbf{v}(t, x, 0) = \mathbf{v}(t, x, H) = \mathbf{v}(t, 0, y) = \mathbf{v}(t, L, y) = 0$$

Граничные условия для температуры

$$T(t, x, 0) = 1, \quad T(t, x, H) = 0, \quad \frac{dT}{dx}(t, 0, y) = \frac{dT}{dx}(t, L, y) = 0$$

Начальные условия

$$\mathbf{v}(0, x, y) = 0, \quad T(0, x, y) = 0$$

Уравнения (1.1) – (1.3) приводятся к безразмерному виду с использованием масштабов времени  $H^2/a$  и длины  $H$  (высота полости). Тогда решение уравнения определяется следующими безразмерными параметрами:  $L/H$  – удлинение области,  $\operatorname{Pr} = \nu/a$  – число

Прандтля и  $Ra = g\beta\Delta TH^3/(va)$  – число Рэлея, являющееся определяющим критерием подобия для тепловой гравитационной конвекции.

Теплопередача на поверхности характеризуется безразмерной величиной  $Nu = \alpha H/\lambda$  – числом Нуссельта, где  $\alpha = q/\Delta T$  – коэффициент теплопередачи,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $q$  – плотность теплового потока через границу,  $\Delta T$  – разность температур между границами слоя.

Из-за принятого порядка обезразмеривания время приводится ниже в виде  $Fo = at/H^2$ . Введены обозначения:  $Fo_c$  – безразмерное время начала влияния конвекции на теплопередачу (или время начала конвекции),  $Fo_T = 1$  – характерное время теплопроводности.

Центральным является предположение о двумерности полей скорости и температуры. Во всех расчетах, где это не оговорено отдельно,  $L/H = 10$ ,  $Pr = 0.7$ , что соответствует воздуху.

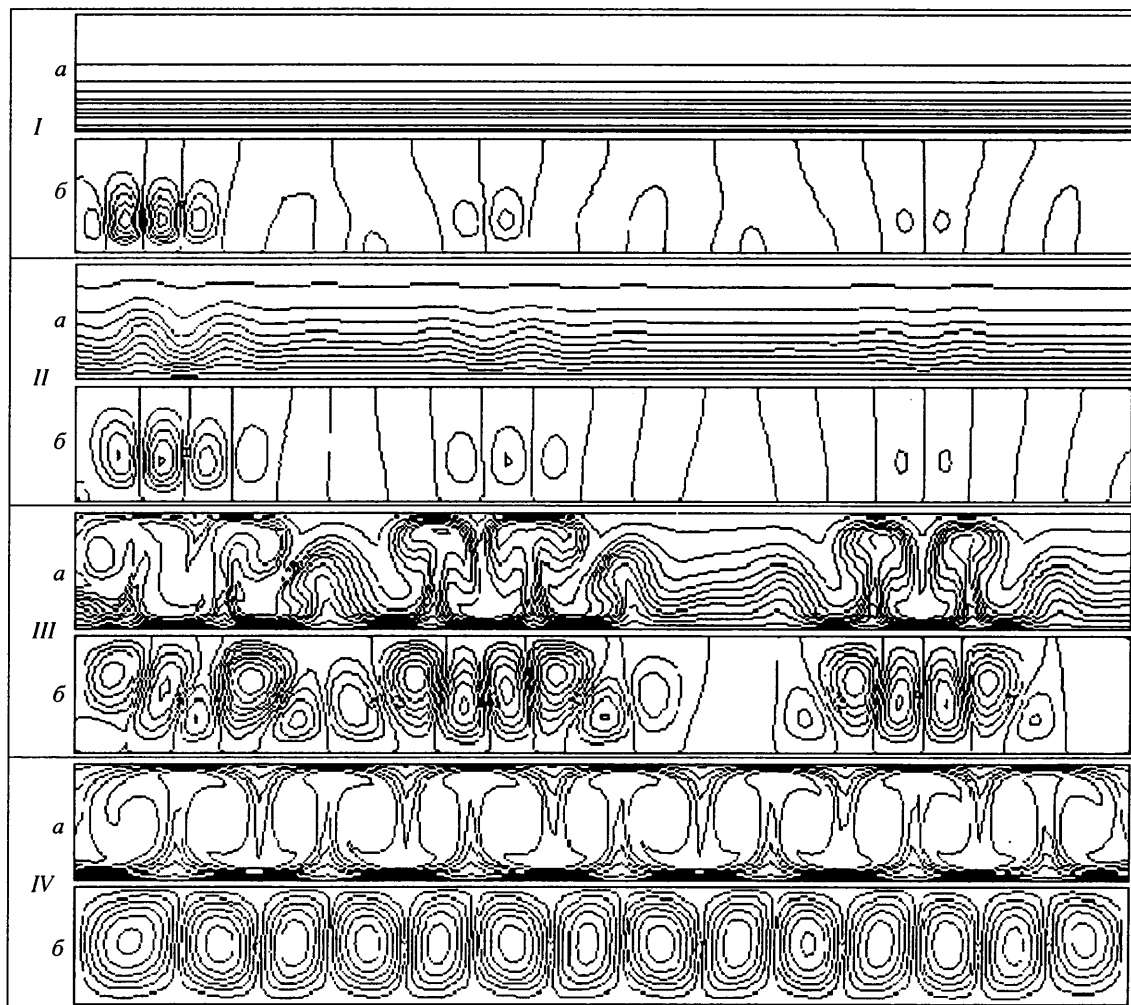
Исходные уравнения для численного решения задачи преобразуются введением переменных вихрь – функция тока. Задача решается с помощью системы COMGA [17]. Помимо излагаемых ниже конкретных результатов иллюстрируются возможности этой системы и разработанной на ее основе компьютерной лаборатории. Система COMGA представляет пакет, включающий многооконную программу для задания параметров задачи, метода решения, проведения расчетов и визуализации результатов. В состав программного пакета также включены тестовые примеры и описание.

Основные разделы меню программы включают: Files – загрузка, сохранение файлов с постановкой задачи, сеток, граничных условий; Parameters – установка основных геометрических параметров задачи, граничных условий для скорости и температуры, параметров среды и массовых сил; Method – задание сетки, численной схемы, способа аппроксимации граничных условий для переменных вихрь – функция тока; Output – определение частоты записи решения задачи в файл, координат сенсоров – точек, в которых снимается зависимость физических параметров задачи от времени; Screen – установка частоты обновления полей физических параметров на экране, определение физических величин, зависимость которых от времени будет отображаться на экране; Run – запуск расчета; Postproc – визуализация результатов расчета; Exit – выход.

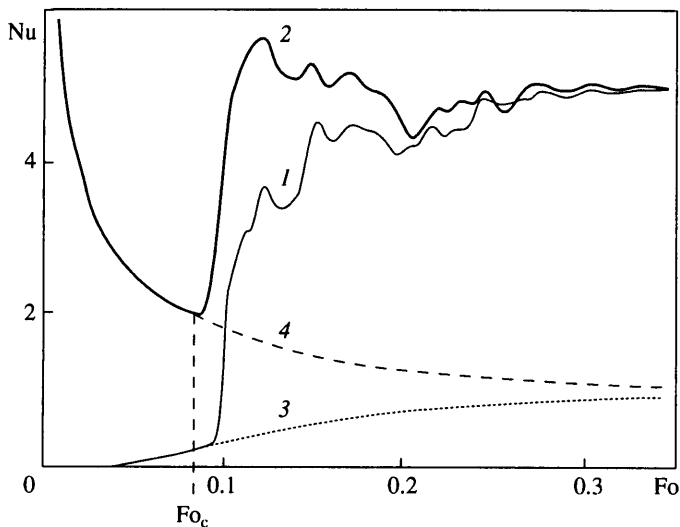
Параметры задачи могут быть заданы как в размерном, так и в безразмерном виде. При решении задачи в переменных вихрь – функция тока на каждом временном шаге необходимо решать уравнение Пуассона для функции тока. Из имеющихся в системе методов: переменных направлений, верхней релаксации и быстрого преобразования Фурье, во всех расчетах использовался последний как наиболее эффективный в данном случае, однако его применение накладывало ограничения на геометрию задачи и на сетки. Для решения применялась неявная схема на равномерной сетке с числом узлов  $150 \times 33$ .

**2. Режимы развития конвекции во времени.** Ниже приводится описание режимов развития конвекции от стадии теплопроводности до выхода на стационарный режим с валиковой структурой функции тока. Задаваемое условиями задачи число  $Ra$ , определенное по  $H$  и равное  $10^5$ , выбрано достаточно большим, чтобы более отчетливо проследить начальные этапы развития конвекции, для которых влияние верхней границы не велико. Поэтому характерным является число  $Ra$ , соответствующее глубине прогретого слоя [14], который в начальные моменты времени существенно меньше  $H$ . Вместе с тем следует иметь в виду, что для стационарного режима, когда прогрет весь слой, число  $Ra$  велико и, судя по экспериментальным данным [4], находится вне области реализуемости валиковой структуры, которая в этом случае теряет устойчивость из-за наличия трехмерных возмущений. Но рассмотрение этого важного обстоятельства выходит за рамки принятых предположений о двумерности течения.

Режим теплопроводности имеет место на начальной стадии решения, когда прогрет тонкий придонный слой. Тепло передается только за счет теплопроводности, хотя уже возникают слабые течения, порожденные ошибками численного счета, но они не



Фиг. 2. Поля температуры (а) и функции тока (б) в различных режимах для  $Ra = 10^5$ ; I – при  $Fo = 0.041$ ; II – 0.086; III – 0.107; IV – 0.317



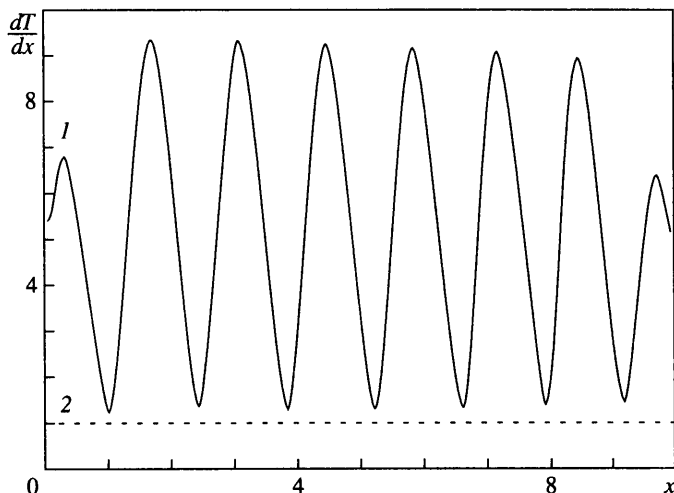
Фиг. 3. Зависимости  $Nu$  от  $Fo$  для  $Ra = 10^5$  в случаях присутствия (1, 2) и отсутствия (3, 4) конвекции: 1, 3 – на верхней и 2, 4 – на нижней границах

вносят заметного возмущения в поле температуры  $I$  (фиг. 2). Вблизи нижней границы профиль температуры по вертикали почти линейный, что дает основание использовать для сравнения результаты исследований на устойчивость, полученные для стационарной задачи с линейным профилем.

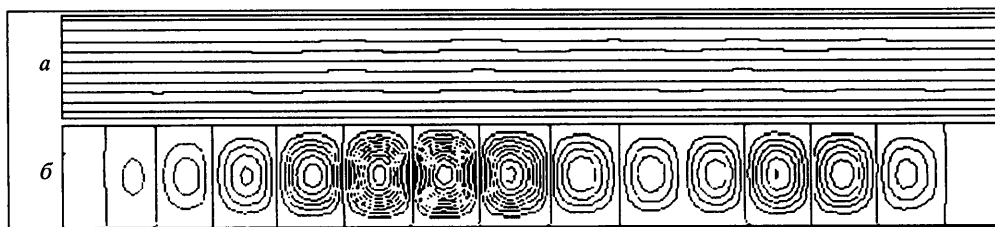
Прогретый слой можно характеризовать числом  $Ra(\epsilon)$ , если в качестве масштаба длины взять относительную толщину этого слоя  $\epsilon$ , которая оценивается как  $\sqrt{at/H}$ . Так, для  $Fo = 0.041$  (фиг. 2, 1)  $Ra(\epsilon) = 830$ , что соответствует устойчивому состоянию жидкости. Таким образом, согласно [14],  $\epsilon$  не достигла критического значения, соответствующего критическому числу  $Ra^*(\epsilon)$ , поэтому конвекция не должна возникать. Но число  $Ra^*(\epsilon)$  может отличаться от классического критического числа для стационарной задачи из-за нестационарности процесса. При этом температурный профиль, определяемый из решения уравнения теплопроводности, является нелинейным,  $\epsilon$  не может быть найдена точно, а на верхней границе прогретого слоя граничное условие для скорости не определено.

В режиме теплопроводности градиент температуры у нижней границы области постепенно уменьшается и, следовательно, убывает тепловой поток через границу. Число  $Nu$  с течением времени сначала плавно уменьшается, затем начинает резко возрастать (см. фиг. 3), что связано с быстрым развитием конвекции. Значение времени  $Fo_c$  определяется как  $Fo$ , при котором  $Nu(Fo)$  на нижней границе области принимает минимальное значение. Для  $Ra = 10^5$ , при котором проводились исследования режимов,  $Fo_c = 0.087$ . В этот момент изотермы изгибаются и начинают появляться термики (см. II, фиг. 2). В режиме теплопроводности локальный тепловой поток не зависит от координаты  $x$ , но при развитой конвекции тепловые потоки на разных участках нижней границы могут существенно различаться. Из II (фиг. 2) видно, что безразмерная длина волны возмущения, приводящего к потере устойчивости, равна примерно 3.

На фиг. 3 для сравнения приведены также зависимости  $Nu(Fo)$  для случая теплопереноса без конвекции. Следует обратить внимание на наличие нескольких масштабов времени. Первый –  $Fo_T$ , второй –  $Fo_c$ , а третий – время, за которое термик достигает верхней границы. О наличии последнего масштаба времени можно судить



Фиг. 4. Зависимости градиента температуры  $dT/dx$  на нижней границе от  $x$ : 1 – стационарный режим конвекции  $Ra = 10^5$ , 2 – чистая теплопроводность (для стационарного линейного профиля температуры)



Фиг. 5. Поля температуры (а) и функции тока (б) для  $Ra = 10^4$  при  $Fo = 0,334$

по отставанию характерных изменений значения  $Nu$  на верхней границе от изменений его значения на нижней границе области, а также по некоторому запаздыванию колебаний числа  $Nu$  на верхней границе от его колебаний на нижней границе.

Переходный режим нестационарной конвекции характеризуется наличием развитых термиков почти по всему объему. Начинает формироваться ячейковая структура поля функции тока  $\psi$  (фиг. 2). Между первыми термиками появляются новые, которые, так же как и первые, достигают верхней границы, в связи с чем число  $Nu$  испытывает небольшие по амплитуде колебания (фиг. 3), имеющие аperiodический характер. На этапе формирования стационарного режима конвекции происходит выравнивание конвективных валиков и изменение длины волны ячейковых структур функции тока. Поля температуры и функции тока приближаются к периодическим по  $x$ .

Сближение значений  $Nu$  на верхней и нижней границах свидетельствует о приближении к стационарному решению (фиг. 3). Тепловой поток на дне имеет вид периодической функции координаты  $x$  (фиг. 4), что указывает на существенную роль конвекции. Она в большей степени влияет не на среднюю характеристику теплоотдачи, а на локальный тепловой поток. При этом на разных участках дна теплопередача может существенно различаться. Если выделить участок дна, над которым расположена одна ячейка, и проанализировать распределение локального теплового потока на этом участке, то получится такая же зависимость, как и в [1], где исследовалась одна ячейка. Стационарное решение имеет длину волны, равную примерно 1.4, что согласуется с [5].

Ra	Fo <sub>c</sub>	ε	Ra*(ε)
5000	0.69	0.83	2870
10000	0.397	0.630	2500
15000	0.301	0.548	2480
20000	0.249	0.499	2485
50000	0.136	0.369	2510
100000	0.0869	0.295	2560
200000	0.0564	0.237	2660
500000	0.0327	0.181	2960
1000000	0.0222	0.149	3308

При меньшей надкритичности ( $Ra = 10^4$ ) конвекция начинается намного позже по времени, когда полость уже прогрелась за счет теплопроводности (фиг. 5). Значение  $Fo_c = 0.397$  оказывается сравнимым с  $Fo_T$ . Конвекция развивается медленно, термики возникают со строгой периодичностью и постепенно развиваются к стационарной картине, похожей на ту, которая получается при большей надкритичности. Зависимость  $Nu(Fo)$  оказывается более плавной, но имеет такой же качественный характер, с отличием лишь в том, что число  $Nu$  в момент начала конвекции падает почти до единицы.

Были проведены дополнительные расчеты для случая  $L/H = 5$  ( $Ra = 10^5$ ). В этом случае на поздних стадиях развития конвекции картина течения оказывается более сложной, чем для  $L/H = 10$ . Стационарного режима нет, по объему от одной боковой стенки к другой ходят незатухающие волны сжатия и растяжения валиков. Это наблюдение качественно подтверждается результатами [5, 6].

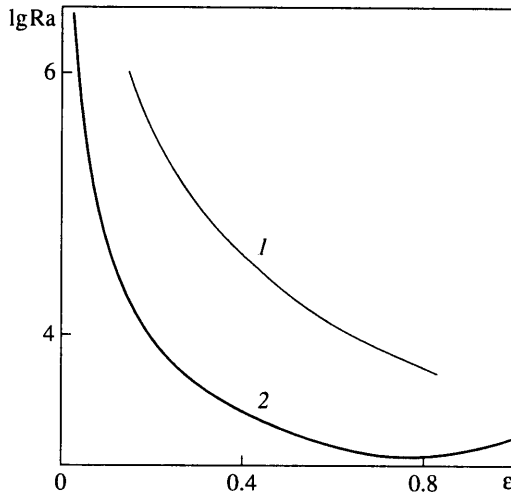
**3. Критериальная зависимость между безразмерным временем начала влияния тепловой гравитационной конвекции на теплопередачу и надкритичностью.** Сходимость численного решения к точному исследовалась путем сгущения сетки по оси  $y$ . Изменение искомого значения безразмерного времени можно видеть ниже. При увеличении числа узлов решение сходится к предельному значению.

Число узлов сетки по оси $y$	9	17	33	65
Fo <sub>c</sub> для $L/H = 10$	0.1081	0.0977	0.0869	0.0834
$Nu(Fo_c)$	1.72	1.82	1.94	1.98
Fo <sub>c</sub> для $L/H = 5$	0.099	0.093	0.083	0.079

Для сравнения приведены  $Fo_c$  для области с другим удлинением. Малые различия  $Fo_c$  в этих двух случаях свидетельствуют, что полученное значение слабо зависит от удлинения и может быть взято в качестве оценки безразмерного времени начала конвекции в бесконечно длинном горизонтальном слое.

Исследованы также зависимости  $Fo_c$  от  $Ra$ ,  $\epsilon$  и  $Ra^*(\epsilon)$ . Результаты расчетов приведены в таблице. Видно, что в широком диапазоне изменения  $Ra$  от  $5 \cdot 10^3$  до  $5 \cdot 10^5$





Фиг. 6. Значения  $Ra$ , при которых начинается конвекция, в зависимости от толщины прогретого слоя  $\varepsilon$ ; 1 – численные результаты, 2 – данные [16]

число  $Ra^*(\varepsilon)$  остается практически постоянным и равным примерно  $2.5 \cdot 10^3$ , что согласуется со значением  $Ra^*(\varepsilon)$ , полученным в [14]. Это подтверждает предположение, что в рамках поставленной здесь нестационарной задачи влияние конвекции начинается, когда толщина прогретого слоя достигает некоторого критического значения, которое может быть оценено по формуле

$$\varepsilon = \sqrt[3]{\frac{2.5 \cdot 10^3}{Ra}}$$

Из фиг. 6 следует качественное согласие результатов расчетов с данными [16]. Количественное расхождение связано с тем, что в [16] возникновение конвекции определено по появлению незатухающих возмущений, а здесь – по экстремуму теплопередачи на нижней границе. К тому же в [16] использовалась двухсегментная аппроксимация (фиг. 1). В настоящей работе для толщины прогретого слоя используется оценка  $\sqrt{at}$ , которая является достаточно грубой.

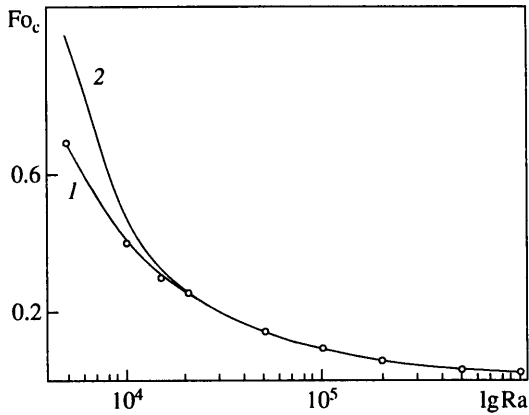
В физическом эксперименте и технологических приложениях важна связь времени начала конвекции с надкритичностью, так как проще следить за временем, а не за глубиной прогрева, которая не имеет достаточно точного определения.

Численно и экспериментально исследовано время начала конвекции в задаче охлаждения сверху [10–11]. Найдено, что оно обратно пропорционально  $Ra^{1/2}$ , что согласуется с [15]. Для расчетов времени индукции (роста температурного пограничного слоя у поверхности до критической толщины  $\delta$ ) при охлаждении свободной поверхности воды в комнатных условиях в [11] предложена формула

$$t_{\text{ind}} = 10.2 \sqrt{\text{Pr} \frac{\lambda}{qg\beta}} \quad (3.1)$$

С помощью введенного безразмерного времени  $Fo$  и числа Рэлея, определяемого по тепловому потоку  $Ra_q = qg\beta H^4 / (a\lambda\nu)$ , формула (3.1) преобразуется к виду

$$Fo_c = \frac{10.2}{\sqrt{Ra_q}} \quad (3.2)$$



Фиг. 7. Зависимость безразмерного времени начала влияния конвекции на теплопередачу  $Fo_c$  от  $Ra$ : 1 – расчетные данные, 2 – аппроксимационная формула

Значение  $Fo_c$  представляет интерес для определения условий начала кипения, горения, а также для наземного моделирования условий невесомости.

Полученная численно зависимость  $Fo_c(Ra)$  аппроксимируется формулой

$$Fo_c = \frac{C}{\sqrt{Ra} - \sqrt{Ra_c}} \quad (3.3)$$

где  $C = 23$  для данных параметров задачи. Нет оснований полагать, что  $C$  не изменится для других значений параметров и граничных условий. Значение  $Ra_c = 2.3 \cdot 10^3$  по смыслу близко к критическому числу Рэлея  $Ra^*$ . Его присутствие в этой формуле показывает, что при  $Ra < Ra_c$  конвекции не возникает, во всяком случае до того момента, пока область полностью не прогреется путем теплопроводности. Однако число  $Ra_c$  не следует отождествлять с  $Ra^*$ , которое разграничивает случаи чистой теплопроводности и конвекции.

В данном случае  $Ra_c$  определяет границу между различными конвективными режимами теплопередачи: при  $1708 < Ra < Ra_c$  конвекция развивается только после того, как полость прогрелась за счет теплопроводности, и незначительно сказывается на теплопередаче. При  $Ra > Ra_c$  время начала конвекции много меньше, чем время прогрева полости за счет чистой теплопроводности, конвекция вносит значительный вклад в теплопередачу, что может служить ключом к пониманию различия между характером развития конвекции при  $Ra = 10^4$  и  $10^5$ .

Заметим, что при  $Ra \gg Ra_c$  формула (3.3) переходит в формулу (3.2) с точностью до коэффициента. Это различие связано с тем, что в [11] конвекция развивалась около свободной границы, а здесь на границах поставлено условие прилипания. Некоторое, но менее существенное различие, может быть вызвано тем, что в [11] задан постоянный тепловой поток, а здесь – постоянная температура на горизонтальной границе.

Важным прикладным аспектом зависимости (3.3) является альтернативный по отношению к условиям невесомости метод моделирования эффектов Марангони. Так (фиг. 7), в областях ниже и левее кривой, определяющей  $Fo_c$ , тепловой гравитационной конвекции нет, а термокапиллярная конвекция уже может играть заметную роль (см. также [18], где рассмотрен случай бокового подогрева). Следовательно, даже при большой надкритичности, но на сравнительно небольшое время в земных условиях могут быть реализованы условия, близкие к условиям космического полета. Это обстоятельство, теоретическое обоснование которого дает зависимость (3.3), было использовано в наземных лабораторных экспериментах [19].

**Заключение.** На основе двумерной модели многоячейковой конвекции исследованы нестационарные режимы и время начала влияния тепловой гравитационной конвекции на теплообмен в горизонтальном слое, внезапно подогретом снизу. Полученная зависимость между толщиной прогретого слоя и числом  $Ra$  качественно согласуется с предложенной в [16]. Из установленной зависимости характеристики отвода тепла  $Nu(Fo)$  следует, что при высокой надкритичности время проникновения тепла через прослойку гораздо меньше характерного времени теплопроводности. Оно определяется временем начала конвекции. Помимо моделирования условий невесомости результаты могут использоваться при оценке эффективности теплоизолирующих воздушных прослоек в нестационарных условиях, возможности влияния конвекции на начало горения, кипения и на образование неоднородностей при кристаллизации.

Работа выполнена в рамках темы "Интеграция" по проекту "Поддержка и развитие единого учебно-научного центра по проведению фундаментальных исследований и подготовке специалистов в областях прикладной математики и механики на базе Ростовского государственного университета" (регистрационный № 74).

Авторы благодарят М.К. Ермакова и С.А. Никитина за помощь при освоении и использовании системы COMGA.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Полежаев В.И.* Течение и теплообмен при естественной конвекции газа в замкнутой области после потери устойчивости гидростатического равновесия // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 124–129.
2. *Полежаев В.И., Власюк М.П.* О ячейковой конвекции в бесконечно длинном горизонтальном слое газа, подогреваемом снизу // Докл. АН СССР. 1970. Т. 195. № 5. С. 1058–1061.
3. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
4. *Krishnamuri R.* Some further studies on the transition to turbulent convection // J. Fluid Mech. 1973. V. 60. Pt 2. P. 285–303.
5. *Гетлинг А.В.* Конвекция Рэлея – Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 247 с.
6. *Попов В.Н.* О применении интегрального метода Фурье к исследованию турбулентной тепло-солевой конвекции со сплошным пространственным спектром: Автореф. дис.... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 1999. 24 с.
7. *Gelfgat A.Yu.* Different modes of Rayleigh – Benard instability in two- and three-dimensional rectangular enclosures // J. Comput. Phys. 1999. V. 156. № 2. P. 300–324.
8. *Sparrow E.M., Husar R.B., Goldstein R.J.* Observations and other characteristics of thermals // J. Fluid Mech. 1970. V. 41. Pt 4. P. 793–800.
9. *Gebhart B., Jaluria Y., Mahajan R., Sammakia B.* Buoyancy-induced flows and transport. N.Y. etc.: Hemisphere, 1988. = *Геххарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б.* Свободно-конвективные течения, тепло- и массообмен. Т. 2. М.: Мир, 1991. 528 с.
10. *Бунэ А.В., Гинзбург А.И., Полежаев В.И., Федоров К.Н.* Численное и лабораторное моделирование развития конвекции в охлаждающемся с поверхности слое воды // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т. 21. № 9. С. 956–963.
11. *Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье – Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
12. *Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Мякшина М.Н.* Компьютерное моделирование конвекции в расплаве на примере роста кристаллов по методу Чохральского // Материалы электронной техники. 2000. № 1. С. 49–52.
13. *Бердников В.С., Лиханский П.М., Марков В.А., Мокрушников П.В.* Нестационарная термогравитационная конвекция в плоских прослойках жидкости различной ориентации // Структура гидродинамических потоков. Новосибирск: Изд-во Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1986. С. 94–107.

14. *Howard L.N.* Convection at high Rayleigh number // Proc. 11<sup>th</sup>. Intern. Congr. Appl. Mech. / Ed. H. Görtler. Munich, 1964. Berein etc.: Springer, 1966. P. 1109–1115.
15. *Foster T.D.* Onset of convection in a layer of fluid cooled from above // Phys. Fluids. 1965. V. 8. № 10. P. 1770–1774.
16. *Currie I.G.* The effect of heating rate on the stability of stationary fluids // J. Fluid Mech. 1967. V. 29. Pt 2. P. 337–347.
17. *Ермаков М.К., Никитин С.А., Полежаев В.И.* Система и компьютерная лаборатория для моделирования процессов конвективного тепло- и массообмена // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 3. С. 22–38.
18. *Полежаев В.И.* Термокапиллярная конвекция жидкости в цилиндрическом сосуде при заданном подводе тепла // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971. Вып. 3. С. 175–213.
19. *Кирдяшкин А.Г.* Периодические термокапиллярные течения: Препринт № 8. Новосибирск: Ин-т геологии и геофизики СО АН СССР, 1985. 35 с.

Москва

Поступила в редакцию  
17.V.2000