

УДК 532.592

© 2001 г. А.В. БАЗИЛЕВСКИЙ, С. ВОНГВИЗЕС, В.А. КАЛИНИЧЕНКО,  
С.Я. СЕКЕРЖ-ЗЕНЬКОВИЧ**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРЫ ДНА  
НА ЗАТУХАНИЕ СТОЯЧИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН  
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ СОСУДЕ**

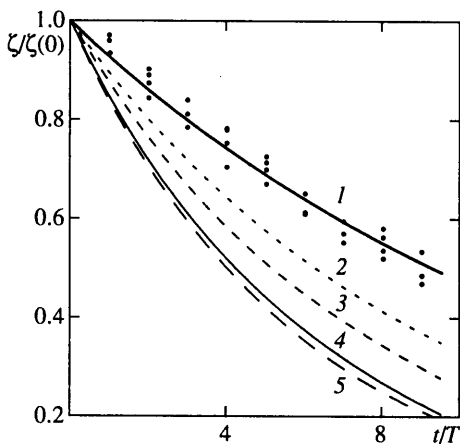
Представлены оценки коэффициента затухания стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде: 1) с гладким горизонтальным жестким дном, 2) с развитыми песчаными донными формами, 3) с профилированным жестким дном и с тонкими слоями 4) мелкозернистого песка и 5) стеклянных сфер на дне сосуда. Проведено сопоставление полученных результатов с имеющимися теоретическими моделями.

Если процесс затухания стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде с жестким гладким дном изучен достаточно полно в приближении ламинарного пограничного слоя [1, 2], то отсутствует единый подход к интерпретации экспериментальных данных о диссипации энергии волн при наличии слоя донных осадков (см. [3]). Потери энергии волн вследствие перколяционных эффектов исследованы в [4]. Оценки сопротивления трения на шероховатом дне в случае осциллирующего потока приведены в [5, 6], а сопротивления давления профилированного дна – в [7, 8]. В настоящей работе представлены данные эксперимента по затуханию стоячих волн в сосуде с различной структурой дна, диссипативные факторы которого оценивались с использованием результатов [2, 4–8].

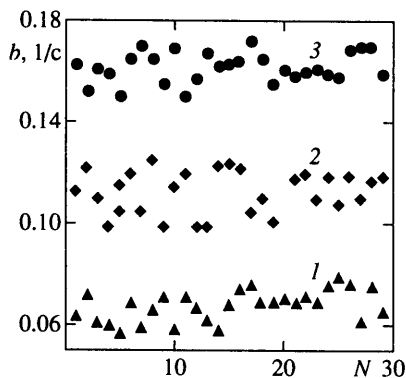
**1. Постановка эксперимента.** Прямоугольный сосуд ( $L = 50$  см,  $W = 4$  см,  $H = 50$  см), изготовленный из прозрачного оргстекла, заполнялся дистиллированной водой и помещался на низкочастотный вибростенд, сообщаящий ему колебания в вертикальном направлении. Возбуждение волн осуществлялось при потере устойчивости горизонтальной свободной поверхности жидкости в условиях основного резонанса Фарадея [9], при котором частота волн в 2 раза меньше частоты колебаний сосуда.

В экспериментах изучалось затухание первой моды стоячих волн на свободной поверхности слоя жидкости глубиной  $h = 10$  см в сосуде с различным типом дна. Рассмотрены случаи: 1) дно сосуда жесткое, гладкое, горизонтальное, материал – оргстекло; 2) горизонтальный слой мелкозернистого некогезионного песка толщиной  $D = 1$  см, средний диаметр частиц  $d = 0,12$  мм, пористость 0,4, удельная проницаемость  $K = 3 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup> (расчет); 3) стационарные песчаные донные формы длиной  $l = 5$  см и амплитудой  $a = 4$  мм; 4) горизонтальный слой стеклянных сфер,  $D = 1$  см,  $d = 3,44$  мм, пористость 0,26, удельная проницаемость  $K = 1,28 \cdot 10^{-5}$  см<sup>2</sup> (расчет); 5) жесткое профилированное дно – массив из 13 круговых сегментов высотой  $a = 1,5$  см с хордой длиной  $l = 3,85$  см. Ниже соответствующие типы дна обозначены I–V.

Экспериментальное значение коэффициента затухания  $b$  определялось следующим образом. На одной из резонансных частот  $\Omega$  колебаний сосуда возбуждалась первая



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Затухание первой моды стоячей волны: 1 – гладкое жесткое дно (экспериментальные точки и регрессионная кривая); 2 – горизонтальный слой песка; 3 – стационарные песчаные формы; 4 – горизонтальный слой стеклянных сфер; 5 – жесткое профилированное дно

Фиг. 2. Значения коэффициента затухания по результатам 29 измерений; 1 – гладкое жесткое дно; 2 – стационарные песчаные формы; 3 – жесткое профилированное дно

волновая мода. Затем вибростенд выключался и после полной остановки сосуда (время порядка периода волны) проводилась кино съемка процесса затухания волновых движений жидкости. Измерения смещения свободной поверхности жидкости от положения равновесия по материалам кино съемки производились с точностью 0,1 см. Амплитуда волны оценивалась как полусумма максимальной и минимальной ординат точек свободной поверхности жидкости в момент наибольшего развития волны. Величина  $b$  оценивалась как

$$b = \frac{1}{T} \ln \frac{\zeta_m}{\zeta_{m+1}}$$

где  $T = 2\pi/\omega$  – период волны,  $\omega = \sqrt{gk \tanh kh}$  – собственная частота волны,  $g$  – ускорение свободного падения,  $k = n\pi/L$  – волновое число,  $n$  – номер волновой моды, равный числу узлов стоячей волны,  $\zeta_m$  и  $\zeta_{m+1}$  – значения амплитуды волны, взятые через период колебаний. Оценки коэффициента затухания  $b$  осуществлялись в диапазоне амплитуд 10–60 мм.

**2. Экспериментальные результаты.** Для указанных типов дна I–V данные о затухании первой моды ( $n = 1$ ) стоячей волны на поверхности жидкости глубиной  $h = 10$  см приведены на фиг. 1. По оси ординат отложена безразмерная амплитуда  $\zeta/\zeta(0)$ , по оси абсцисс – безразмерное время  $t/T$ . Кривые на графике построены по результатам регрессионного анализа данных  $\zeta(t)$ . Полученные по результатам серий из 29 экспериментов значения коэффициента затухания  $b$  для гладкого жесткого дна, развитых песчаных донных форм и неразмываемого профилированного дна представлены на фиг. 2; по оси абсцисс отложен номер эксперимента, по оси ординат – коэффициент затухания  $b$ . Средние значения коэффициента затухания и ошибка измерений для каждого типа дна I–V приведены в табл. 1. Видно, что коэффициент затухания существенно образом зависит от структуры дна. С целью выявления определяющего диссипацию волн механизма взаимодействия жидкость – дно проведен следующий сравнительный анализ.

Тип дна	$b, 1/c$ (эксперимент)	$b_1 + b_2, 1/c$ [2]	$b_{31}, 1/c$ [2]	$b_{32}, 1/c$ [4]	$b_{33}, 1/c$ [5, 6]	$b_{34}, 1/c$ [7, 8]	$b, 1/c$ (расчет)
I	0,068±0,007	0,050	0,007	–	–	–	0,057
II	0,091±0,010	0,050	–	0,007	0,039	–	0,096
III	0,112±0,018	0,050	–	0,007	0,039	0,024	0,120
IV	0,148±0,027	0,050	–	0,034	0,067	–	0,151
V	0,162±0,018	0,050	–	–	–	0,103	0,153

Согласно основному положению приближенной теории пограничного слоя [1, 2], скорость рассеяния волновой энергии  $E$  определяется диссипацией  $\Delta E_1$  во всем объеме жидкости, потерями  $\Delta E_2$  на вертикальных стенках и  $\Delta E_3$  на дне сосуда в соответствии с уравнением

$$\frac{dE}{dt} = -\Delta E_1 - \Delta E_2 - \Delta E_3$$

$$E(t) = E(0)e^{-bt} = \frac{\rho g \zeta^2}{4} LW$$

$$\zeta(t) = \zeta(0)e^{-bt}$$

где  $\rho$  – плотность жидкости.

При затухании волновой моды номера  $n$  на поверхности жидкости глубины  $h$  в сосуде заданных размеров величины  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$  сохраняются, а  $\Delta E_3$  определяется структурой дна.

1. *Гладкое жесткое дно.* Согласно [1, 2, 10], коэффициент затухания определяется как

$$b = b_1 + b_2 + b_{31}, \quad b_1 = 2\nu k^2 \quad (2.1)$$

$$b_2 = \sqrt{\frac{\omega\nu}{2}} \frac{L+W}{LW} + k \frac{L-2h}{L \operatorname{sh} 2kh}$$

$$b_{31} = \sqrt{\frac{\omega\nu}{2}} k \frac{1}{\operatorname{sh} 2kh}$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости; коэффициенты  $b_1$ ,  $b_2$  и  $b_{31}$  определяют диссипацию волновой энергии во всем объеме жидкости, на передней и задней стенках и дне сосуда соответственно.

С целью проверки справедливости соотношения (2.1) были измерены коэффициенты затухания  $b$  для первых трех волновых мод  $n = 1, 2, 3$  при различных глубинах жидкости  $h = 7,5, 10$  и  $15$  см. Соответствующие измеренные и рассчитанные значения  $b$  приведены в табл. 2. Отметим, что измеренные величины  $b$  превосходят теоретические оценки не более чем на 15%. Систематическую недооценку  $b$  можно объяснить наличием дополнительных диссипативных факторов, связанных с загрязнением свободной поверхности жидкости. Приемлемое соответствие теории эксперименту позволяет оценить вклад дна в общую диссипацию энергии: значения  $b_{31}$  для всех исследованных глубин не превосходят погрешности измерений. Следовательно, вязкое затухание волн в случае гладкого дна обусловлено главным образом диссипацией энергии в объеме жидкости и на вертикальных стенках сосуда.

$h$ , см	$n$	$b$ , 1/с (эксперимент)	$b$ , 1/с [2]	$b_{31}$ , 1/с [2]
7,5	1	0,071±0,012	0,061	0,009
10,00	1	0,068±0,010	0,057	0,007
15,0	1	0,060±0,011	0,055	0,004
7,5	2	0,098±0,012	0,071	0,009
10,0	2	0,078±0,012	0,067	0,005
15,0	2	0,061±0,012	0,064	0,001
7,5	3	0,087±0,020	0,075	0,006

2. Пористое шероховатое и гладкое профилированное дно. Для случаев II–V взаимодействие донного материала с осциллирующим потоком приводит к затуханию волн вследствие перколяционных потерь внутри осадочного материала ( $b_{32}$ ), донного трения на микрошероховатостях ( $b_{33}$ ) и сопротивления давления ( $b_{34}$ )

$$b = b_1 + b_2 + b_{32} + b_{33} + b_{34}$$

В [4] получено выражение для коэффициента  $b_{32}$ , описывающего затухание волн вследствие наличия пористого дна и ламинарного пограничного слоя на границе жидкость – осадки

$$b_{32} = \frac{gk}{2(\operatorname{ch} kh - \omega K v^{-1} \operatorname{sh} kh)^2} \left\{ \frac{K}{v} + \sqrt{\frac{\omega v}{2}} \frac{k}{\omega} + \left[ 1 + \left( \frac{\omega K}{v} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.2)$$

где  $K$  – удельная проницаемость пористого материала. Соответствующие рассчитанные значения  $b_{32}$  приведены в табл. 1.

Оценим влияние шероховатости и сопротивления давления. Полное сопротивление дна осциллирующему потоку складывается из напряжения трения  $\tau'$ , определяемого сопротивлением отдельных микрошероховатостей, и сопротивления давления  $\tau''$ , возникающего при обтекании жидкостью профилированного дна

$$\tau = \tau' + \tau'' = \frac{\rho(f' + f'')}{2} u |u|$$

где  $u$  – скорость жидкости вне пограничного слоя на дне сосуда,  $f'$  и  $f''$  – эмпирические коэффициенты сопротивления.

В случае стоячих волн максимальное значение сдвиговых напряжений на гладком дне определяется соотношением

$$\tau'_{\max} = \sqrt{2} \rho v \beta U = \frac{\rho f U^2}{2}$$

$$\beta = (\omega / 2v)^{1/2}, \quad U = \zeta \omega / (\operatorname{sh} kh)$$

Отсюда можно получить соотношение между числом Рейнольдса

$$\operatorname{Re} = \frac{\zeta^2 \omega}{v \operatorname{sh}^2 kh}$$

и коэффициентом сопротивления  $f'$

$$f' = 2 / \text{Re}^{1/2} \quad (2.3)$$

описывающее сопротивление дна без проявления шероховатости. Полученная зависимость справедлива для чисел  $\text{Re} < 10^4 - 10^5$ .

По аналогии со стационарным потоком жидкости в трубах с песчаной шероховатостью [11] в случае шероховатого дна толщина пограничного слоя увеличивается, а линейная зависимость сдвиговых напряжений от скорости меняется на квадратичную. Скорость рассеяния энергии стоячих волн на единичной площадке дна равна

$$\Delta E_{33} = \frac{2}{3\pi} \frac{\rho f' U^3}{2}$$

Отсюда коэффициент затухания, определяемый шероховатым дном, равен

$$b_{33} = \frac{\Delta E_{33}}{2E} = \frac{2f'\omega^3\zeta}{3\pi g \text{sh}^3 kh} \quad (2.4)$$

Отметим, что  $b_{33}$  зависит от амплитуды  $\zeta$  и эмпирического коэффициента  $f'$ . Обзор работ, посвященных оценке  $f'$ , можно найти в [3]. Наиболее полными исследованиями представляются модельный анализ [5] и эксперимент [6], в котором оценивались касательные напряжения на пластине с монослоем частиц диаметром от 2 до 60 мм в гидрлотке с осциллирующим потоком. В [5, 6] выявлены три режима течения: 1) поток без проявления шероховатости, когда справедливо соотношение (2.3); 2) переходный режим, при котором  $f'$  зависит от числа  $\text{Re}$  и размера шероховатостей  $k_s$ ; 3) режим с полным проявлением шероховатости,  $f'$  зависит только от  $k_s$ . Для дна типов II–IV число  $\text{Re}$  оценивается диапазоном  $10^3 < \text{Re} < 10^5$ . Используя результаты [5, 6], определим коэффициент сопротивления следующим образом:

$$f' \approx 0,00251 \exp \left[ 5,21 \left( \frac{\zeta}{k_s \text{sh} kh} \right)^{-0,19} \right], \quad \frac{\zeta}{k_s \text{sh} kh} < 50 \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{4\sqrt{f'}} + \ln \frac{1}{4\sqrt{f'}} = -0,35 + \frac{4}{3} \ln \frac{\zeta}{k_s \text{sh} kh}, \quad \frac{\zeta}{k_s \text{sh} kh} > 50$$

где  $k_s = 2d$  ( $d$  – средний диаметр частиц). Отметим, что последнее соотношение практически совпадает с формулой Никурадзе для шероховатых труб.

В условиях эксперимента амплитуда волны изменялась от 60 до 10 мм, поэтому в качестве среднего рассчитанного по (2.5) значения коэффициента сопротивления для песчаного дна выбрана величина  $f' = 0,055$ , а для слоя стеклянных сфер  $f' = 0,118$ . Рассчитанные по (2.4) значения коэффициента  $b_{33}$  приведены в табл. 1.

Важность учета сопротивления давления в случае профилированного дна отмечалась еще в [12, 13]. Из-за сложности описания турбулентных потоков большая часть исследований в этом направлении носит эмпирический характер и основана на анализе размерностей. В [7, 12, 13] при анализе экспериментальных данных использовалась эквивалентная шероховатость дна, зависящая от размера частиц, высоты и длины донных форм. Расчет профильного сопротивления путем интегрирования давления по поверхности дна с целью получения соотношения между коэффициентом сопротивления  $f''$ , крутизной и относительной шероховатостью проведен в [8], где по результатам численного расчета получено соотношение

$$f'' = 4,9 \left( \frac{a}{l} \right)^{1,477} \left( \frac{a}{h} \right)^{0,176} \quad (2.6)$$

где  $a$  и  $l$  – высота и длина элемента донных форм,  $h$  – глубина жидкости.

На основании (2.6) для развитых песчаных донных форм  $f'' = 0,043$ , для жесткого профилированного дна в виде массива из круговых сегментов  $f'' = 0,18$ . Коэффициенты затухания  $b_{34}$  для дна III и V рассчитывались по формуле (2.4) при замене  $f'$  на  $f''$ .

Суммарные величины рассчитанного коэффициента затухания стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде с дном типа I–V приведены в последнем столбце табл. 1. Сопоставляя данные настоящего эксперимента и результаты расчетов на основании моделей [2, 4–8], можно отметить довольно хорошее их согласие.

**Заключение.** Экспериментально исследован процесс затухания стоячих поверхностных волн при различной структуре дна плоского прямоугольного сосуда. При интерпретации данных эксперимента использованы модели рассеяния энергии волн вследствие перколяционных эффектов, сопротивлений трения и давления в случае пористого шероховатого профилированного дна. Расчетные значения коэффициента затухания как интегральной меры рассеяния энергии находятся в хорошем количественном соотношении с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-01080).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ламб Г. Гидродинамика. М.–Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
2. Keulegan G.H. Energy dissipation in standing waves in rectangular basins // J. Fluid Mech. 1959. V. 6. Pt 1. P. 33–50.
3. Nielsen P. Coastal bottom boundary layers and sediment transport. Singapore: World Scientific, 1992. 250 p.
4. Liu P.L.-F. Damping water waves over porous bed // J. Hydraul. Div. ASCE. 1973. V. 99. № 12. P. 2263–2271.
5. Kajiura K. A model of the bottom boundary layer in water waves // Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. of Tokyo. 1968. V. 46. № 1. P. 75–123.
6. Kamphuis J.W. Frictions factor under oscillatory waves // J. Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div. Proc. ASCE. 1975. V. 101. № 2. P. 135–144.
7. Tunstall E.B., Inman D.L. Vortex generation by oscillatory flow over rippled surfaces // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. № 24. P. 3475–3484.
8. Haque M.I., Mahmood K. Analytical determination of form friction factor // J. Hydraul. Eng. 1983. V. 109. № 4. P. 590–610.
9. Калининченко В.А., Нестеров С.В., Секерж-Зенькович С.Я., Чайковский А.А. Экспериментальное исследование поверхностных волн, возбуждаемых при резонансе Фарадея // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 1. С. 122–129.
10. Калининченко В.А., Кравцов А.В., Родригес-Мижангес Р., Секерж-Зенькович С.Я., Флорес-Эспиноза Р. Гармоническая неустойчивость поверхности маловязкой жидкости в вертикально колеблющемся сосуде // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 2. С. 285–292.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 528 с.
12. Putnam J.A., Johnson J.W. The dissipation of wave energy by bottom friction // Trans. Amer. Geophys. Union. 1949. V. 30. № 1. P. 67–74.
13. Жуковец А.М. Влияние шероховатости дна на волнение в мелководном водоеме // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1963. № 10. С. 1561–1570.

Москва

Поступила в редакцию  
24.X.2000